



Física I

Segunda edición

Juan Antonio Cuéllar Carvajal



LibertadDigital (2015)

Física I



Segunda edición

Ing. Juan Antonio Cuéllar Carvajal

Universidad Autónoma de Nuevo León

Revisión Técnica

M. en D. Aissa Teremilia Ruiz Luna

Universidad Autónoma de Nuevo León





MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • MADRID • NUEVA YORK
SAN JUAN • SANTIAGO • SAO PAULO • AUCKLAND • LONDRES • MILÁN • MONTREAL
NUEVA DELHI • SAN FRANCISCO • SINGAPUR • ST. LOUIS • SIDNEY • TORONTO

Gerente editorial: Alejandra Martínez Ávila
Editor sponsor: Sergio G. López Hernández
Editor: Luis Amador Valdez Vázquez
Supervisora de producción: Marxa de la Rosa Pliego
Diseño de portada: José Palacios Hernández

Física I
Segunda edición



Punta Santa Fe,
Prolongación Paseo de la Reforma 1015, Torre A,
Piso 17, Colonia Desarrollo Santa Fe,
Delegación Álvaro Obregón
C.P. 01376, México, D.F.
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana, Reg. Núm. 736

ISBN: 978-607-15-0891-1
(ISBN: 978-970-10-6556-3 Primera edición)

1234567890 2456789013
Impreso en México *Printed in Mexico*

Dedicatoria

Con gratitud y amor por siempre a la memoria de Inocencia Covarrubias, Josefina Rodríguez Covarrubias, María del Carmen Carvajal Rodríguez, Bertha Carvajal Rodríguez, Leticia Cuéllar Carvajal y Juana Noriega Almeida.

Presentación

Al escribir este libro, el autor tuvo en mente el deseo de motivar a los alumnos a que se interesen por el estudio de la física; por ello, ha procurado que la explicación de los temas sea clara y completa.

Para la mejor comprensión de los métodos más importantes (analíticos, sintéticos, analógicos, deductivos e inductivos) se presentan más de 250 ejercicios, los cuales se han ordenado cuidadosamente, además de que son variados e incluyen un gran número de aplicaciones. Por otra parte, los ejercicios se han dispuesto según el grado de dificultad, de los más simples a los más complejos.

El libro consta de cuatro bloques y 12 temas que cumplen con el programa de estudios de la Dirección General de Bachillerato (DGB). Acorde con este programa, cada bloque incluye una evaluación diagnóstica para que el alumno relacione sus conocimientos previos con los temas que estudiará; al final de cada tema se presenta una evaluación para que el alumno mida el grado de avance en su aprendizaje.

Para alentar a los estudiantes a la lectura del texto y reforzar el conocimiento conceptual, cada tema inicia con un marco teórico sencillo y accesible, acompañado por ejemplos resueltos. Enseguida, se presentan actividades de aprendizaje integradas por una serie de ejercicios con sus respuestas, lo cual cumple una función muy importante, ya que gracias a ella el alumno podrá saber si el proceso seguido para encontrarla es correcto. Además, al contestar cada ejercicio en el espacio correspondiente, se conservará un orden y una sistematización del conocimiento, que resultarán muy útiles a los alumnos.

La estructura del libro está diseñada para que sea un útil cuaderno de trabajo para el alumno, pero también se buscó que fuera un texto conciso de consulta para el profesor, esto le ayudará a abreviar esfuerzos en la investigación de temas en la enseñanza de la física. Por último, es necesario destacar otro gran propósito que guió la elaboración del presente trabajo: ayudar a desterrar la tradicional práctica del *Magister dixit* ("El maestro lo ha dicho"). Eliminando todo lo que conlleva esta expresión, el profesor podrá convertirse en un coordinador de esfuerzos, que impulsará y motivará a sus alumnos para que adquieran el conocimiento por sí mismos, a que logren un aprendizaje significativo de los físicos y a que desarrollen su pensamiento abstracto.

Juan Antonio Cuéllar Carvajal

Competencias

Competencias génericas

1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
3. Elige y practica estilos de vida saludables.
4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.
10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.
11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

Competencias disciplinares

Química I, Física I y Biología I (campo de ciencias experimentales)

1. Establece la interrelación entre la ciencia, la tecnología, la sociedad y el ambiente en contextos históricos y sociales específicos
2. Fundamenta opiniones sobre los impactos de la ciencia y la tecnología en su vida cotidiana, asumiendo consideraciones éticas.
3. Identifica problemas, formula preguntas de carácter científico y plantea las hipótesis necesarias para responderlas.
4. Obtiene, registra y sistematiza la información para responder a preguntas de carácter científico, consultando fuentes relevantes y realizando experimentos pertinentes.
5. Contrasta los resultados obtenidos en una investigación o experimento con hipótesis previas y comunica sus conclusiones.
6. Valora las preconcepciones personales o comunes sobre diversos fenómenos naturales a partir de evidencias científicas.
7. Explicita las nociones científicas que sustentan los procesos para la solución de problemas cotidianos.
8. Explica el funcionamiento de máquinas de uso común a partir de nociones científicas.

9. Diseña modelos o prototipos para resolver problemas, satisfacer necesidades o demostrar principios científicos.
10. Relaciona las expresiones simbólicas de un fenómeno de la naturaleza y los rasgos observables a simple vista o mediante instrumentos o modelos científicos.
11. Analiza las leyes generales que rigen el funcionamiento del medio físico y valora las acciones humanas de riesgo e impacto ambiental.
12. Decide sobre el cuidado de su salud a partir del conocimiento de su cuerpo, sus procesos vitales y el entorno al que pertenece.
13. Relaciona los niveles de organización química, biológica, Física y ecológica de los sistemas vivos.
14. Aplica normas de seguridad en el manejo de sustancias, instrumentos y equipo en la realización de actividades de su vida cotidiana.

Contenido

Bloque 1

Reconoce el lenguaje técnico básico de la física

Conocimientos

- Introducción a la física
- Magnitudes físicas y su medición
- Notación científica
- Instrumentos de medición
- Vectores

Desempeños

- Identificas la importancia de los métodos de investigación y su relevancia en el desarrollo de la ciencia como la solución de problemas cotidianos.
- Reconoces y comprendes el uso de las magnitudes físicas y su medición como herramientas de uso en la actividad científica de tu entorno.
- Interpretas el uso de la notación científica y de los prefijos como una herramienta de uso que te permita representar números enteros y decimales.
- Identificas las características y propiedades de los vectores que te permitan aplicarlos y manejarlos para solucionar problemas cotidianos.

Competencias que se busca desarrollar

- Establece la interrelación entre la ciencia, la tecnología, la sociedad y el ambiente en contextos históricos y sociales específicos.
- Fundamenta opiniones sobre los impactos de la ciencia y la tecnología en su vida cotidiana asumiendo consideraciones éticas.
- Identifica problemas, formula preguntas de carácter científico y plantea las hipótesis necesarias para responderlas.
- Obtiene, registra y sistematiza la información para responder preguntas de carácter científico consultando fuentes relevantes y realizando experimentos pertinentes.
- Contrasta los resultados obtenidos en una investigación o experimento con hipótesis previas y comunica sus conclusiones en equipos diversos, respetando la diversidad de valores, ideas y prácticas sociales.
- Valora las preconcepciones personales o comunes sobre diversos fenómenos naturales a partir de evidencias científicas.
- Hace explícitas las nociones científicas que sustentan los procesos para la solución de problemas cotidianos.
- Explica el funcionamiento de máquina de uso común a partir de nociones científicas.
- Diseña modelos o prototipos para resolver problemas locales, satisfacer necesidades o demostrar principios científicos.
- Relaciona las expresiones simbólicas de un fenómeno de la naturaleza y los rasgos observables a simple vista o mediante instrumentos o modelos científicos.
- Analiza las leyes generales que rigen el funcionamiento del medio físico y valora las acciones humanas de riesgo e impacto ambiental dentro de su región y comunidad.
- Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo al definir un curso de acción con pasos específicos.
- Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.
- Dialoga y aprende de personas con distintos puntos de vista y tradiciones culturales mediante la ubicación de sus propias circunstancias en un contexto más amplio.
- Asume que el respeto de las diferencias es el principio de la integración y convivencia en los contextos local, nacional e internacional.



1. ¿Qué entiendes por ciencia?

2. ¿Qué es un método?

3. ¿Qué sabes o crees que es la física?

4. Menciona tres fenómenos que ocurren a tu alrededor que consideras susceptibles de estudiarse mediante la física.

5. De entre los aparatos que usas cotidianamente, selecciona dos y escribe cómo crees que la física intervino en su diseño y construcción.

6. ¿Qué es medir?

7. ¿Qué son el metro, el kilogramo, el segundo?

8. Menciona tres instrumentos de medición que conozcas.

9. Escribe los nombres de tres unidades de medición.

10. ¿Conoces la diferencia entre magnitud escalar y magnitud vectorial?, ¿cuál es?

Tema 1

Introducción a la física

- Ciencia
- El método científico
- Clasificación de la ciencia
- ¿Qué es la física?

Ciencia

Conforme a su origen, la palabra *ciencia* significa *conocimiento*; sin embargo, hoy su acepción es mucho más amplia. En las páginas siguientes se explicará y precisará el significado de este concepto.

Los conocimientos significan posesión de datos acerca de un hecho; éste es cualquier fenómeno que ocurre en el Universo; por ejemplo, el movimiento de un planeta, un rayo láser, la luz, el sonido, la caída de una piedra, entre otros más.

Los conocimientos pueden ser de tres clases:

- elementales
- cotidianos
- científicos

Los **conocimientos elementales** son propios de los niños, quienes tienen una información acerca de determinadas propiedades de las cosas y sobre sus relaciones más simples. Estos conocimientos les permiten orientarse adecuadamente en el mundo que les rodea.

Los **conocimientos cotidianos los adquiere** el hombre empíricamente y se limitan, por lo general, a la evidencia superficial de los hechos y a cómo se desarrollan. Podemos decir que el conocimiento cotidiano lleva al sujeto a entender un fenómeno sin mayores problemas; responde a cómo se realiza un hecho, pero no a por qué se realiza precisamente de ese modo.

Por ejemplo, un niño sabe que si lanza desde la ventana una canica, ésta caerá al suelo; sin embargo, desconoce la causa de su caída.

Según lo establece la física, la fuerza de atracción que ejerce la masa de la Tierra sobre la masa de la canica es la causa de su caída, éste es un **conocimiento científico**.

El conocimiento científico presupone no sólo la constancia y la descripción de los hechos, sino la explicación racional y objetiva de cómo ocurre y por qué ocurre precisamente de ese modo. Además, explica las relaciones generales, necesarias y constantes, de los fenómenos que



Figura 1.1 Los fenómenos de la naturaleza son hechos que pueden conocerse, y algunos de ellos predecirse, a partir de la recolección de datos.



Figura 1.2 Los conocimientos elementales nos permiten orientarnos en el mundo que nos rodea.

ocurren en el Universo. Por ejemplo, las leyes de la física indican que si un metal se calienta, éste se dilata. Esto nos conduce a establecer que la relación entre el calor y la longitud de un metal no puede ser de otra manera, es decir, es necesaria. Asimismo, se dice que es una relación constante porque cualquier metal que se somete a altas temperaturas siempre se dilata.

Otra de las características del conocimiento científico es que ofrece la perspectiva de predecir y de formar conscientemente el futuro. Establecer una predicción significa conocer algo por anticipado; por consiguiente, la invención es una forma de predicción que se lleva a cabo por medio de la investigación científica, a la cual guía la razón y se apoya en conocimientos científicos.

El sentido fundamental de cualquier ciencia puede caracterizarse de la siguiente forma: saber para predecir, predecir para actuar.

Sistematización de la ciencia

Un rasgo esencial de la ciencia es su sistematización; es decir, la agrupación, clasificación y ordenación, según determinados principios teóricos, de conocimientos obtenidos de una manera metódica. Un conjunto de conocimientos dispersos que no se ordenen de acuerdo con un sistema, o bien que sean meras observaciones producto de la casualidad y no sean estudiadas con detalle, no constituirá una ciencia.

El fundamento de la ciencia radica en un conjunto de premisas iniciales y de leyes científicas agrupadas bajo un sistema único, de modo que forman parte de una teoría. Una **ley científica** es una expresión que afirma en forma cualitativa o cuantitativa una relación constante y necesaria entre dos o más variables. Por ejemplo, la segunda ley de Newton establece que la aceleración de un objeto en movimiento varía de forma directamente proporcional con la magnitud de la fuerza neta que se aplica en la misma dirección de su desplazamiento e inversamente proporcional a su masa. La expresión matemática de esta ley es

$$a = \frac{F}{M}$$

Teoría

Una teoría es un conjunto de leyes científicas ordenadas y relacionadas entre sí. Por ejemplo, la teoría electromagnética está contenida en las cuatro ecuaciones de Maxwell y la fuerza de Lorentz. Con estas ecuaciones podemos explicar los fenómenos electromagnéticos.

Las teorías requieren, además de las leyes científicas que las constituyen, elementos como las definiciones, los axiomas y postulados.

¿Qué es ciencia?

El conjunto de todos los procesos que existen de manera independiente a cualquier sujeto y al modo que éste los conozca, ignore o imagine constituye el **Universo**, objeto único de estudio de la ciencia.

Sabemos que el Universo es un conjunto de procesos o fenómenos porque todos los objetos existentes experimentan movimientos y transformaciones constantes. La existencia objetiva de los procesos se manifiesta como *materia en movimiento*.

La **materia**, que a su **vez** puede transformarse en **energía**, constituye toda la realidad objetiva que nos rodea: partículas, átomos, moléculas, electrones, protones, la luz, el sonido, los metales, el aire, el agua, las sustancias, entre otros.

La ciencia busca comprender y explicar objetivamente las relaciones existentes, generales, constantes y necesarias, entre los diversos fenómenos que ocurren en el Universo y relacionarlos a partir de conexiones lógicas que permiten presentar postulados, axiomas, leyes, teorías y definiciones en los distintos niveles del conocimiento a partir de su sistematización.

Por lo anterior, podemos decir que *la ciencia es un conjunto sistematizado y ordenado de conocimientos que explican objetiva y racionalmente los procesos que ocurren en el Universo.*

La ciencia es una explicación porque describe las diversas formas en que se manifiestan los fenómenos de la

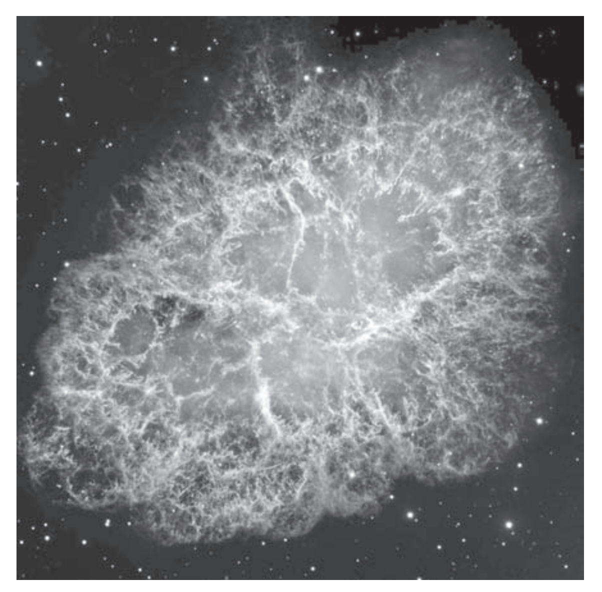


Figura 1.3 La materia constituye toda la realidad objetiva que nos rodea.

naturaleza, determina las condiciones necesarias y suficientes para llevarlos a cabo, y desentraña los enlaces internos y sus conexiones con otros procesos. La explicación científica es objetiva porque representa las formas en que los fenómenos manifiestan su existencia, la cual no depende de las sensaciones, la voluntad, las posiciones ideológicas o religiosas de los sujetos que conocen dichos procesos.

Por último, podemos decir que la explicación científica es racional porque establece una imagen de cada uno de los fenómenos naturales que llega a conocerse; lo mismo que cada una de sus propiedades e interrelaciones con los otros.

El método científico

La investigación científica es una actividad cuyo objetivo es la obtención de conocimientos científicos. Los investigadores, para facilitar su trabajo e incrementar sus posibilidades de éxito, necesitan diseñar y planear su forma de proceder en la investigación; es decir, deben seguir un método que, aunque no produzca automáticamente conocimiento ni sea infalible, sí permita eliminar las improvisaciones, y por ende, evite la obtención de resultados confusos.

La palabra **método** se deriva de los vocablos griegos *meta*, "a lo largo", y *odos*, "camino". Así, podemos decir que el método científico es el camino que se sigue para obtener conocimientos científicos. Para este fin, el método científico se apoya en reglas y técnicas que se perfeccionan para llegar a la luz de la experiencia y del análisis racional. En el proceso, cada paso nos acerca a la meta; sin embargo, las reglas no son infalibles y deben adaptarse en cada paso.



Figura 1.4 El método científico representa una base sólida de trabajo para los investigadores.

En el método científico se distinguen dos aspectos:

1. Es un proceso que impone orden en la investigación científica.
2. Planea las actividades, los procedimientos, recursos y conocimientos necesarios para una investigación.

Etapas del método científico

En términos generales, las etapas de cualquier investigación científica son:

1. Plantear un problema que se necesita resolver. Entendemos por problema cualquier dificultad que no tiene solución automática.
2. Suponer una solución a partir de la formulación de una hipótesis.
3. Comprobar la hipótesis, es decir, aportar evidencias de su veracidad. Los procedimientos específicos del método científico para comprobar las hipótesis son:

- La demostración formal.
- La verificación.

La demostración formal, o raciocinio, consiste en que a partir de ciertas proposiciones aceptadas como verdaderas se busca obtener como conclusión una nueva proposición que coincida con la hipótesis que se desea comprobar. Analicemos el siguiente ejemplo:

- proposición de la que se parte:

Todos los números naturales son mayores que cero.

- proposición por demostrar:

Seis es mayor que cero.

- demostración:

Todos los números naturales son enteros positivos.
El número seis es un número natural.

- Conclusión:

Seis es mayor que cero.

Para verificar una hipótesis se pueden aplicar dos métodos o procedimientos: la observación y la experimentación. Analizaremos más adelante estos conceptos.

4. Si se comprueba la hipótesis se debe interpretar el resultado obtenido en los términos de la teoría correspondiente.
5. La inserción del resultado en el sistema de los conocimientos adquiridos, es decir, su incorporación al cuerpo de conocimientos de la ciencia.
6. Indagar posibles consecuencias del resultado.
7. El surgimiento de nuevos problemas.

Métodos que se utilizan en la investigación científica

En el proceso de la investigación científica se utilizan procedimientos **empíricos** y **racionales**.

El aspecto empírico se refiere al uso de los sentidos, tanto en la observación de los fenómenos como en la experimentación. El vocablo *empírico* significa *experiencia*.

El uso de los sentidos, la observación, el manejo de datos y hechos o fenómenos que se están investigando son aplicaciones empíricas.

La observación es un procedimiento empírico que consiste en fijar la atención en un hecho o fenómeno para percibirlo por medio de los sentidos y así obtener información acerca de su comportamiento.

La astronomía es un buen ejemplo de los procedimientos científicos; por ejemplo, a partir de una gran cantidad de observaciones astronómicas, Johannes Kepler formuló las leyes del movimiento de los planetas alrededor del Sol.

En la antigüedad, la observación científica sólo consistió en registrar mediante los sentidos los movimientos y cambios de la materia; por esta razón, en dicha época se establecieron determinaciones meramente cualitativas.

Con la introducción de las técnicas de medición se logró establecer relaciones cuantitativas. Por ejemplo, hoy sabemos que la Luna se desplaza con un movimiento elíptico y que las estaciones del año tienen una sucesión cíclica regular y una duración bien definida.

Más adelante, el mejoramiento de los métodos para calcular trajo consigo el desarrollo de tecnología con la que se abrió la posibilidad de reproducir artificialmente los fenómenos naturales, lo que favoreció las condiciones para que surgieran o cambiaran su comportamiento.

De este modo, de la observación se llegó a la experimentación, estableciéndose así una relación entre ambas: *lo que se observa se experimenta y lo que se experimenta se observa*. Un caso especial es el de la astronomía, en donde muchas cosas se observan pero no puede experimentarse con ellas, aunque con los recursos tecnológicos actuales sí se logran simulaciones digitales y sobre éstas se realiza la experimentación.

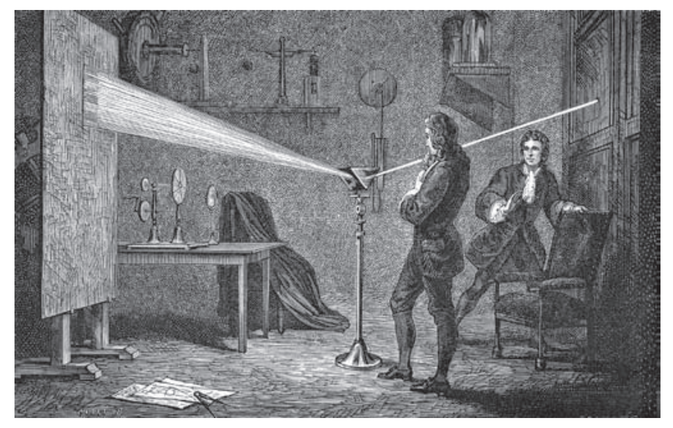


Figura 1.5 En la antigüedad, la observación y la percepción eran los únicos medios de explicar los fenómenos naturales.

El investigador, después de que ha logrado reproducir las causas que condicionan el fenómeno de estudio, procura asumir el papel de observador para registrar con objetividad su desenvolvimiento. Como resultado de la experimentación la hipótesis puede verificarse, rechazarse o bien quedar parcialmente confirmada y mostrar la necesidad de modificarla.

Además de los procedimientos empíricos, los siguientes métodos racionales son parte del método científico:

- La inducción
- La deducción
- La inferencia por analogía

La **inducción** es un método que sirve para inferir o razonar; consta de varias proposiciones de casos particulares que se han observado para establecer otra proposición o un grupo de ellas más generales. Analiza el siguiente ejemplo:

> La plata se dilata con el calor.
> El oro se dilata con el calor.
> El platino se dilata con el calor.
> Entonces, utilizando los juicios anteriores, podemos inducir lo siguiente: *Todos los metales se dilatan con el calor.*

La **deducción** es un método racional que consiste en inferir soluciones particulares a partir de conocimientos generales.

Analiza ahora este ejemplo:

> El producto de dos números impares es un número impar.
> 7 y 15 son número impares.
> Por consiguiente, el producto 7×15 es un número impar.

También inferimos de manera deductiva cuando utilizamos una fórmula general para resolver un problema concreto.

Ejemplo 1.1 Determina la aceleración de un cuerpo de 10 kilogramos si se le aplica una fuerza neta de 12 newtons.

Solución

De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$a = \frac{F}{M}$$ Conocimiento general

$$a = \frac{12\text{ N}}{10\text{ kg}}$$

$$a = 1.2\text{ m/s}^2$$ Solución de un caso particular

La **analogía** es un método racional que consiste en inferir relaciones o consecuencias semejantes en fenómenos parecidos.

Por ejemplo, observa la analogía entre las fórmulas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y las del movimiento circular uniformemente acelerado.

MRUA	MCUA
$a = \frac{V - V_0}{t}$	$\alpha = \frac{W - W_0}{t}$
$d = \left(\frac{V + V_0}{2}\right)t$	$\theta = \left(\frac{W + W_0}{2}\right)t$
$d = V_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = W_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

En resumen

El instrumento de la investigación científica es el método científico; éste incluye todos los procedimientos involucrados en la investigación científica.

Por consiguiente, forman parte del método científico el planteamiento del problema y las maneras de abordar la solución, la hipótesis, las operaciones indagatorias, los métodos de inducción, deducción, analogía, la observación, las demostraciones (ya sean racionales o empíricas), la planeación y las técnicas de experimentación, etcétera.

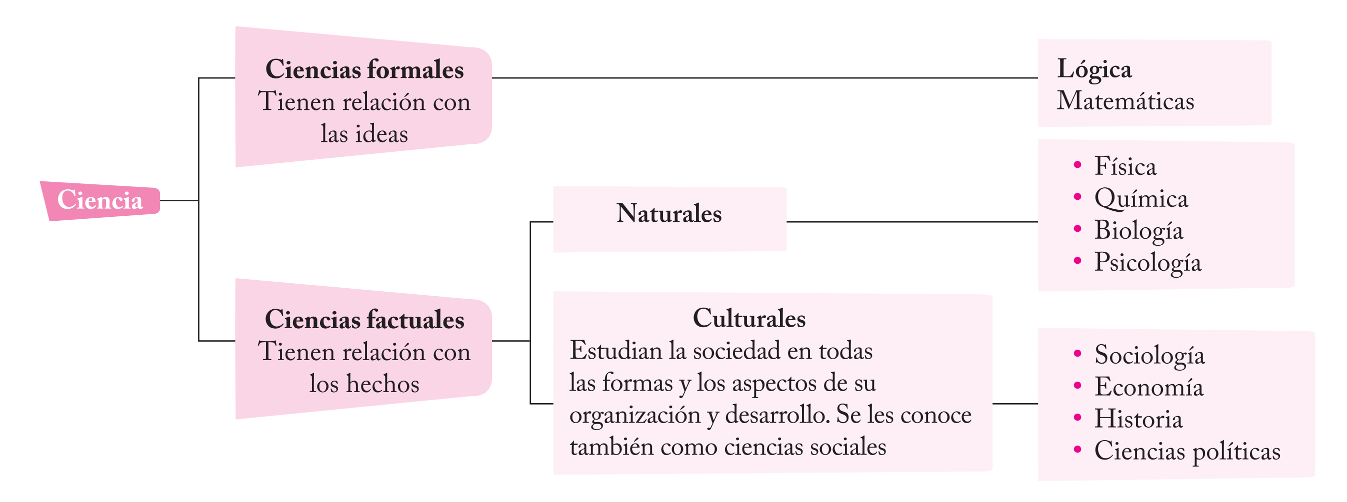
Por último, es importante señalar que en la investigación científica los resultados dependen de manera directa del método empleado, el cual no necesariamente es infalible. Sin embargo, un método riguroso nos conduce a obtener resultados precisos; en cambio, un método vago sólo nos puede llevar a resultados confusos. Es indispensable que el método sea el instrumento adecuado para el caso específico de que se trate; además, debe aplicarse con habilidad, inteligencia y destreza.

Clasificación de la ciencia

La problemática más común de la ciencia es su clasificación. Algunas personas la clasifican por su objeto de estudio, otras, por su método, su afinidad o por su complejidad y dependencia.

Sea cual fuere el punto de partida, una clasificación acertada de la ciencia implica que su objeto de estudio esté bien determinado, sus relaciones con otras áreas estén bien definidas, y que el método para enfrentar su objeto de estudio sea claro.

La diferencia más notable entre varias ciencias es la que se presenta entre las formales y las factuales. Las **ciencias formales** estudian lo relacionado con las ideas, mientras que las **ciencias factuales** estudian los hechos. A partir de esta diferencia y del objeto de estudio de cada ciencia, Mario Bunge realizó la siguiente clasificación de las ciencias, que aquí se presenta con el objetivo de ubicar la física dentro de ella:



¿Qué es la física?

La **física**, como ciencia, estudia las propiedades y leyes del movimiento de la materia, preferentemente, de la naturaleza inanimada.

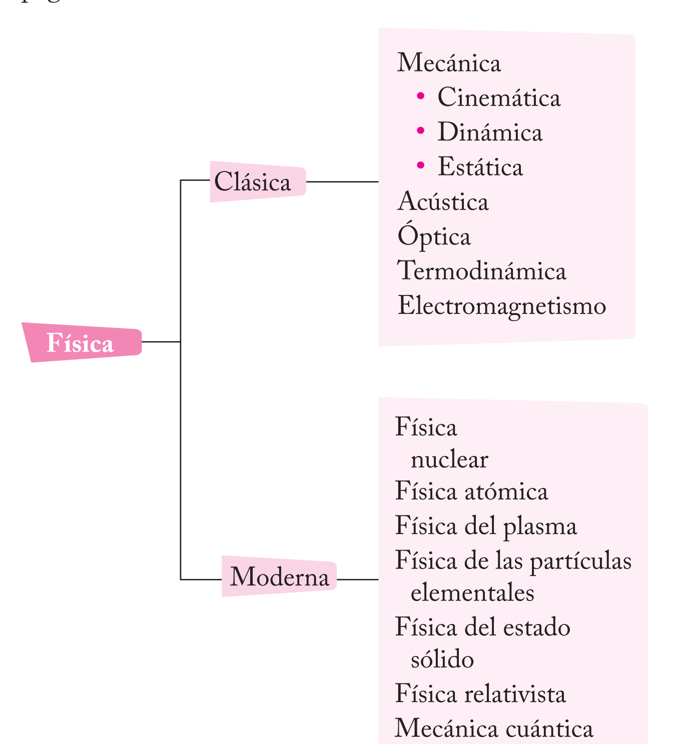
El objeto de estudio de la física lo constituyen las propiedades y las leyes específicas del movimiento de los cuerpos, de las partículas elementales (como el electrón, el protón y el fotón), de los quarks, de los átomos y las moléculas. Estudia además los procesos de dimensiones semejantes a la del hombre, y por último, los fenómenos en los cuales intervienen energías y masas elevadísimas.

Al avanzar en el estudio de la física podrás comprender con mayor claridad su definición y campos de estudio; por lo pronto, una definición corta podría ser: *la física* es *la ciencia que estudia las propiedades de la materia, de la energía y la relación entre ambas*.

Clasificación de la física

Con el progreso de la ciencia han surgido las diferentes ramas de la física: la mecánica, la termodinámica, el electromagnetismo, la óptica, la acústica, la física de las partículas elementales, la física nuclear, la física cuántica, la teoría de la relatividad, entre otras más.

Las ramas de la física que se desarrollaron hasta finales del siglo XIX constituyen la denominada **física clásica**, mientras que las desarrolladas a partir del siglo XX constituyen la **física moderna**. Observa el cuadro de la siguiente página.



Te recomendamos realizar una investigación sobre qué estudia cada una de estas ramas de la física.

El impacto de la física en la tecnología

Desde los comienzos de la humanidad, el hombre enfrentó la necesidad de explicar los fenómenos naturales para mejorar sus condiciones de vida.

La física se inicia en ciertas habilidades que los hombres primitivos desarrollaron como resultado de sus esfuerzos por dominar la naturaleza y establecer orden en su vida social. Los hombres tenían que construir viviendas, cazar, pescar, navegar, labrar la tierra y curar enfermedades. Todas estas actividades requerían cierto conocimiento de los materiales con los que diseñaban sus instrumentos, de la comprensión de la periodicidad de las estaciones del año, de la capacidad para pronosticar el mal tiempo, entre otros conocimientos más.

En la actualidad, las cosas no han cambiado mucho. Las necesidades del hombre aún son el motor que impulsa el estudio y desarrollo de la física.

La finalidad social de la ciencia consiste en facilitar la vida y el trabajo de las personas, así como elevar el poder del hombre sobre las fuerzas de la naturaleza. Este objetivo se logra al establecer los fundamentos teóricos necesarios para desarrollar la *tecnología*; **se entiende** por ésta la aplicación de los conocimientos científicos.

La tecnología es resultado de la aplicación de la ciencia.

La tecnología que resulta de la aplicación de la física convierte a esta ciencia en una fuerza productiva; por ejemplo, el hombre puede sustituir los métodos mecánicos de elaboración de ciertos productos por otros procesos eléctricos y químicos. También es posible reducir el tiempo de fabricación de piezas metálicas, perfeccionar el transporte, aumentar la productividad de la agricultura, la ganadería y la pesca.

Gracias a la aplicación de las leyes de la física se han podido construir puentes, carreteras, automóviles, aviones, radios, televisores, computadoras, transbordadores, satélites y mil instrumentos tecnológicos más.

En las siguientes imágenes puedes observar los inventos tecnológicos que son resultado de la aplicación de la física.



Figura 1.6 Ejemplos de las aplicaciones de la física en la vida cotidiana.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Integra un equipo de trabajo con tres compañeros de clase e investiga las principales aportaciones al desarrollo de la física de los siguientes científicos.

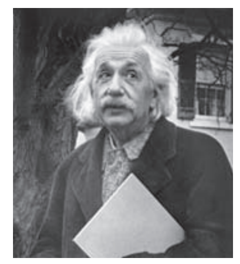


Galileo

Isaac Newton



Kepler



Albert Einstein

2. Escribe una breve historia sobre la vida de alguno de estos personajes y preséntala al resto de tus compañeros.
3. Elabora un periódico mural con recortes de periódico, revistas o dibujos con cuando menos cinco inventos y una breve semblanza de sus inventores; por ejemplo, la bombilla eléctrica, mejor conocida como foco, al lado de su inventor Tomás Alva Edison. Organiza, de acuerdo con tu profesor, un concurso en clase y presenta tu propuesta al resto de tus compañeros.
4. Prepara un listado de los artículos que se encuentren en tu casa o comunidad, donde se observe la aplicación de la ciencia y la tecnología como generador de bienestar para la sociedad.
5. Elabora un reporte sobre el avance científico en los cambios ambientales de tu comunidad y especifica qué impacto ha tenido.
6. Elabora un resumen o síntesis de la lectura del apartado "El método científico".
7. Lee el siguiente texto:

Día mundial forestal



Origen de la conmemoración En 1971, los Estados miembros de la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación (FAO) eligieron el 21 de marzo para conmemorar el Día Mundial Forestal. Esta fecha coincide con el primer día de otoño en el hemisferio sur y el primer día de primavera en el hemisferio norte; se celebró por primera vez en 1974.

La importancia de recordar este día nos invita a reflexionar en la presente situación ambiental que vive el planeta Tierra, en el sentido de concientizar a la humanidad sobre la necesidad de cambiar aquellas acciones que van en contra de resguardar este recurso natural,

parte esencial para la subsistencia de todo ser vivo, así como fomentar una cultura de conservación y mejor aprovechamiento de los suelos forestales.

2011, Año internacional de los bosques Durante este año se le dio mayor auge en el ámbito global a las actividades a favor del medio ambiente, ya que la Asamblea General de la Organización de las Naciones Unidas (ONU) declaró al 2011 como el Año Internacional de los Bosques (AIB2011). Su principal objetivo es aumentar la participación pública en las actividades de divulgación forestal a través de los diversos eventos que se realizarían en casi todo el mundo.

El logotipo del ALB2011 muestra la necesidad de considerar los ecosistemas forestales como un todo, ya que brindan cobijo a las personas y hábitat a la biodiversidad; son una fuente vasta de alimentos, productos medicinales y agua, y desempeñan una función vital en la estabilidad climática del mundo.

La representación de México ante la ONU para los eventos del Año Internacional de los Bosques 2011 fue la Comisión Nacional Forestal (Conafor), a través de la Coordinación de Educación, Desarrollo Tecnológico y Cultura Forestal.

En suma, los bosques constituyen un recurso natural que deben defender todos los seres humanos, ya que de eso depende que la humanidad siga contando con agua, alimentación, aire limpio mediante la mitigación de las emisiones de gases de efecto invernadero, liberación de oxígeno, conservación de 70% de la biodiversidad, que se proteja la tierra, los recursos hídricos, la belleza escénica, se regule el clima, se mitiguen los impactos relacionados con ciertos fenómeno naturales, entre otros.

El término *reforestar* se refiere a repoblar una superficie donde antes existían o están por desaparecer los bosques y selvas. Apenas en 2009, nuestro país contabilizó 176 906 ha reforestadas; sobresalían los estados de Coahuila y Zacatecas, que registraron 20 991 y 18 776 hectáreas, respectivamente. Aunque es desalentadora la cifra respecto a 2008, que tuvo 327 046 hectáreas, los desafíos de reforestación aún son prioritarios.

La deforestación consiste en el cambio de una cubierta vegetal dominada por árboles a otra que carece de ellos. Sin embargo, este tema ha generado controversia respecto a las estimaciones, debido principalmente al empleo de criterios y métodos distintos. Entre 1988 y 2005, las estimaciones de la tasa de deforestación en el país han oscilado entre 316 000 y 800 000 hectáreas de bosques y selvas por año. En el contexto mundial, México fue, en el periodo 1990-2000, el único país miembro de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) que perdió una parte de su superficie forestal; en Latinoamérica fue uno de los países con la mayor tasa, tan sólo por debajo de Brasil, Costa Rica, Guatemala y El Salvador.

Las causas principales de la deforestación son la tala inmoderada para extraer la madera, liberar tierras para la agricultura y la ganadería en mayores extensiones, los incendios, la construcción de más espacios urbanos y rurales, así como las plagas y enfermedades de los árboles.

Debido a lo anterior, las consecuencias que deberemos afrontar son la erosión del suelo y desestabilización de las capas freáticas, lo que a su vez provoca las inundaciones o sequías, alteraciones climáticas, reducción de la biodiversidad (de las diferentes especies de plantas y animales) y el calentamiento global del planeta (porque al deforestarlos los bosques no pueden eliminar el exceso de dióxido de carbono en la atmósfera).

Actualmente, el área de bosque mexicano aporta 64.8 millones de ha (0.5%) a la superficie mundial; de ellas, 3.2 millones es bosque plantado. Sin embargo, en los últimos 20 años México ha registrado una pérdida de 17% de esta extensión boscosa, por lo que es urgente proteger estos importantes ecosistemas por medio de un manejo sustentable, que considere el aprovechamiento racional de todos los recursos naturales sin dejar de lado todos los beneficios maderables y alimenticios que brindan a nuestro país.

Años	Superficie reforestada en la República Mexicana (hectáreas)
2000	240,943
2001	164,823
2002	224,772
2003	186,715
2004	195,819
2005	182,674
2006	212,675
2007	295,110
2008	327,046
2009	176,906

Fuente: Semarnat. SNIARN. Base de datos. Consulta temática Recursos forestales, 2010 (sólo se tomaron los datos Nacionales). Instituto Nacional de Estadística y Geografía.

- Realiza un listado de los fenómenos físicos relacionados con fenómenos ecológicos o recursos naturales en tu localidad, región o comunidad en los cuales se hagan investigaciones actualmente.
- Realiza un proyecto de investigación acerca de una problemática ambiental de tu región o comunidad.



1. Tipo de conocimiento que explica las relaciones generales, necesarias y constantes de los hechos o fenómenos que ocurren en el Universo.
   a) conocimiento empírico
   b) conocimiento científico
2. Clase de conocimientos que se limitan, por lo general, a la constancia superficial de los hechos y a cómo se desarrollan sin responder por qué se realizan de cierta manera.
   a) conocimiento cotidiano
   b) conocimiento científico
3. Característica del conocimiento científico que consiste en conocer algo por anticipado:
   a) tecnología
   b) hipótesis
   c) predicción
   d) ley
4. Expresión que afirma en forma cualitativa o cuantitativa una relación constante y necesaria entre dos o más variables:
   a) teoría
   b) hipótesis
   c) ley
   d) método
5. Conjunto de leyes sistematizadas y relacionadas entre sí:
   a) teoría
   b) hipótesis
   c) ley
   d) método científico
6. Es toda la realidad objetiva que nos rodea. Su forma de existir es el constante movimiento:
   a) inercia
   b) masa
   c) volumen
   d) materia
7. Conjunto sistematizado y ordenado de conocimientos que explica objetiva y racionalmente los procesos que ocurren en el Universo:
   a) religión
   b) ciencia
   c) filosofía
   d) investigación científica
8. Actividad social del hombre encaminada a la obtención de conocimientos científicos:
   a) ciencia
   b) investigación científica
   c) método científico
   d) tecnología
9. Todas las siguientes afirmaciones son verdaderas excepto:
   a) El instrumento de la investigación científica es el método científico.
   b) El método científico impone un orden en la investigación.
   c) El método científico es infalible.
   d) El método científico planea las actividades y los procedimientos utilizados en la investigación.
   e) El método científico le permite al investigador no improvisar y evita que llegue a resultados confusos.
10. Conjetura o supuesta solución a un problema científico planteado:
    a) ley
    b) teoría
    c) hipótesis
    d) postulado
11. Procedimientos empleados en el método científico para comprobar una hipótesis:
    a) la demostración formal
    b) la observación
    c) la experimentación
    d) todas son correctas
12. Procedimiento empírico que consiste en fijar la atención en un hecho o fenómeno para percibirlo por medio de nuestros sentidos con el fin de obtener información acerca de su comportamiento:
    a) experimentación
    b) observación
    c) deducción
    d) inducción
13. Procedimiento empírico que consiste en producir artificialmente un hecho o fenómeno mediante la recreación de las condiciones para que surja o modifique su comportamiento:
    a) observación
    b) experimentación
    c) deducción
    d) inducción
14. Consiste en inferir una proposición general a partir de varias proposiciones de casos particulares:
    a) deducción
    b) analogía
    c) análisis
    d) inducción

15. Consiste en inferir una solución particular a partir de conocimientos generales:
a) deducción
b) analogía
c) análisis
d) inducción

16. Consiste en inferir relaciones o consecuencias semejantes en fenómenos parecidos:
a) deducción
b) analogía
c) análisis
d) inducción

17. Ciencias que estudian lo relacionado con ideas:
a) ciencias formales
b) ciencias factuales

18. Ciencias que estudian lo relacionado con hechos:
a) ciencias formales
b) ciencias factuales

19. Ciencia que estudia la materia, la energía y la relación entre ambas:
a) biología
b) geografía
c) física
d) química

20. Rama de la física cuyos conocimientos se obtuvieron hasta finales del siglo XIX y son acerca del movimiento de la luz, el calor, el sonido y los fenómenos electromagnéticos:
a) física clásica
b) física aristotélica
c) física cuántica
d) física moderna

21. Dos ramas de la física clásica son:
a) electromagnetismo y física cuántica
b) cuántica y acústica
c) relatividad y cinemática
d) mecánica y óptica

22. Rama de la física cuyo desarrollo empezó a principios del siglo XX, sus estudios se vinculan con los fenómenos relacionados con las partículas elementales y el movimiento de partículas a velocidades comparables a la de la luz:
a) física aristotélica
b) física clásica
c) física moderna
d) física molecular

23. Son ramas de la física moderna:
a) termodinámica y mecánica
b) electromagnetismo y mecánica
c) relatividad y física cuántica
d) acústica y óptica

24. Es resultado de la aplicación de la ciencia:
a) filosofía
b) religión
c) tecnología

Tema 2

Magnitudes físicas y su medición

- La medición
- La necesidad de usar unidades patrón o estándar en la medición
- Sistema cegesimal, CGS
- Sistema internacional de medidas, SI
- Prefijos del SI
- Cantidades físicas fundamentales y derivadas
- Otras unidades útiles
- Sistema británico gravitacional o sistema inglés
- Conversión de unidades
- Notación científica
- Operaciones en notación científica
- Teoría de la medición
- La incertidumbre en el proceso de medición
- Errores en la medición
- Precisión y exactitud de una medida
- Incertidumbre o error absoluto
- Error relativo y exactitud
- Cifras significativas

La medición

La meta principal de la física es descubrir las leyes generales de la naturaleza y expresarlas de manera racional y objetiva; cumple esta misión utilizando el método científico experimental, el cual se basa en la observación de los fenómenos y en la realización de experimentos que implican la medición de cantidades físicas.

Llamamos **cantidad física** a todo aquello que se puede medir. Por ejemplo, la longitud, la masa, el tiempo, el volumen, el área, etcétera.

Al medir en realidad comparamos la magnitud (tamaño) de la cantidad física con un patrón universal aceptado como **unidad de medida.** Este patrón puede aparecer en cintas métricas, relojes, balanzas o termómetros. Dicha comparación consiste en contar cuántas unidades de medida caben en la magnitud de la cantidad física que se mide. Por ejemplo, si la masa de un niño es de 20 kilogramos, significa que su masa es 20 veces mayor que 1 kilogramo. Es importante que el patrón seleccionado como unidad de medida sea de la misma clase del objeto que va a medirse. Una unidad de longitud, ya sea metro, pie o centímetro, se utilizará para distancias, y una unidad de masa, como podría ser el kilogramo o el gramo, para medir la masa de un cuerpo.

A todo aquello utilizado como patrón para medir se le llama **unidad física**.

El término **magnitud** lo usamos para referirnos a la medida de una cantidad física y se determina mediante un número y una unidad física. Por ejemplo, 8 kilogramos, 15 metros, 25 pies o 20 minutos.

La necesidad de usar unidades patrón o estándar en la medición

La necesidad de establecer unidades patrón de medida la podemos ilustrar con el siguiente ejemplo: supongamos que requerimos medir el ancho de un salón con cualquier objeto al alcance de la mano.

Consideremos que se obtuvieron las siguientes medidas:

Unidad de medida	Magnitud
Libro	20 libros
Pluma	37 plumas
Lápiz	40 lápices
Borrador	35 borradores

¿Podemos visualizar el ancho del salón mediante cualquiera de las unidades utilizadas en esta medición? Como hay libros de muchos tamaños, un ancho de 20 libros no tiene sentido como expresión de medida, lo mismo podemos decir de las otras unidades de medida aplicadas.

A partir de esta situación podemos decir que se necesita alguna unidad patrón o estándar para tener una

interpretación uniforme de las medidas de las cantidades físicas.

En la antigüedad, cada civilización establecía sus patrones de medida. Sin embargo, el comercio y el desarrollo de la ciencia crearon la necesidad de llegar a una estandarización de las medidas de longitud, masa, tiempo y volumen. En 1795 se llevó a cabo la convención mundial de ciencia en París y como resultado se estableció el sistema de unidades denominado **sistema métrico decimal**.

Las unidades fundamentales del sistema métrico decimal son:

De longitud, el metro.

De masa, el kilogramo.

De tiempo, el segundo.

Por esta razón, también se le denomina sistema de unidades MKS.

El metro se definió como la diezmillonésima parte $\left(\frac{1}{10^7}\right)$ de la distancia del Polo Norte al Ecuador, medido a lo largo del meridiano que pasa por París.

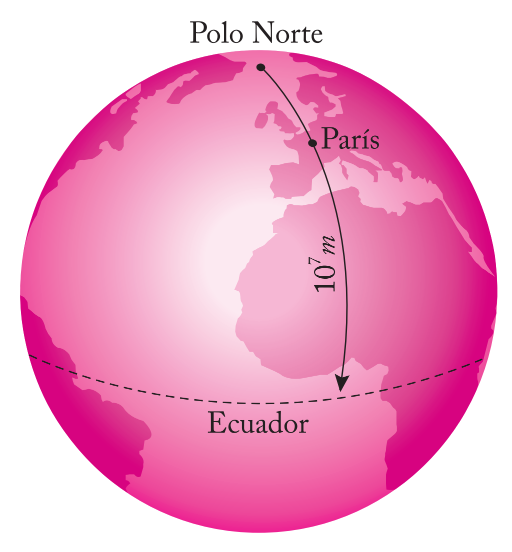


Figura 1.7 Punto de referencia para medir el metro.

Esta longitud se marcó sobre una barra de platino e iridio haciendo dos ranuras sobre ellas. La distancia entre estas ranuras, cuando la temperatura de la barra es de 0 °C, es de un metro.

El kilogramo se definió a partir de un volumen específico: el de un cubo de 0.1 metros por lado, lleno de agua pura a 4 °C.

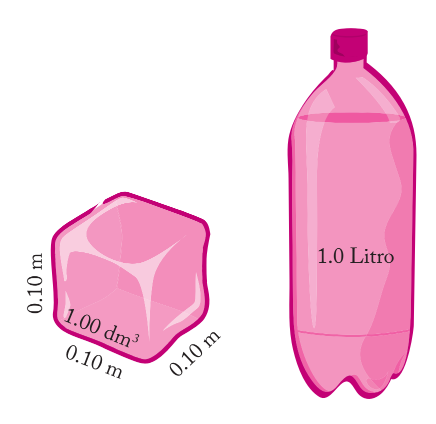


Figura 1.8 Definición de un kilogramo a partir de un volumen específico.

Como unidad de tiempo, el segundo se definió como $\frac{1}{86\,400}$ de un de un día solar promedio (1 día solar = 24 horas = 1440 minutos = 86 400 segundos). El día solar medio es el largo promedio de un día en un año.

La ventaja más sobresaliente del sistema métrico decimal es que unidades de diferentes tamaños pueden relacionarse por múltiplos y submúltiplos de 10; es decir, con prefijos indica potencias de diez para denominar distintas unidades. Por ejemplo, un décimo de un metro es un *decímetro*; un centésimo de metro, un *centímetro*, y un milésimo de un metro, un *milímetro*. Asimismo, diez metros es un *decámetro*; cien metros, un *hectómetro*, y mil metros, un *kilómetro*.

Sistema cegesimal, CGS

En 1881 se celebró en París el congreso internacional de electricistas; ahí se aceptó el sistema cegesimal, o CGS –que propuso el fisicomatemático Karl Friedrich Gauss–, cuyas unidades fundamentales son el centímetro para la longitud, el gramo para la masa y el segundo para el tiempo. Las iniciales de estas unidades dan origen al nombre del sistema: CGS o cegesimal.



Figura 1.9 Karl Friedrich Gauss propuso en 1881 el sistema cegesimal.

Las unidades fundamentales del sistema CGS son:

Cantidad física	Unidad básica	Símbolo
Longitud	Centímetro	cm
Masa	Gramo	g
Tiempo	Segundo	s

Sistema internacional de unidades, SI

En 1960, la comunidad científica internacional estandarizó una versión moderna del sistema métrico decimal: el sistema internacional de unidades o SI, el cual se aplicaría para medir todas las cantidades físicas.

El SI se basa en siete cantidades físicas fundamentales. Observa la siguiente tabla.

Tabla 1.1 Unidades fundamentales del SI

Cantidad	Unidad	Símbolo de la unidad
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Temperatura	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	Mol	mol
Corriente eléctrica	Ampere	A
Intensidad de luminosidad	Candela	cd

La tabla 1.2 muestra la definición científica de las unidades fundamentales del SI. Éstas contienen una serie de términos que te pueden parecer confusos, pero conforme avances en el estudio de la física los irás comprendiendo.

Prefijos del SI

Cuando expresamos una cantidad física, por ejemplo 100 metros, comparamos la distancia con la longitud de un metro. Una longitud de cien metros significa que dicha longitud es cien veces mayor que la de un metro. Aunque se puede expresar cualquier cantidad en términos de la unidad fundamental, a veces no resulta muy conveniente. Por ejemplo, si decimos que la distancia entre dos ciudades es de 960 000 metros, es obvio que este referente de medida no es el más adecuado para describir una distancia tan grande, por lo que resulta más acertado usar una unidad de longitud mayor, como el kilómetro, el cual equivale a 1000 metros. Así, tenemos que la distancia entre dichas ciudades es de 960 kilómetros.

Al medir cantidades, pequeñas o grandes, sus unidades se expresan agregando un prefijo a la unidad estándar o fundamental. Por ejemplo, el prefijo *mili* designa una milésima parte de la longitud de un metro, es decir, 1 milímetro = 0.001 metros.

Tabla 1.2 Definiciones de las unidades fundamentales del SI

De longitud, el metro.
De masa, el kilogramo.
De tiempo, el segundo.

Por esta razón, también se le denomina sistema de unidades MKS.

- Un **metro** es la distancia que viaja la luz en el vacío en $\frac{1}{29\,979\,458}$ de un segundo.
- Un **kilogramo** se define como la masa de un cilindro prototipo de una aleación de iridio platino que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas.
- Un **segundo** es igual a 9 192 631 770 periodos de la oscilación electromagnética natural durante la transición al estado raso ${}^2s_{\frac{1}{2}}$ de cesio-133.
- Un **Kelvin** es $\frac{1}{273.16}$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua, que es aquella en que dadas ciertas condiciones de presión, el agua coexiste simultáneamente en equilibrio como sólido, líquido y gas.
- Un **ampere** es la corriente constante que, si se mantiene en dos conductores paralelos rectos de una longitud infinita y área transversal insignificante y colocados en el vacío a una distancia de 1 metro, producirá sobre cada conductor una fuerza de 2×10^{-7} newtons por metro de longitud.
- La **candela** es la intensidad luminosa, en la dirección $\frac{1}{600000}$ m^2 de un cuerpo negro, a la temperatura de congelación del platino que es de 2045 K y a una presión de 101 325 pascales.
- Un **mol** es la cantidad de sustancia que contiene tantas entidades elementales como hay átomos en 0.012 kilogramos de carbono-12.

Tabla 1.3 Prefijos de mayor uso en el SI

Mayores que 1

Prefijo	Símbolo	Significado	Valor numérico	Expresión en notación científica
Giga	G	Mil millones	1 000 000 000	1×10^9
Mega	M	Millón	1 000 000	1×10^6
Kilo	K	Mil	1 000	1×10^3
Hecto	h	Cien	100	1×10^2
Deca	Da	Diez	10	1×10

Menores que 1

Prefijo	Símbolo	Significado	Valor numérico	Expresión en notación científica
Deci	d	Décimo	0.1	1×10^{-1}
Centi	c	Centésimo	0.01	1×10^{-2}
Mili	m	Milésimo	0.001	1×10^{-3}
Micro	u	Millonésimo	0.000 001	1×10^{-6}
Nano	n	Billonésimo	0.000 000 001	1×10^{-9}
Pico	p	Trillonésimo	0.000 000 000 001	1×10^{-12}

La excepción a la regla se aplica en las mediciones de masa, en donde la unidad fundamental, kg, ya tiene prefijo. Una unidad de masa de diferente magnitud se expresa remplazando el prefijo de la unidad de gramo. De esta manera, un centigramo, cg, representa una unidad que tiene la centésima parte de la masa de un gramo.

En la tabla 1.3 se muestran los prefijos de mayor uso en el SI.

Cantidades físicas fundamentales y derivadas

Como lo explicamos en párrafos anteriores, las cantidades físicas fundamentales del SI son longitud, masa, tiempo, temperatura, cantidad de sustancia, corriente eléctrica e intensidad de luminosidad. Se les llama fundamentales porque no se definen en función de otras.

Partiendo de las cantidades físicas fundamentales se pueden definir otras como área, volumen, densidad y velocidad. A este tipo de cantidades físicas se les denomina **cantidades físicas derivadas** porque resultan de diversas combinaciones de las cantidades físicas fundamentales. Por ejemplo, la unidad de área se obtiene al multiplicar dos unidades de longitud; de este modo, dado que la unidad de longitud del SI es el metro, entonces la unidad derivada de área del SI es el metro cuadrado (m^2). Del mismo modo, la unidad de volumen se deriva del producto de tres unidades de longitud; por consiguiente, la unidad derivada de volumen del SI es el metro cúbico (m^3).

En física, la rapidez con la que un cuerpo se mueve se define como la razón de la distancia que recorre en un intervalo de tiempo; por consiguiente, la unidad derivada de rapidez en el SI es el metro sobre segundo, m/s.

La tabla 1.4 muestra algunas cantidades físicas derivadas y su unidad correspondiente en el SI.

Tabla 1.4 Unidades derivadas del SI

Cantidad	Unidad	Símbolo de la unidad
Área	Metro cuadrado	m^2
Volumen	Metro cúbico	m^3
Densidad de la masa	Kilogramo por metro cúbico	kg/m^3
Energía	Joule	J
Calor de fusión	Joule por kilogramo	J/kg
Calor de evaporación	Joule por kilogramo	J/kg
Calor específico	Joule por kilogramo-kelvin	J/kg · K
Presión	Pascal	Pa
Potencial eléctrico	Volt	V

Otras unidades útiles

A pesar de que el sistema métrico decimal es un precursor del SI, algunas cantidades físicas derivadas de aquél tienen unidades diferentes a las de éste.

Dado que estas unidades son muy comunes y todavía están en uso, la tabla 1.5 presenta algunas de ellas para tu referencia.

Tabla 1.5 Unidades métricas

Cantidad física	Unidad básica	Símbolo
Volumen	Litro (0.001 m^3)	L
Temperatura	Grado Celsius	°C
Calor específico	Joule por kilogramo-grado Celsius	J/kg · °C
Presión	Milímetro de mercurio	mm Hg
Energía	Caloría	Cal

Sistema británico gravitacional o sistema inglés

El sistema inglés es un sistema técnico gravitacional, ya que considera el peso como una cantidad física fundamental y la masa como una cantidad física derivada.

A reserva de que el concepto peso lo analizaremos más adelante, podemos decir que es la fuerza de atracción que ejerce la masa de la Tierra sobre la masa de un cuerpo.

Las unidades fundamentales del sistema inglés se muestran en la tabla 1.6.

Tabla 1.6 Unidades fundamentales del sistema inglés

Cantidad física	Unidad fundamental
Longitud	Pie
Peso	Libra
Tiempo	segundo

El peso de una libra equivale a 454 g; por lo tanto, se establece la igualdad 1 kg = 2.2 lb.

Dado que en Estados Unidos todavía se utiliza el sistema inglés, la siguiente tabla presenta algunas equivalencias entre las unidades físicas.

1 pie = 12 pulgadas	1 milla = 1.609 km
1 yarda = 3 pies	1 kg = 2.2 lb
= 36 pulgadas	1 libra = 454 g
1 pie = 30.48 cm	1 galón = 3.785 litros
1 pulgada = 2.54 cm	1 slug = 32 libras
1 yarda = 0.914 m	1 libra = 16 onzas

Conversión de unidades

En la solución de problemas de física, con frecuencia las magnitudes de las cantidades físicas están expresadas en diferentes unidades físicas.

Por ejemplo, si en un problema la masa de un objeto está expresada en gramos y la queremos sumar con otra enunciada en kilogramos, efectuar la operación requiere que ambas magnitudes estén manifestadas en gramos o kilogramos.

Matemáticamente se necesita efectuar lo que se llama **conversión de unidades**. Para realizar esta operación se aplica el denominado método del factor unitario, el cual explicaremos con los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1.1 La longitud de una pluma es de 15.6 cm. Expresa dicha magnitud en metros.

Solución

La relación numérica entre un metro y un centímetro es 1 m = 100 cm y tenemos las siguientes razones:

$$\frac{100\text{ cm}}{1\text{ m}} = \frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}} = 1$$

Para expresar 15.6 cm como una medida en metros, debes multiplicar 15.6 cm por la razón que cancela la unidad de cm; es decir, la multiplicas por $\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}}$. Así: (15.6 cm)(1) = 15.6 cm

$$(15.6\ \cancel{\text{cm}})\left(\frac{1\text{ m}}{100\ \cancel{\text{cm}}}\right) = 15.6\text{ cm}$$

$$\frac{15.6\text{ m}}{100} = 15.6\text{ cm}$$

$$0.156\text{ m} = 15.6\text{ cm}$$

15.6 cm = 0.156 m

Observa que el método del factor unitario no altera la magnitud de la cantidad física porque se multiplica por un factor que es igual a uno.

El factor unitario por el que se multiplica una magnitud física para efectuar una conversión de unidades se debe seleccionar de manera que si la unidad que se quiere cancelar se encuentra en el numerador, es necesario elegir el factor unitario que la tiene en el denominador.

De manera inversa, si la unidad que se busca cancelar está en el denominador, se selecciona el factor unitario que la tiene en el numerador. Veamos otros ejemplos.

Ejemplo 1.2 El área de un cartel de publicidad es de 800 cm^2. Expresa esta magnitud en m^2.

Solución

$$1\text{ m} = 100\text{ cm}$$
$$(1\text{ m})^2 = (100\text{ cm})^2$$
$$1\text{ m}^2 = 10\,000\text{ cm}^2$$

Apliquemos a continuación el método del factor unitario:

$$\frac{1\text{ m}^2}{10\,000\text{ cm}^2} = \frac{10\,000\text{ cm}^2}{1\text{ m}^2} = 1$$

$$800\text{ cm}^2(1) = 800\text{ cm}^2$$

La unidad que queremos eliminar es cm^2; entonces seleccionamos el factor unitario $\frac{1\text{ m}^2}{10\,000\text{ cm}^2}$ para obtener:

$$800\,\cancel{\text{cm}^2}\left(\frac{1\text{ m}^2}{10\,000\,\cancel{\text{cm}^2}}\right) = 800\text{ cm}^2$$

$$\frac{800}{10\,000}\text{m}^2 = 800\text{ cm}^2$$

$$0.08\text{ m}^2 = 800\text{ cm}^2$$

$0.08\text{ m}^2 = 800\text{ cm}^2$

Ejemplo 1.3 La velocidad promedio de un automóvil es de 90 km/h. Expresa dicha magnitud en m/s.

Solución

En este caso es preciso efectuar dos conversiones de unidades: de kilómetros a metros y de horas a segundos:

$$1\text{ km} = 1000\text{ m} \qquad 1\text{ h} = 3600\text{ s}$$

$$\frac{1\text{ km}}{1000\text{ m}} = \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} = 1 \qquad \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = \frac{3600\text{ s}}{1\text{ h}} = 1$$

Recuerda que 1 hora = 60 minutos = 60(60) segundos = 3600 segundos.

Dado que necesitamos cancelar la unidad de kilómetros, seleccionamos el factor unitario $\frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}}$ y también debemos cancelar la unidad de horas, elegimos el factor unitario $\frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}}$.

Luego:

$$90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \left(90\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\right)\left(\frac{1000\text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}}\right)\left(\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}}\right)$$

$$= \frac{90(1000\text{ m})}{3600\text{ s}}$$

$$= 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

I. Indaga las equivalencias de las siguientes unidades físicas.

1. 1 kilómetro = _____ m (metros)
2. 1 metro = _____ cm (centímetros)
3. 1 metro = _____ mm (milímetros)
4. 1 milla = _____ km (kilómetros)
5. 1 pulgada = _____ cm (centímetros)
6. 1 pie = _____ cm (centímetros)
7. 1 pie = _____ in (pulgadas)
8. 1 milla = _____ m (metros)
9. 1 yarda = _____ cm (centímetros)
10. 1 yarda = _____ m (metros)
11. 1 yarda = _____ ft (pies)
12. 1 kilogramo = _____ g (gramos)
13. 1 kilogramo = _____ libras (1b)
14. 1 libra = _____ gramos (g)
15. 1 onza = _____ gramos (g)
16. 1 tonelada = _____ kilogramos (kg)
17. 1 libra = _____ onzas (oz)
18. 1 tonelada = _____ libras (lb)
19. 1 minuto = _____ segundos (s)
20. 1 hora = _____ minutos (min)
21. 1 hora = _____ segundos (s)
22. 1 día = _____ horas (h)

II. Realiza las siguientes conversiones de unidades.

1. 8 kilómetro a metros

2. 5.4 metros a centímetros

3. 1250 milímetros a metros

4. 1.6 kilogramos a gramos

5. 8600 gramos a kilogramos

6. 4 horas a minutos

7. 36 libras a kilogramos

8. 90 kilómetros a metros

9. 3 horas a minutos

10. 1 hora a segundos

11. 12 minutos a segundos

12. 10 kilogramos a libras

13. 14 000 gramos a kilogramos

14. 7299 segundos a horas

15. 360 centímetros a metros

16. 285 pies a metros

17. 48 metros a pies

18. 40 pulgadas a centímetros

19. 72 km/h a m/s

20. 40 m/s a km/h

21. 8 pulgadas a centímetros

22. Marca con una **X** el tipo de magnitud (fundamental o derivada) que corresponda la cantidad física que se te indica.

Cantidad física	Magnitud fundamental	Magnitud derivada
La velocidad de un automóvil		
Un litro de leche		
La distancia que caminas		
El área del piso de tu casa		
La temperatura corporal		
El desplazamiento de tu casa a la escuela		
El volumen de una piedra		
El tiempo que tardas en recorrer 100 metros		

23. La siguiente tabla contiene algunas magnitudes fundamentales y derivadas, complétala colocando las unidades de medidas correspondientes a cada cuadro.

Magnitud	SI	CGS	Inglés
Longitud			
Masa			
Tiempo			
Área			
Energía			
Densidad de la masa			

24. Construye la siguiente tabla de equivalencias relativas de unidades a la transformación de un sistema a otro.

Longitud						
	cm	m	km	pulg	pie	milla
Centímetro						
Metro						
Kilómetro						
Pulgada						
Pie						
Milla						

Masa					
	g	kg	Slug	libra	onza
Gramo					
Kilogramo					
Slug					
Libra					
Onza					

Tiempo					
	seg	min	h	día	año
Segundo					
Minuto					
Hora					
Día					
Año					

25. Completa la siguiente tabla investigando los tipos de instrumentos de medición más utilizados en tu comunidad, región o localidad.

Instrumento	Función	Unidad de medida

Notación científica

La notación científica consiste en expresar números muy grandes o muy pequeños con la ayuda de las potencias de base 10.

Cuando un número se escribe en notación científica aparece como un número mayor o igual que 1, pero menor que 10 multiplicado por alguna potencia de base 10. Por ejemplo:

- 4.6×10^{5}
- 3.9×10^{-5}
- 10^{7}

A continuación analizaremos los pasos que debes seguir para expresar un número en notación científica.

- **Caso 1. El número dado es mayor que 1**
  En este caso, el punto decimal se recorre a la izquierda y se escribe a la derecha del primer dígito diferente de cero; después se multiplica por una potencia de base 10 con exponente igual al número de lugares que se movió el punto decimal.
  Escribe los siguientes números en notación científica:

  a) 41 800 000 = 4.18×10^{7}
  b) 345 800 = 3.45×10^{5}
  c) 64 800 000 000 = 6.48×10^{10}

- **Caso 2. El número dado es menor que 1**
  En este caso, el punto decimal se recorre a la derecha y se escribe a continuación del primer dígito diferente de cero; después se multiplica el número obtenido por una

potencia de base 10 con exponente igual al número de lugares que se movió el punto decimal, pero con signo negativo.

Escribe los siguientes números en notación científica.

a) 0.000 057 = 5.7×10^{-5}
b) 0.0078 = 7.8×01^{-3}
c) 0.000 000 0065 = 6.5×10^{-9}
d) 0.425 81 = 4.22581×10^{-1}
e) 2.23 En este caso no se hace nada porque dicho número está escrito en notación científica.

Operaciones en notación científica

Multiplicación

Supongamos que se requiere multiplicar los números $M \times 10^m$ y $N \times 10^n$. Primero multiplicamos M por N y luego las potencias de base 10 de acuerdo con la siguiente ley de los exponentes.

$$x^m \bullet x^n = x^{m+n}$$

En este caso particular:

$$10^m \bullet 10^n = 10^{m+n}$$

Ejemplo 1.4 Realiza las siguientes multiplicaciones en notación científica.
360 000 × 40 000 000

Solución
Primero expresamos los números en notación científica:
360 000 = 3.6×10^5
40 000 000 = 4×10^7

$$(3.6 \times 10^5)\,(4 \times 10^7) = 14.4 \times 10^{12}$$
$$= 1.44 \times 10^{12+1}$$
$$= 1.44 \times 10^{13}$$

Ejemplo 1.5 0.000 000 09 × 5000

Solución
0.000 000 09 = 9×10^{-8}
5000 = 5×10^3

$$(9 \times 10^{-8})\,(5 \times 10^3) = 45 \times 10^{-8+3}$$
$$= 45 \times 10^{-5} = 4.5 \times 10^{-5+1}$$
$$= 4.5 \times 10^{-4}$$

Ejemplo 1.6 0.000 92 × 0.004

Solución
0.000 92 = 9.2×10^{-4}
0.004 = 4×10^{-3}

$$(9.2 \times 10^{-4})\,(4 \times 10^{-3}) = 36.8 \times 10^{-4+(-3)}$$
$$= 36.8 \times 10^{-4-3}$$
$$= 36.8 \times 10^{-7}$$
$$= 3.68 \times 10^{-7+1}$$
$$= 3.68 \times 10^{-6}$$

División

Para dividir $M \times 10^m$ entre $N \times 10^n$, primero necesitamos dividir M entre N y después, de acuerdo con las leyes de los exponentes, tenemos:

$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$

Ejemplo 1.7 Realiza las siguientes divisiones en notación científica.

$$\frac{82\ 000\ 000}{4000}$$

Solución
82 000 000 = 8.2×10^7
4000 = 4×10^3

$$\frac{8.2 \times 10^7}{4 \times 10^3} = 2.05 \times 10^{7-3}$$
$$= 2.05 \times 10^4$$

Ejemplo 1.8 $\frac{1.2 \times 10^5}{6 \times 10^9}$

Solución

$$\frac{1.2 \square 10^5}{6 \square 10^9} = \frac{12 \square 10^4}{6 \square 10^9}$$
$$= 2 \times 10^{-5}$$

Ejemplo 1.9 $\frac{1.4 \times 10^6}{7 \times 10^{-2}}$

Solución

$$\frac{1.4 \times 10^6}{7 \times 10^{-2}} = \frac{14 \times 10^5}{7 \times 10^{-2}}$$
$$= 2 \times 10^{5-(-2)}$$
$$= 2 \times 10^{5+2}$$
$$= 2 \times 10^7$$

Ejemplo 1.10 $\frac{9 \times 10^{-6}}{3 \times 10^4}$

Solución

$$= 3 \times 10^{-6-4}$$
$$= 3 \times 10^{-10}$$

Suma y resta

Para sumar o restar cantidades en notación científica, las potencias de 10 deben ser iguales. Veamos unos ejemplos.

Ejemplo 1.11 Realiza la siguiente suma en notación científica.
$6.2 \times 10^5 + 2.0 \times 10^5$

Solución
Al extraer 10^5 como factor común resulta:

$$10^5(6.2 + 2.0) = 8.2 \times 10^5$$

Ejemplo 1.12 Realiza la siguiente resta.
$7 \times 10^9 - 2 \times 10^8$

Solución
Primero expresamos el número 7×10^9 como una potencia de 10 con exponente 8, o bien, el número 2×10^8 como una potencia de 10 con exponente 9.

Primera situación	Segunda situación
$7 \times 10^9 = 70 \times 10^8$	$2 \times 10^8 = 0.2 \times 10^9$
$70 \times 10^8 - 2 \times 10^8 = 10^8(70 - 2)$	$7 \times 10^9 - 0.2 \times 10^9 = 10^9(7 - 0.2)$
$= 68 \times 10^8$ $= 6.8 \times 10^9$	$= 6.8 \times 10^9$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

I. Expresa las cantidades físicas que se indican en notación científica.

1. La distancia promedio de la Tierra al Sol es de 93 000 000 millas.

   ____

2. La masa de un protón es de 0.000 000 000 000 000 000 000 16 gramos.

   ____

3. La superficie aproximada de la Tierra es de 148 000 000 000 000 m^2.

   ____

4. El tamaño aproximado de un virus es de 0.000 000 042 m.

   ____

5. La masa aproximada de la Tierra es de 6100 000 000 000 000 000 000 000 kg.

   ____

6. La masa aproximada de cierta molécula es de 0.000 0045 g.

   ____

II. Realiza las siguientes operaciones en notación científica.

1. 45 000 000 × 0.000 14 =
   a) 6.3×10^3
   b) 6.3×10^5
   c) 6.3×10^2
   d) 6.3×10^4

a) 6.3×10^3

2. 200 000 000 × 0.000 016 =
   a) 3.2×10^{13}
   b) 3.2×10^4
   c) 3.2×10^5
   d) 3.2×10^3

3. $\dfrac{0.000\,000\,014}{7000\,000} =$

a) 2×10^{-14}
b) 2×10^{-15}
c) 2×10^{2}
d) 2×10^{-2}

4. $\dfrac{9000\,000\,000\,000}{300\,000\,000} =$

a) 3×10^{6}
b) 3×10^{20}
c) 3×10^{4}
d) 3×10^{5}

c) 3×10^{4}

5. $\dfrac{150\,000}{0.000\,03} =$

a) 5×10^{-1}
b) 5×10
c) 5×10^{10}
d) 5×10^{9}

d) 5×10^{9}

6. $\dfrac{4000}{0.000\,000\,002} =$

a) 2×10^{12}
b) 2×10^{-6}
c) 2×10^{14}
d) 2×10^{6}

7. $7 \times 10^8 + 2 \times 10^8$

a) 9×10^8
b) 9×10^{16}
c) 9×10^0
d) 9×10

a) 9×10^8

8. $5 \times 10^{12} + 9 \times 10^{12}$

a) 1.4×10^{11}
b) 1.4×10^{13}
c) 1.4×10^{12}
d) 1.4×10^{14}

9. $4 \times 10^8 + 7 \times 10^7$

a) 11×10^{15}
b) 4.7×10^9
c) 4.7×10^6
d) 4.7×10^8

10. $3 \times 10^4 + 2 \times 10^3$

a) 3.2×10^4
b) 3.2×10^7
c) 3.2×10^5
d) 3.2×10^3

a) 3.2×10^4

11. $8 \times 10^{5} + 4 \times 10^{6}$

a) 4.8×10^{5}

b) 4.8×10^{7}

c) 4.8×10^{6}

d) 4.8×10^{7}

12. $5 \times 10^{-8} + 4 \times 10^{-9}$

a) 5.4×10^{-9}

b) 5.4×10^{-10}

c) 5.4×10^{8}

d) 5.4×10^{-8}

d) 5.4×10^{-8}

13. $7 \times 10^{-6} - 3 \times 10^{-7}$

a) 6.7×10^{-8}

b) 6.7×10^{-6}

c) 6.7×10^{-5}

d) 6.7×10^{-9}

b) 6.7×10^{-6}

14. $5 \times 10^{-12} - 2 \times 10^{-13}$

a) 4.8×10^{-13}

b) 4.8×10^{-14}

c) 4.8×10^{-12}

d) 4.8×10^{12}

Teoría de la medición

Método o formas de medir

Los procedimientos para medir cantidades pueden clasificarse como se muestra a continuación:

- El de contar
- Medición directa
- Medición indirecta

Cómo contar El procedimiento de contar consiste en determinar el número de elementos de un conjunto de objetos y proporciona una medida exacta.

Un ejemplo sería contar el número de naranjas contenido en una bolsa.

Medición directa Por lo general es un proceso visual que consiste en comparar de manera directa la magnitud de una cantidad física con una unidad de medida patrón o estándar. Por ejemplo, medir la estatura de un niño con una cinta métrica; la capacidad de un recipiente observando la cantidad de litros de agua que se requiere para llenarlo, o con un reloj cuánto tiempo tarda un atleta en recorrer cierta distancia.

Medición indirecta Muchas cantidades físicas no se pueden medir directamente; por ejemplo, la temperatura, la aceleración de un móvil, la energía potencial y cinética de un cuerpo, el área de un círculo, entre otras más.

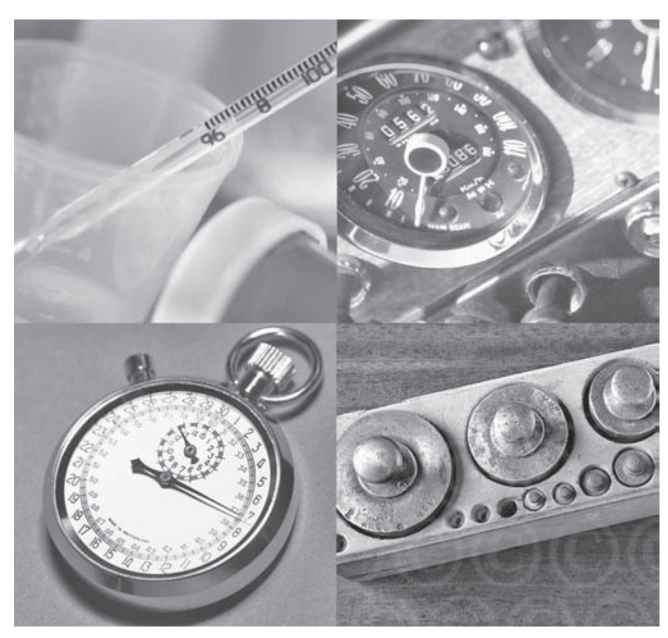
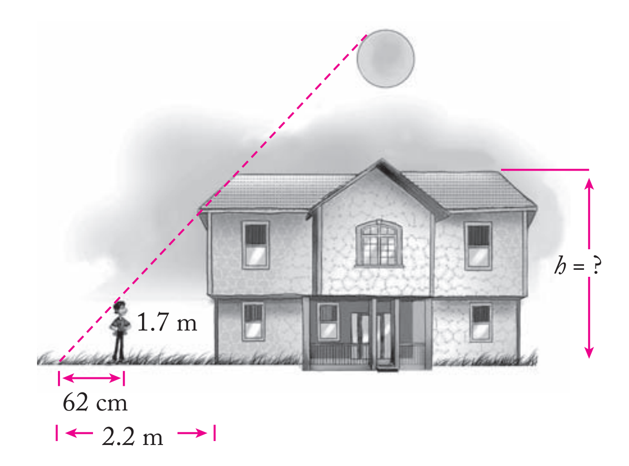


Figura 1.10 Ejemplos de instrumentos que se utilizan para realizar mediciones indirectas.

En algunos casos podemos utilizar instrumentos de medición indirecta, como un termómetro, una balanza o el velocímetro de un auto. En otras ocasiones, realizamos una medición indirecta utilizando una fórmula o ecuación algebraica; por ejemplo, si conocemos el radio de un círculo, es posible calcular su área con la fórmula $A = \pi r^2$.

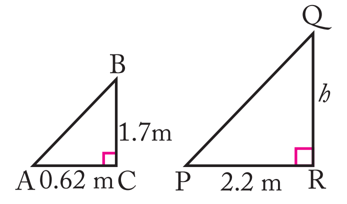
Asimismo, si conocemos el tiempo que tarda un móvil en recorrer una distancia determinada, podemos medir su rapidez promedio mediante la fórmula rapidez = $\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$ o lo que es igual a $v = \frac{d}{t}$ Veamos a continuación un ejemplo de medición indirecta.

Ejemplo 1.13 Considera que necesitas determinar la altura de una casa que proyecta una sombra de 2.2 metros, pero justo cuando comienzas tus cálculos una persona de 1.7 metros de estatura proyecta una sombra de 0.62 metros.



Solución

Con la información disponible podemos construir dos triángulos rectángulos, como se ilustra a continuación:



Dado que los rayos del sol son paralelos, los triángulos ABC y PQR son semejantes, así los ángulos A y P tienen la misma medida; por consiguiente:

$$\tan A = \tan P$$

$$\frac{1.7 \text{ m}}{0.62 \text{ m}} = \frac{h}{2.2 \text{ m}}$$

$$h = \frac{(1.7 \text{ m})(2.2 \text{ m})}{0.62 \text{ m}}$$

$$h = 6.0 \text{ m}$$

La altura de la casa es de 6.0 metros.

La incertidumbre en el proceso de medición

De acuerdo con el resultado de una medición, podemos concluir que hay dos clases de medidas: exactas y aproximadas. Las medidas exactas son, necesariamente, el resultado de contar; por ejemplo, el número de manzanas que hay en un frutero.

Por otra parte, las mediciones de cantidades físicas sólo pueden ser aproximaciones, por eso se conocen como **medidas aproximadas**. Incluso si se emplean los instrumentos de medición más precisos, nunca se obtiene una medida exacta; siempre hay una incertidumbre o error experimental que depende de diversos factores.

La longitud de una regla puede alterarse por los cambios de temperatura; un aparato de medidas eléctricas puede registrar errores debido a los campos magnéticos cercanos a él; la mínima división de la escala del instrumento de medición también es un factor de incertidumbre; entre más pequeña sea la mínima división de la escala, el grado de incertidumbre es menor y, por ende, decimos que la medida obtenida es más precisa.

La exactitud de una medición también depende de la persona que la realiza; por ejemplo, para medir correctamente con un instrumento es necesario observar la escala de frente, de no ser así, se puede cometer un error debido al **paralaje**, el cual se entiende como el cambio aparente de posición de un objeto cuando se le mira desde diferentes ángulos. Así, la lectura del velocímetro de un automóvil puede ser muy diferente si la hace el conductor o un acompañante.

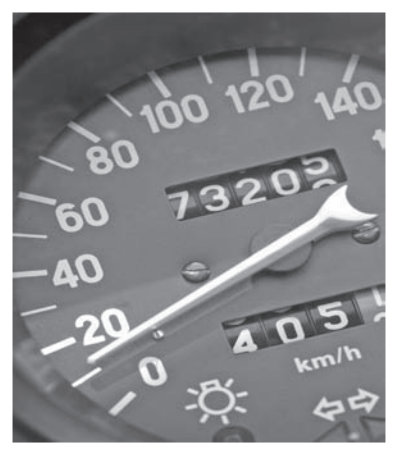


Figura 1.11 La lectura del velocímetro se ve distinta cuando se mira de frente que desde el ángulo del copiloto.

Para evitar el paralaje, los instrumentos de medición deben leerse de frente y colocarse a la altura de los ojos.

Otro factor del cual también depende la incertidumbre de una medida son las características de la cantidad física que se mide. Sus características determinan la repetibilidad en las medidas; es decir, si al repetir varias veces una medición se obtienen resultados iguales o diferentes.

Es posible establecer que el error experimental o incertidumbre en una medida depende de la cantidad física que se mide, con qué se mide y quién lo mide.

Errores en la medición

Los errores en la medición pueden ser de dos clases:

- Sistemáticos
- Aleatorios o circunstanciales

Los **errores sistemáticos** se presentan de manera regular o constante en todas las lecturas de la medición de una cantidad física determinada. Debido a este tipo de errores, las lecturas obtenidas en las mediciones siempre son mayores o menores que la medida real.

En general, las causas de los errores sistemáticos son:

a) Mala calibración de los instrumentos de medición o defectos de fábrica.
b) La mínima división de la escala del instrumento con que se mide.
c) Ciertas condiciones ambientales como la temperatura, la presencia de campos magnéticos o la iluminación
d) La tendencia de la persona que mide a sólo registrar valores mayores o menores de la medida real en forma sistemática.
e) El paralaje.

Los errores sistemáticos no pueden eliminarse por completo. Para reducirlos se recomienda:

- Realizar revisiones o pruebas de control periódicamente, las cuales pueden consistir en cotejar medidas de una cantidad física con diferentes aparatos.
- Evitar el paralaje.
- Seleccionar instrumentos de medición con la mayor precisión posible; o sea, con la mínima división de la escala del instrumento posible.
- Mejorar la pericia de quien mide.

Los **errores aleatorios o circunstanciales** no se presentan de manera regular o sistemática de una medición a otra de una cantidad física determinada. Resultan de factores inciertos y causan que las medidas sucesivas obtenidas se dispersen aleatoriamente alrededor de la medida real con igual probabilidad dentro de cierto intervalo mayor o menor que el valor real.

Aunque es imposible eliminar los errores aleatorios, se pueden estimar matemáticamente determinando un intervalo, cuyo ancho nos proporciona la incertidumbre en la medida. Las medidas sucesivas deben caer dentro de este intervalo.

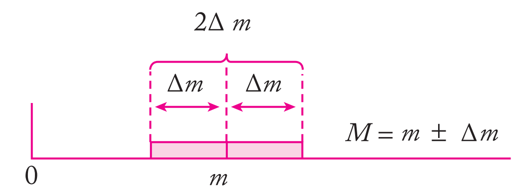


Figura 1.12 Estimación de los errores aleatorios.

Precisión y exactitud de una medida

En el campo de la medición, los términos precisión y exactitud no son sinónimos.

La ***exactitud*** se refiere al grado de coincidencia de una medida con respecto al valor verdadero y la determina la calidad del instrumento de medición. Al medir una cantidad física con un instrumento mal calibrado la medida no será exacta.

Se dice que una medida tiene un alto grado de exactitud si está libre, relativamente, de errores sistemáticos.

La ***precisión*** es el grado de certeza empleado para medir una cantidad física y la *determina la mínima división de la escala* del instrumento de medición.

Al reportar una medida por un número decimal, el emplazamiento de la cifra más alejada a la derecha del punto decimal indica la precisión. Así, una medida de 48 cm se midió con una precisión de 1 cm; 8.6 m tiene una precisión de 0.1 m; 7.46 kg tiene una precisión de 0.01 kg; 42.085 g tiene una precisión de 0.001 g, y así sucesivamente.

Si se tienen dos medidas, la más precisa es aquella obtenida con la menor división de escala del instrumento de medición.

Incertidumbre o error absoluto

Como en toda medida, se presentan errores, ya sea sistemáticos o aleatorios, su resultado se debe expresar como:

$$M = m \pm \Delta m$$

donde m es el valor representativo o el valor más probable de la medida, y Δm representa el intervalo de incertidumbre, al cual también se le llama **error absoluto de la medida**.

El error absoluto representa el máximo error posible.

Debido a que en una medida pueden incidir diferentes causas, es necesario repetir el proceso de medición varias veces en las mismas condiciones.

Al medir varias veces una cantidad física es posible distinguir dos tipos de resultados:

- Los que se repiten; es decir, en los que siempre se obtiene el mismo valor.
- Los que no se repiten.

Si en los resultados siempre se obtiene la misma medida, entonces la estimación de incertidumbre o el error absoluto de la medida Δm es igual a la mitad de la precisión. El valor más probable o representativo de la medida es el resultado de la medición, el cual siempre es igual.

Si al repetir varias veces el proceso de medición de una cantidad física determinada se obtienen lecturas diferentes, el valor más probable de la medida es el promedio (o media aritmética) de todas las medidas.

El intervalo de incertidumbre o error absoluto es igual al promedio de las desviaciones absolutas de cada medida respecto al valor promedio o valor más probable de la medida; o sea:

$$\text{Error absoluto} = \frac{\text{Suma de los valores absolutos de las desviaciones sin tomar en cuenta el signo}}{\text{Número de mediciones}}$$

El valor de cada desviación absoluta nos da una idea de la desviación de la medida respecto al valor promedio.

Una desviación positiva indica que el valor de la medida es mayor que el valor promedio, y una negativa, que es menor.

Ejemplo 1.14 Al medir seis veces la longitud de una varilla se obtuvieron los siguientes resultados:

24.96 cm   24.91 cm
24.92 cm   24.98 cm
24.97 cm   24.90 cm

Determina:

a) El valor más probable de la longitud de la varilla.

Solución

$$m = \frac{24.96 + 24.92 + 24.97 + 24.91 + 24.98 + 24.90}{6} \text{ cm}$$

$$m = 24.94 \text{ cm}$$

b) El intervalo de incertidumbre o *error absoluto de la medida.*

Solución

Determinemos la desviación absoluta de cada medida respecto al valor más probable de la longitud de la varilla.

$$|24.96 \text{ cm} - 24.94 \text{ cm}| = |0.02| = 0.02$$

$$|24.92 \text{ cm} - 24.94 \text{ cm}| = |-0.02| = 0.02$$

$|24.97 \text{ cm} - 24.94 \text{ cm}| = |0.03| = 0.03$
$|24.91 \text{ cm} - 24.94 \text{ cm}| = |-0.03| = 0.03$
$|24.98 \text{ cm} - 24.94 \text{ cm}| = |0.04| = 0.04$
$|24.90 \text{ cm} - 24.94 \text{ cm}| = |-0.04| = 0.04$

Calculamos a continuación el error absoluto del valor más probable, que es igual al promedio o media aritmética de las desviaciones absolutas.

$$\Delta m = \text{Error absoluto} = \frac{0.02 + 0.02 + 0.03 + 0.3 + 0.04 + 0.04}{6}$$

$$\Delta m = \text{Error absoluto} = 0.03 \text{ cm}$$

c) Cómo se debe reportar la longitud de la varilla.

Solución

$$L = m \pm \Delta m$$

$$L = 24.94 \pm 0.03 \text{ cm}$$

El resultado obtenido significa que el valor real está entre (24.94 – 0.03) cm y (24.94 + 0.03) cm, o sea, entre 24.91 y 24.97 cm.

Error relativo y exactitud

El **error relativo** de una medida se define como la razón entre el ancho del intervalo de incertidumbre (o error absoluto) y el valor más probable de la medida.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor más probable}} = \frac{\Delta m}{m}$$

Así, en nuestro ejemplo anterior:

$$\text{Error relativo} = \frac{0.03}{24.94} = 0.0012$$

El error relativo nos proporciona una base para comparar la exactitud de dos medidas; la más exacta es la que tiene menor error relativo.

Cifras significativas

Para estimar la incertidumbre (o error absoluto) de una medida se utiliza la convención de cifras significativas, la cual establece que sólo se conservan las cifras consideradas confiables. Por ejemplo, decir que la longitud de una varilla es de 20.8 cm significa que la longitud se midió con una precisión de 0.1 cm; y el error absoluto de la medida es igual a la mitad de la precisión.

Así, tenemos que:

$$\Delta m = \frac{0.1 \text{ cm}}{2}$$

$$\Delta m = 0.05 \text{ cm} \qquad \text{(error absoluto)}$$

Esto significa que la longitud de la varilla está comprendida entre 20.75 cm y 20.85 cm, o sea, equivale a 20.8 ± 0.05 cm.

De acuerdo con la medida registrada, 20.8 cm, concluimos que el número 8 (último dígito) es una cifra estimada y que tenemos certeza de las cifras 2 y 0.

En el trabajo científico toda medida se debe expresar con los dígitos de los cuales tenemos certeza en el proceso de medición, o sea, las cifras correctas y la primera cifra estimada. Estas cifras se denominan *cifras significativas* porque sabemos que son razonadamente confiables.

En la figura 1.13 se ilustra un mosaico cuya longitud de ancho se mide con dos reglas. La regla de arriba está calibrada en centímetros, y la de abajo, en milímetros.

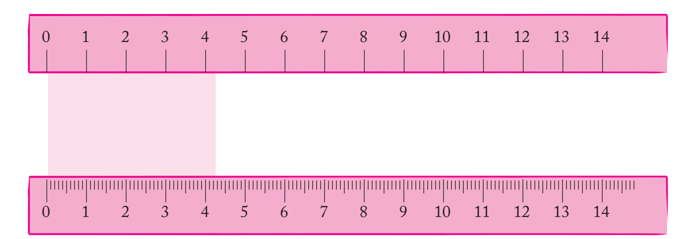


Figura. 1.13 Reglas calibradas en centímetros y en milímetros, respectivamente.

Al medir con la regla calibrada en centímetros, observamos que la longitud del ancho está entre 4 y 5 cm. Por lo tanto, tenemos la certeza de que 4 cm es una cifra correcta. Dado que no hay división más exacta entre 4 y 5 cm, estimamos la longitud entre 4 y 5 cm. La aproximación depende de la persona que mide, una podría estimarla en 0.2 cm, otra en 0.3 cm, y otros en 0.4 cm.

Si estimamos que la longitud entre 4 y 5 cm es 0.2 cm, entonces expresamos la longitud del ancho del mosaico como $a = 4.2$ cm.

Observa que la precisión de la medida es 0.1 cm; por lo tanto, el ancho de su intervalo de incertidumbre o error absoluto es:

$$\Delta m = \frac{0.1 \text{ cm}}{2}$$

$$\Delta m = 0.05 \text{ cm}$$

Lo anterior significa que la longitud exacta del ancho del mosaico cae entre 4.2 ± 0.05 cm; es decir, entre (4.2 – 0.05 cm) y (4.2 + 0.05 cm), o lo que es lo mismo: entre 4.15 cm y 4.25 cm.

Al medir con la regla calibrada en milímetros, observamos que la longitud del ancho está entre 4.2 y 4.3 cm. Tenemos entonces la certeza de que los dígitos de 4.2 cm son cifras correctas y como no hay división más fina entre 4.2 y 4.3 cm, estimamos la longitud que hay entre 4.2 y 4.3 cm.

Supongamos que estimamos 0.06 cm, entonces expresamos la medida como 4.26 cm.

Observa que la precisión de la medida es 0.01 cm; por consiguiente, el ancho de su intervalo de incertidumbre (error absoluto) está dado por:

$$\text{Error absoluto} = \Delta m = \frac{0.01\text{ cm}}{2}$$

$$\Delta m = 0.005\text{ cm}$$

Lo anterior significa que la longitud exacta del ancho cae entre 4.26 ± 0.005 cm, o sea, entre 4.255 y 4.265 cm.

Si queremos determinar cuál medida es la más exacta de ambas, seguimos el siguiente proceso:

1. Calculamos el error relativo de cada medida:
   a) $m_1 = 4.2$ cm
   b) $m_2 = 4.26$ cm

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto o intervalo de incertidumbre}}{\text{Medida obtenida}}$$

Para la medida obtenida con la regla calibrada en centímetros (4.2 cm) tenemos:

$$\text{Error relativo} = \frac{0.05\text{ cm}}{4.2\text{ cm}} = 0.0119$$

En forma porcentual es 1.19%.

Para la medida obtenida con la regla calibrada en milímetros (4.26 cm) tenemos:

$$\text{Error relativo} = \frac{0.005\text{ cm}}{4.26\text{ cm}} = 0.0017$$

En forma porcentual es 0.17%

Como 0.0017 es menor que 0.0119, la medida obtenida con la regla calibrada en milímetros es más exacta que la conseguida empleando la regla calibrada en centímetros.

Ejemplo 1.15 Al medir el largo de un rectángulo se obtuvo la siguiente medida: $L = 3.6$ cm. Determina:

a) La precisión de la medición.

Solución

Precisión = 0.1

b) El ancho de la incertidumbre de la medición; es decir, el valor absoluto de la medición.

Solución

$$\text{Error absoluto} = \Delta m = \frac{\text{Precisión}}{2}$$

$$\text{Error absoluto} = \Delta m = \frac{0.1}{2} = 0.05$$

c) ¿Cuál es el intervalo dentro del cual está la medida exacta?

Solución

$m \pm \Delta m$, luego la medida exacta está dentro del intervalo

3.6 ± 0.05 o sea entre 3.55 y 3.65

d) Determina el error relativo de la medición.

Solución

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Medida obtenida}}$$

$$\text{Error relativo} = \frac{0.05}{3.6} = 0.01388 = 1.38\%$$

Reglas para determinar el número de cifras significativas de una medida

Existen reglas que permiten interpretar cuáles son las cifras significativas de una medida.

1. En una medición, todas las cifras diferentes de cero son significativas. Por ejemplo:
   - 83 cm (2 cifras significativas)
   - 54.7 cm (3 cifras significativas)

2. Todos los ceros que aparecen entre cifras significativas son siempre significativos. Por ejemplo:
   - 8024.51 g (6 cifras significativas)
   - 70 004 g (5 cifras significativas)

3. Todos los ceros finales, después del punto decimal son cifras significativas. Por ejemplo:
   - 45.00 (4 cifras significativas)
   - 891.00 (5 cifras significativas)

4. Los ceros que se utilizan únicamente para indicar la posición de los decimales no son cifras significativas. Por ejemplo:
   - 0.07 m (1 cifra significativa, el cero no lo es)
   - 0.0085 kg (las cifras significativas de esta cantidad sólo son el 8 y el 5)

5. Cuando una medida está expresada en números enteros sin punto decimal que tenga uno o más ceros denominados **postreros**, por ejemplo: en la medida 18 000 g los ceros pueden o no ser significativos. El 8 puede ser la cifra estimada y los tres ceros se usaron para localizar el punto decimal, o los tres ceros pueden haber sido medidos. Para evitar confusiones, en este texto consideraremos que los ceros postreros son cifras significativas. Si queremos pre-

cisar que, por ejemplo, el número 2 430 000 m tiene tres cifras significativas, lo expresaremos en cualquiera de las siguientes formas:

$$243 \times 10^4 \text{ m}$$
$$24.3 \times 10^5 \text{ m}$$
$$2.43 \times 10^6 \text{ m}$$

Operaciones con cifras significativas

Al resolver problemas de física o química, las respuestas sólo deben contener cifras significativas, por ello es importante que consideres las siguientes reglas.

Suma y resta

Para efectuar sumas y restas de cifras significativas procedemos en la forma que ya conoces. Como el resultado de la operación no puede ser más preciso que la medición menos precisa, el resultado debe redondearse, en caso de que se requiera, para que tenga el mismo número de cifras a la derecha del punto decimal que las que tiene la medida menos precisa.

Ejemplo 1.16 Realiza la suma de las siguientes magnitudes:
15.295 m
25.867 m
2.81 m
7.3 m

Solución

$$\begin{array}{r} 15.295 \\ 25.867 \\ 2.81 \\ +\ \ 7.3 \\ \hline 51.272 \end{array}$$

De las magnitudes que sumamos, la menos precisa es 7.3, por lo que el resultado se debe redondear para que contenga sólo una cifra después del punto decimal.

Cuando redondeamos una magnitud, si la primera cifra de las que se eliminan es mayor que 5, la última cifra que se mantenga deberá aumentarse en una unidad.

En relación con el ejemplo anterior, tenemos:

51.272 m
↑
Primera cifra que se elimina

Como 7 es mayor que 5, el resultado de la suma se expresa como 51.3 m.

Si la primera cifra de las que se eliminan es menor que 5, la última cifra que se mantenga quedará igual.

Ejemplo 1.17 Resta 18.7 cm de 36.93 cm.

Solución

$$\begin{array}{r} 36.93 \\ -18.7 \\ \hline 18.23 \end{array}$$

La magnitud menos precisa es 18.7; por tanto, el resultado se debe redondear para que haya sólo un dígito después del punto decimal.

Dado que el número 3, dígito que se elimina, es menor que 5, el resultado de la resta queda como 18.2 cm.

Multiplicación y división

Para multiplicar o dividir dos medidas seguimos el proceso que ya conocemos. El resultado obtenido lo redondeamos para que tenga el mismo número de cifras significativas que la magnitud con menor número de cifras significativas.

Ejemplo 1.18 Multiplica 7.85 cm por 5.4 cm.

Solución

$$7.85 \text{ cm} \times 5.4 \text{ cm} = 42.39 \text{ cm}^2$$

Como la cantidad 5.4 cm es la que tiene el menor número de cifras significativas, entonces 42.39 cm debe redondearse de manera que tenga también dos cifras significativas, o sea:

$$7.85 \text{ cm} \times 5.4 \text{ cm} = 42 \text{ cm}^2$$

Ejemplo 1.19 Multiplica 2.15 m por 0.4 m

Solución

$$2.15 \text{ m} \times 0.4 \text{ m} = 0.86 \text{ cm}^2$$

La medida que tiene el menor número de cifras significativas es 0.4 m; por lo tanto, el producto de la multiplicación también debe tener una cifra significativa.

El redondeo de 0.86 m^2 se expresa como 0.9 m^2.

Ejemplo 1.20 Divide $\frac{85.3 \text{ cm}^2}{2.574 \text{ cm}}$

Solución

$$\frac{85.3 \text{ cm}^2}{2.574 \text{ cm}} = 33.1390 \text{ cm}$$

La cantidad física que tiene el menor número de cifras significativas es 85.3 cm^2; por tanto, el resultado debe tener también tres cifras significativas. Redondeamos 33.1390 cm a 33.1 cm.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

I. Realiza las siguientes operaciones. (Las respuestas sólo deben contener cifras significativas.)

1. 8.205 cm + 6.5 cm + 0.74 cm + 13.0 cm
a) 28.445 cm
b) 28.4 cm
c) 28 cm
d) 28.44 cm

2. 80.5 min + 9 min + 0.75 min
a) 90.25 min
b) 90.3 min
c) 90.2 min
d) 9 × 10 min

3. 1.9 km + 1.72 km + 0.012 km
a) 3.632 km
b) 3.63 km
c) 3.6 km
d) 3.5 km

c) 3.6 km

4. 4.0 kg + 0.845 kg + 0.061 kg
a) 5 kg
b) 4.90 kg
c) 4.906 kg
d) 4.9 kg

d) 4.9 kg

5. 8.26 N – 0.40 N
a) 7.9 N
b) 7.86 N
c) 7.8 N
d) 8.0 N

a) 7.9 N

6. 34 pies + 8.1 pies
a) 42.1 pies
b) 42.0 pies
c) 42 pies
d) 43 pies

c) 42 pies

7. 15 h – 8.1 h
a) 6.9 h
b) 6.90 h
c) 7 h
d) 7.0 h

a) 6.9 h

8. 3.41 cm × 0.2 cm
a) 0.682 cm^2
b) 0.68 cm^2
c) 0.7 cm^2
d) 7 cm^2

c) 0.7 cm^2

9. 5.865 cm × 4.20 cm

a) 24.63 cm^2
b) 25 cm^2
c) 24.6 cm^2
d) 24.633 cm^2

c) 24.6 cm^2

10. 107.88 N × 0.610 m

a) 65.80 N-m
b) 65.807 N-m
c) 65.8068 N-m
d) 65.8 N-m

d) 65.8 N-m

11. 8.52 kg × 6.0 m/s

a) 51.12 kg m/s
b) 51.1 kg m/s
c) 51 kg m/s
d) 52.3 kg m/s

c) 51 kg m/s

12. $\frac{72\text{ km}}{4.05\text{ h}}$

a) 17.777 km/h
b) 18 km/h
c) 17.7 km/h
d) 18.0 km/h

b) 18 km/h

13. $\frac{97.520\text{ cm}}{2.52\text{ s}}$

a) 38.7 cm/s
b) 38.6984 cm/s
c) 38.698 cm/s
d) 38.6 cm/s

a) 38.7 m/s

14. $\frac{14.28\text{ m}^2}{0.714\text{ m}}$

a) 20 m
b) 20.0 m
c) 200 m
d) 18 m

b) 20.0 m

II. Determina la precisión de las siguientes medidas.

1. 4 m

a) 1 m
b) 0.5 m
c) 0.005 m
d) 0.05 m

2. 18.3 cm

a) 0.05 cm
b) 0.1 cm
c) 0.005 cm
d) 1 cm

b) 0.1 cm

3. 4.85 km

a) 2 km
b) 0.01 km
c) 0.005 km
d) 0.1 km

b) 0.01 km

4. 1.00 min

a) 1 min
b) 0.01 min
c) 0.001 min
d) 0.0005 min

5. 3.025 mill

a) 0.001 mill
b) 0.01 mill
c) 0.0005 mill
d) 0.005 mill

6. 14.45 m

a) 0.001 m
b) 0.005 m
c) 0.0005 m
d) 0.01 m

d) 0.01 m

7. 105 mm

a) 0.1 mm
b) 0.5 mm
c) 0.05 mm
d) 1 mm

d) 1 mm

8. 0.0004 km

a) 0.001 km
b) 0.0001 km
c) 0.1 km
d) 0.00005 km

III. Para las siguientes medidas, determina lo que se indica en cada caso.

1. 414 cm

a) El error absoluto o intervalo de incertidumbre de la medida.

a) Δm = 1 cm
b) Δm = 0.1 cm
c) Δm = 0.01 cm
d) Δm = 0.005 cm

2. 705 m

a) El error absoluto o intervalo de incertidumbre.

a) Δm = 1 m
b) Δm = 0.1 m
c) Δm = 0.5 m
d) Δm = 0.005 m

b) El intervalo dentro del cual está la medida exacta.
- *a)* (4.14 ± 0.01) cm
- *b)* (4.14 ± 0.005) cm
- *c)* (4.14 ± 0.0012) cm
- *d)* (4.14 ± 0.05) cm

b) 4.14 ± 0.005 cm

c) El error relativo de la medida.
- *a)* 0.0012
- *b)* 0.012
- *c)* 0.12
- *d)* 0.00012

a) 0.0012

b) El intervalo dentro del cual está la medida exacta.
- *a)* (705 ± 1) m
- *b)* (705 ± 0.1) m
- *c)* (705 ± 0.5) m
- *d)* (705 ± 0.005) m

c) (705 ± 0.5) m

c) El error relativo.
- *a)* 0.00071
- *b)* 0.00092
- *c)* 0.00064
- *d)* 0.00014

3. 75 cm

a) El error absoluto o intervalo de incertidumbre de la medida.

a) 0.5 cm
b) 1 cm
c) 0.05 cm
d) 0.005 cm

a) 0.5 cm

b) El intervalo dentro del cual está la medida exacta.

a) (75 ± 1) cm
b) (75 ± 0.05) cm
c) (75 ± 0.005) cm
d) (75 ± 0.5) cm

c) El error relativo.

a) 0.0082
b) 0.0067
c) 0.0052
d) 0.0075

b) 0.0067

4. 10.45 kg

a) El error absoluto o intervalo de incertidumbre de la medida.

a) 0.05 kg
b) 0.005 kg
c) 0.1 kg
d) 0.01 kg

b) El intervalo dentro del cual está la medida exacta.

a) (10.45 ± 0.005) kg
b) (10.45 ± 0.05) kg
c) (10.45 ± 0.1) kg
d) (10.45 ± 0.01) kg

a) (10.45 ± 0.005) kg

c) El error relativo.

a) 0.0048
b) 0.0095
c) 0.00095
d) 0.00048

5. 12.5 m

a) El error absoluto o intervalo de incertidumbre de la medida.

- *a)* 0.1 m
- *b)* 0.05 m
- *c)* 0.5 m
- *d)* 0.005 m

b) 0.05 m

b) El intervalo dentro del cual está la medida exacta.

- *a)* (12.5 ± 0.1) m
- *b)* (12.5 ± 0.5) m
- *c)* (12.5 ± 0.05) m
- *d)* (12.5 ± 0.005) m

c) El error relativo de la medida.

- *a)* 0.004
- *b)* 0.008
- *c)* 0.04
- *d)* 0.0004

a) 0.004

6. 0.006 kg

a) El error absoluto o intervalo de incertidumbre de la medida.

- *a)* 0.001 kg
- *b)* 0.0005 kg
- *c)* 0.01 kg
- *d)* 0.005 kg

b) El intervalo dentro del cual está la medida exacta.

- *a)* (0.006 ± 0.0005) kg
- *b)* (0.006 ± 0.001) kg
- *c)* (0.006 ± 0.01) kg
- *d)* (0.006 ± 0.005) kg

a) (0.006 ± 0.0005) kg

c) El error relativo de la medida.

- *a)* 0.083
- *b)* 0.167
- *c)* 0.0167
- *d)* 0.0083

IV. Resuelve los siguientes problemas.

1. Al medir la masa de un cilindro se obtuvieron los siguientes resultados: 86.49 g, 86.52 g, 86.53 g, 86.50 g, 86.48 g. Determina:

a) El valor más probable de la masa del cilindro.
- *a)* 87.2 g
- *b)* 86.50 g
- *c)* 84.2 g
- *d)* 86.0 g

b) 86.50 g

b) El error absoluto o intervalo de incertidumbre de la medida.
- *a)* 0.016 g
- *b)* 0.028 g
- *c)* 0.012 g
- *d)* 0.018 g

a) 0.016 g

c) El intervalo dentro del cual cae la medida exacta.
- *a)* (86.50 ± 0.016) g
- *b)* (86.5 ± 0.0028) g
- *c)* (86.5 ± 0.0012) g
- *d)* (86.5 ± 0.018) g

d) El error relativo de la medida.
- *a)* 0.00032
- *b)* 0.000139
- *c)* 0.0001849
- *d)* 0.00021

c) 0.0001849

2. Al medir cinco veces la longitud de una varilla se obtuvieron los siguientes resultados: 23.88 cm, 23.83 cm, 23.78 cm, 23.90 cm, 23.86 cm. Determina:

a) El valor más probable de la longitud de la varilla.
a) 23.40 cm
b) 23.85 cm
c) 23.95 cm
d) 24.74 cm

b) 23.85 cm

b) El error absoluto o intervalo de incertidumbre de la medida más probable.
a) 0.045 cm
b) 0.028 cm
c) 0.054 cm
d) 0.0360 cm

c) El intervalo dentro del cual está la longitud exacta de la varilla.
a) (23.85 ± 0.0360) cm
b) (23.40 ± 0.028) cm
c) (23.85 ± 0.054) cm
d) (24.74 ± 0.036) cm

d) El error relativo de la medición.
a) 0.00119
b) 0.0022
c) 0.0015
d) 0.0013

c) 0.0015



1. Es todo aquello que se puede medir:
   a) sistema de medición
   b) unidad física
   c) cantidad física
   d) unidad fundamental

2. Es todo aquello que se toma como patrón para medir:
   a) cantidad física
   b) medición
   c) unidad física
   d) cifras significativas

3. Consiste en comparar la magnitud de una cantidad física con otra de la misma clase aceptada como patrón o unidad de medida.
   a) sistema de medición
   b) medición
   c) cantidad física
   d) unidad física

4. Cantidades físicas que no se definen en función de otras:
   a) derivada
   b) auxiliares
   c) fundamentales
   d) primitivas

5. Cantidades físicas que se definen en función de otras:
   a) derivadas
   b) auxiliares
   c) fundamentales
   d) compuestas

6. Unidades de medición que se derivan de la combinación de las unidades fundamentales:
   a) primitivas
   b) auxiliares
   c) compuestas
   d) derivadas

7. Son cantidades físicas fundamentales del SI:
   a) presión
   b) área
   c) temperatura
   d) cantidad de sustancia
   e) corriente eléctrica
   f) intensidad de luminosidad
   g) *c*, *d*, *e* y *f* son correctas

8. Unidad fundamental de la temperatura del SI:
   a) grado centígrado
   b) El Kelvin
   c) grado Fahrenheit
   d) El Rankine

9. Es una unidad física fundamental:
   a) kg
   b) m
   c) s
   d) m/s
   e) kg/m^3
   f) *a*, *b*, y *c* son correctas

10. Es una unidad derivada:
    a) cm
    b) g
    c) m/s^2
    d) g/cm^2
    e) *c* y *d* son correctas

11. ¿Cuáles de las siguientes cantidades físicas son fundamentales del SI?
    a) longitud
    b) masa
    c) volumen
    d) densidad
    e) tiempo
    f) *a*, *b* y *e* son correctas

12. La unidad fundamental de longitud en el SI es:
    a) kilómetro
    b) pie
    c) yarda
    d) centímetro
    e) metro

13. La unidad fundamental de masa en el SI es:
    a) libra
    b) gramo
    c) kilogramo
    d) onza

14. La unidad fundamental de tiempo en el SI es:
    a) hora
    b) segundo
    c) minuto
    d) día solar promedio

15. El prefijo métrico que significa 1×10^6 es:
    a) giga
    b) kilo
    c) hecto
    d) mega

16. El prefijo métrico que significa 1×10^9 es:
    a) giga
    b) kilo
    c) deca
    d) mega

17. El prefijo métrico que significa 1×10^3 es:
a) hecto
b) deca
c) kilo
d) mili

18. El prefijo métrico que significa $\frac{1}{10} = (0.1)$ es:
a) centi
b) deci
c) mili

19. El prefijo métrico que significa $\frac{1}{1000000} = 0.000001$ es:
a) nano
b) micro
c) pico
d) mega

20. El prefijo métrico que significa $\frac{1}{10^9} = 0.000000001$ es:
a) nano
b) micro
c) pico
d) mega

21. El prefijo métrico que significa $\frac{1}{10^{12}} = 0.000000000001$ es:
a) nano
b) micro
c) pico
d) mega

22. La medida que resulta de una medición...
a) siempre es exacta
b) algunas veces es exacta
c) nunca es exacta
d) algunas veces es inexacta

23. La incertidumbre o error en una medida depende de:
a) lo que se mide
b) con que se mide
c) quien mide
d) los tres factores anteriores

24. Para evitar errores de paralaje, los instrumentos de medición se deben leer:
a) de lado y a la altura de los ojos
b) de frente y por debajo de los ojos
c) de frente y a la altura de los ojos
d) de lado y por debajo de los ojos

25. Clase de errores presentes de manera regular o constante en todas las lecturas al medir una cantidad física determinada.
a) Errores aleatorios
b) Errores sistemáticos

26. Clase de errores que no se presentan de manera regular o constante de una medición a otra de una cantidad física determinada. Son las causas de que las medidas sucesivas se dispersen alrededor de la medida real con igual probabilidad de ser mayores o menores que el valor real.
a) Errores sistemáticos
b) Errores aleatorios o circunstanciales

27. Se refiere al grado de coincidencia de una medida respecto al valor verdadero.
a) Exactitud
b) Precisión

28. Es el grado de certeza empleado para medir una cantidad física. La determina la mínima división de la escala del instrumento de medición.
a) Precisión
b) Exactitud

29. Dígitos de una medida que se consideran confiables. Son las cifras correctas y la primera cifra estimada de una medición.
a) Cifras exactas
b) Cifras significativas
c) Cifras estimadas

30. El diámetro de ciertas moléculas es 0.000 000 17 cm. Expresa dicha cantidad en notación científica.
a) 1.7×10^7 cm
b) 1.7×10^6 cm
c) 1.7×10^{-6} cm
d) 1.7×10^{-7} cm

31. El número de moléculas en 22.4 litros de gas (número de Avogadro) es 6020 000 000 000 000 000 000 000. Expresa dicho número en notación científica.
a) 6.02×10^{24}
b) 6.02×10^{21}
c) 6.02×10^{-21}
d) 6.02×10^{-24}

32. El resultado de la división $\frac{(3.2 \times 10^6)(2.1 \times 10^8)}{4.1 \times 10^4}$ es:
a) 1.6×10^{18}
b) 1.6×10^9
c) 2.1×10^9
d) 1.6×10^{10}

33. El resultado de la división $\frac{9.4 \times 10^6}{5.8 \times 10^{-8}}$ es:
a) 1.6×10^{-2}
b) 1.6×10^2
c) 1.6×10^{14}
d) 1.6×10^{-14}

34. El resultado de la resta $9.2 \times 10^5 - 7.6 \times 10^5$ es:
a) 1.6
b) 1.6×10^{10}
c) 1.6×10^5
d) 1.6×10

35. El resultado de la resta $8.6 \times 10^7 - 2.4 \times 10^6$
a) 8.4×10^7

b) 6.2×10^6
c) 8.3×10^6
d) 8.3×10^5

36. Convierte 144 km/h en m/s.
a) 42 m/s
b) 48 m/s
c) 40 m/s
d) 45.3 m/s

37. Convierte 18 400 m a kilómetros.
a) 184.0 km
b) 18.4 km
c) 1.84 km
d) 1.840×10^5 km

38. ¿A cuántos centímetros equivalen 163 pulgadas?
a) 414 cm
b) 325 cm
c) 463 cm
d) 420 cm

39. ¿A cuántas libras equivalen 30 kg?
a) 66 lb
b) 72 lb
c) 13.6 lb
d) 64 lb

40. ¿A cuántos kilómetros equivalen 2 500 cm?
a) 0.025 km
b) 2.50×10^3 km
c) 0.000 25 km
d) 0.00250 km

41. Convierte 460 pies a metros.
a) 156 m
b) 128 m
c) 137 m
d) 140 m

42. La precisión de 6 km es:
a) 1 km
b) 0.1 km
c) 0.001 km
d) 0.5 km

43. La precisión de 7.54 cm es:
a) 0.05 cm
b) 0.01 cm
c) 0.1 cm
d) 0.001 cm

44. Al medir la longitud de una varilla se registró el dato 86.54 cm. ¿Cuáles son las cifras correctas de la medición?
a) Todas correctas
b) 8 y 6
c) 8, 6 y 5
d) 8

45. De las medidas anteriores, ¿cuál es la cifra estimada?
a) 5 y 4
b) 4
c) 6, 5 y 4
d) Todas son estimadas.

46. El número de cifras significativas de 2.008 km es:
a) 2
b) 1
c) 4
d) 3

47. El número de cifras significativas de 0.018 kg es:
a) 5
b) 3
c) 2
d) 1

48. Realiza la siguiente suma y escribe la respuesta con el número correcto de cifras significativas.
47.68 cm + 42.6 cm + 54.7 cm
a) 143.65 cm
b) 143 cm
c) 145 cm
d) 143.6 cm
e) 143.7 cm

49. Realiza la siguiente resta y escribe la respuesta con el número correcto de cifras significativas.
23.83 kg – 15.4 kg
a) 8.43 kg
b) 8.4 kg
c) 8 kg
d) 8.6 kg
e) 8.5 kg

Al medir cuatro veces la masa de un niño se obtuvieron los siguientes resultados:

34.97 kg	35.01 kg
34.98 kg	35.02 kg

Determina: (preguntas 50 a 53)

50. El valor más probable de la masa del niño.
a) 34.94 kg
b) 34.99 kg
c) 34.95 kg
d) 35.00 kg
e) 34.96 kg

51. El error absoluto o incertidumbre del valor más probable.
a) 0.04 kg
b) 0.03 kg
c) 0.06 kg
d) 0.02 kg

52. El intervalo dentro del cual está la medida exacta de la masa.
a) Entre 34.98 y 35.02 kg
b) Entre 34.96 y 35.04 kg
c) Entre 34.96 y 35.00 kg
d) Entre 34.97 y 35.01 kg

53. El error relativo de la medida más probable.
a) 0.005
b) 0.0004
c) 0.0003
d) 0.00057
e) 0.0005

Al medir seis veces la longitud de una varilla se obtuvieron los siguientes resultados:

54.70 cm	54.75 cm
54.68 cm	54.69 cm
54.73 cm	54.72 cm

Determina:

54. El valor más probable de la longitud de la varilla.
a) 56.2 cm
b) 54.71 cm
c) 54.2. cm
d) 55.0 cm

55. El error absoluto o incertidumbre respecto al valor más probable.
a) 0.02 cm
b) 0.01 cm
c) 0.03 cm
d) 0.04 cm

56. El intervalo dentro del cual está la longitud real de la varilla.
a) Entre 54.68 y 54.74 cm
b) Entre 54.69 y 54.73 cm
c) Entre 54.70 y 54.72 cm
d) Entre 54.7 y 54.71 cm

57. El error relativo de la medición.
a) 0.00036
b) 0.00021
c) 0.0041
d) 0.00048

La longitud de un terreno es $L = 12.53$ m.
Determina:

58. La precisión en la medida.
a) 0.1 m
b) 0.05 m
c) 0.01 m
d) 0.005 m
e) 0.001 m

59. El error absoluto o intervalo de incertidumbre en la medida.
a) 0.05 m
b) 0.01 m
c) 0.005 m
d) 0.05 m

60. El error relativo.
a) 0.004
b) 0.0003
c) 0.0002
d) 0.0004

Tema 3 Introducción a los vectores

- Generalidades
- Representación gráfica de un vector
- Propiedades de los vectores
- Sistema de vectores
- Suma de vectores
- Diferencia de vectores

Generalidades

Los fenómenos físicos que ocurren en la naturaleza se manifiestan estableciendo relaciones entre cantidades físicas específicas; algunas de estas cantidades únicamente las determinan su magnitud o tamaño. Por ejemplo, cuando decimos que la temperatura de un objeto es de 37 °C, que la masa de un auto es de 800 kg, que el tiempo que tarda en evaporarse cierta cantidad de agua es 5 de minutos, etc. Cada una de estas cantidades se determinada mediante un número y una unidad de medida. A esta clase de cantidades se les denomina **cantidades escalares**.



Figura 1.14 La masa de un automóvil ejemplifica una cantidad escalar.

Un **escalar** es una cantidad física que sólo tiene magnitud. A continuación se presentan algunos ejemplos de cantidades escalares:

- Masa
- Tiempo
- Temperatura
- Distancia
- Área
- Volumen
- Densidad

Para trabajar matemáticamente con escalares, seguimos los métodos algebraicos que ya conocemos. Observa los siguientes ejemplos:

- 9 m + 6 m = 15 m
- 45 g – 15 g = 30 g
- 5.0 m × 7.0 m = 35 m^2
- 15 min + 40 min = 55 min

En física se manejan otro tipo de cantidades que para determinarlas no basta conocer su magnitud. Por ejemplo, si decimos que un avión se localiza a 800 km del aeropuerto de donde despegó, la información es incompleta porque la ubicación no es específica; es un hecho que el avión pudo haber tomado una infinidad de direcciones. Observa la siguiente figura 1.15.

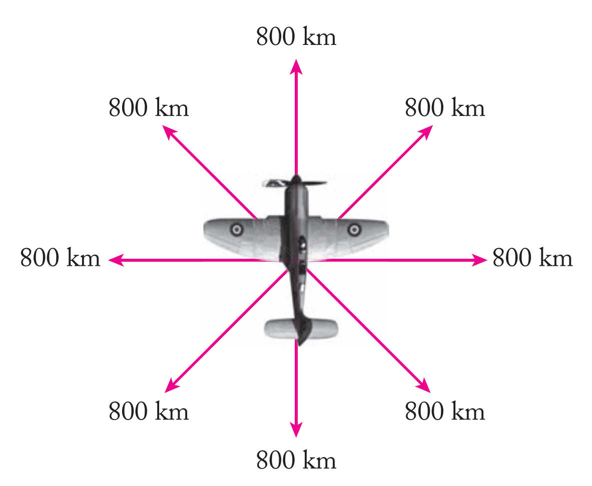


Figura 1.15 Posibles direcciones que un avión puede tomar a 800 km del lugar de donde despegó.

Determinar la localización exacta del avión requiere conocer:

1. La magnitud de su desplazamiento (800 km).
2. La dirección de su desplazamiento. Por ejemplo, recta que forma un ángulo de 40° con la horizontal.
3. El sentido de su desplazamiento. Puede ser hacia el Norte o el Oeste.

A las cantidades físicas que tienen magnitud, dirección y sentido se les denomina **cantidades vectoriales**, o sim-

plemente vectores. El desplazamiento, la velocidad, la aceleración y la fuerza son ejemplos de cantidades **vectoriales**.

En este libro representaremos una cantidad vectorial con una letra en negritas, por ejemplo: **V**. Para referirnos sólo a la magnitud de la cantidad vectorial, utilizaremos la misma letra pero sin negritas, por ejemplo: V.

Por definición, la magnitud de un vector es una cantidad escalar y siempre es positiva. Es importante que cuando quieras indicar un vector en tu cuaderno o en el pizarrón apliques la notación $\vec{V}$; es decir, debes escribir una pequeña flecha arriba de la letra mayúscula.

Representación gráfica de un vector

Un vector puede representarse gráficamente por un segmento de recta con una punta de flecha dibujado a escala. La longitud del segmento representa la magnitud del vector, la dirección de la flecha corresponde a la dirección del vector, y su punta representa el sentido.

En muchos casos, consideramos la dirección y el sentido como un solo concepto, el de dirección, entendiendo por ésta la inclinación de la flecha y el punto hacia el que señala.

Dirección de un vector

Una forma de determinar la dirección de un vector consiste en tomar como referencia un sistema formado por dos líneas llamadas **ejes perpendiculares**. La línea horizontal se conoce como eje *x*, y la línea vertical, como eje *y*.

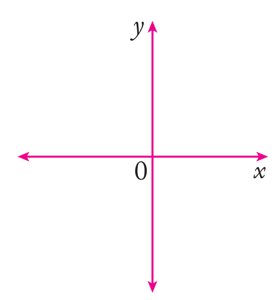


Figura 1.16 Sistema de referencia para ubicar la dirección de un vector.

La dirección se indica mediante el ángulo del vector medido en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj, y a partir de la posición del eje *x* positivo, la cual se ubica a la derecha del origen.

Comenta con tus compañeros los siguientes ejemplos.

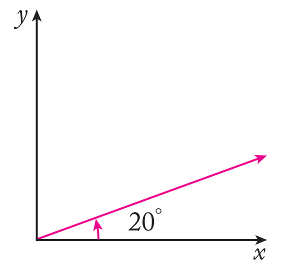


Figura 1.17

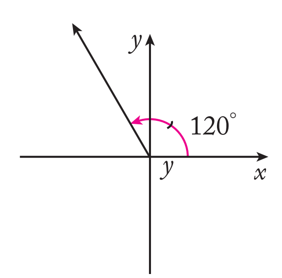


Figura 1.18

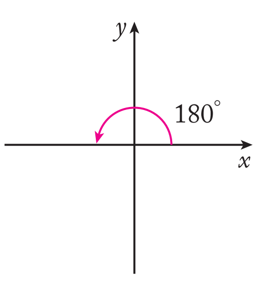


Figura 1.19

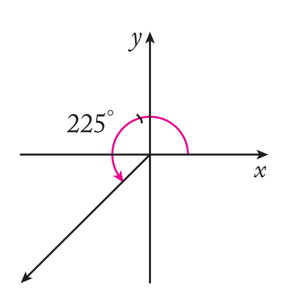


Figura 1.20

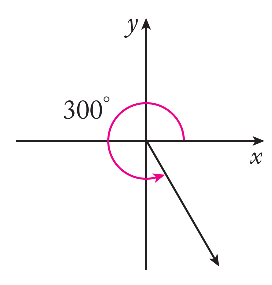


Figura 1.21

Otra forma de determinar la dirección de un vector consiste en tomar como referencia los puntos cardinales: Norte, Sur, Este y Oeste.

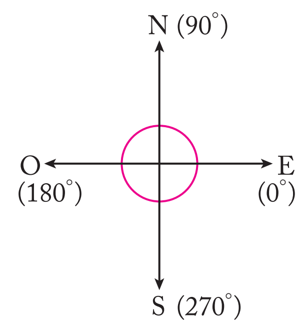


Figura 1.22 Otra forma de determinar la dirección de un vector.

Cuando se indica la dirección de un vector, la expresión "al Norte del Este" significa que su ángulo se forma girando una línea hacia el Norte a partir de la dirección Este. Asimismo, la dirección "al Norte del Oeste" indica que el ángulo se forma girando una línea hacia el Norte

a partir del Oeste. El ángulo que corresponde a la dirección "al Sur del Oeste" se forma girando una línea hacia el Sur a partir del Oeste, y la dirección "al Sur del Este" se forma girando una línea hacia el Sur a partir del Este.

Observa los siguientes ejemplos:

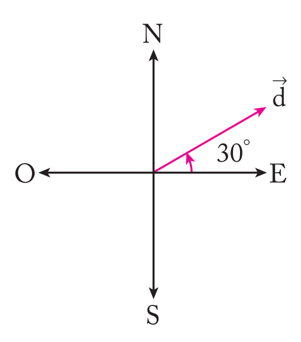


Figura 1.23 Dirección del vector $\vec{d}$ 30° al Norte del Este.

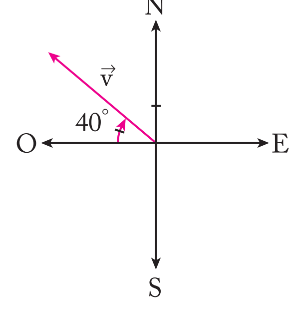


Figura 1.24 Dirección del vector $\vec{v}$ 40° al Norte del Oeste.

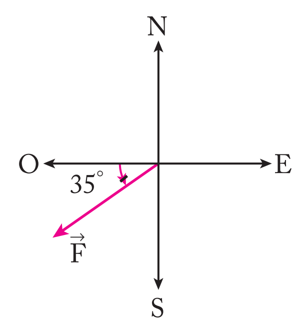


Figura 1.25 Dirección del vector $\vec{f}$ 35° al Sur del Oeste.

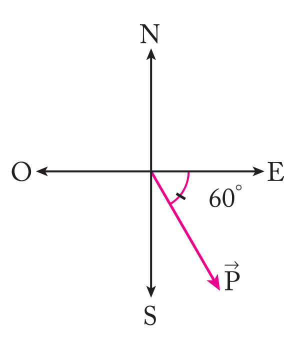


Figura 1.26 Dirección del vector $\vec{p}$ 60° al Sur del Este.

Cuando nos referimos a las direcciones noreste (NE), noroeste (NO), suroeste (SO) y sureste (SE), sus ángulos forman un ángulo de 45° con el eje x en el cuadrante correspondiente. Analiza con tus compañeros las siguientes figuras:

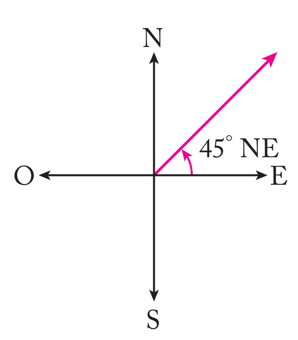


Figura 1.27

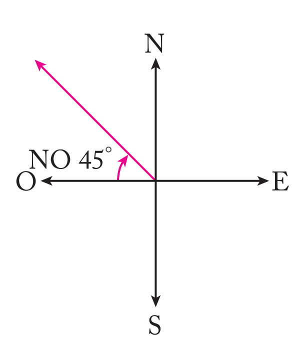


Figura 1.28

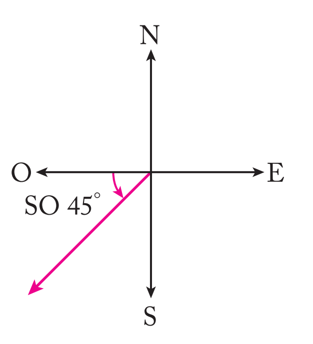


Figura 1.29

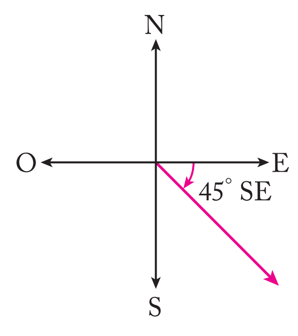


Figura 1.30

Es importante precisar que los ejes pueden estar orientados en otras direcciones; lo importante es que siempre sean perpendiculares entre sí. Observa la siguiente figura:

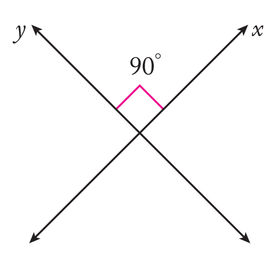


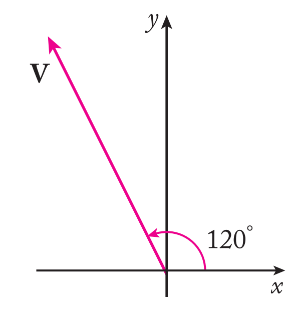
Figura 1.31 Aunque los ejes estén orientados en diferentes direcciones, lo importante es que siempre sean perpendiculares entre sí.

Representa gráficamente los siguientes vectores:

Ejemplo 1.21 $V_1 = 60$ m a 120°

Solución

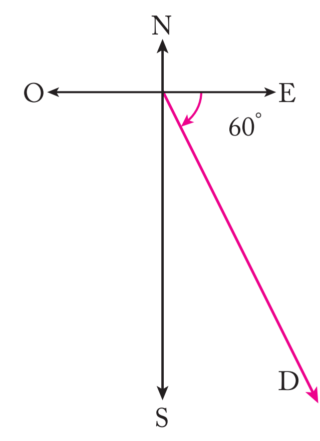
Escala: 1 cm = 20 m



Ejemplo 1.22 D = 80 km a 60° al Sur del Este:

Solución

Escala: 1 cm = 20 km



Propiedades de los vectores

Propiedad de los vectores libres

Esta propiedad se refiere al hecho de que un vector sigue siendo el mismo cuando se traslada paralelamente a sí mismo porque tiene la misma magnitud, dirección y sentido.

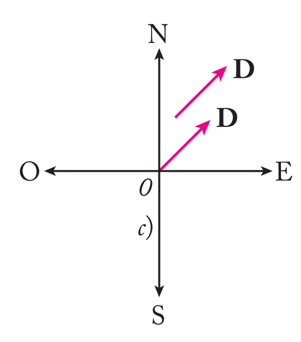


Figura 1.32 Si el vector D se traslada paralelamente a sí mismo, sigue siendo el mismo vector.

Propiedad de los vectores deslizantes

Esta propiedad se refiere al hecho de que el efecto externo que produce un vector no se altera si éste se desplaza sobre su misma línea de acción. Esto se debe a que la magnitud, dirección y línea de acción del vector permanecen sin cambios.

A este hecho se le denomina **principio de transmisibilidad del punto de aplicación de un vector**. El punto de aplicación es aquel en el que físicamente se supone está actuando el vector. Por ejemplo, supongamos que una fuerza que está actuando sobre un cuerpo determinado produce el desplazamiento de éste. Si el cuerpo y la fuerza aplicada sobre él se deslizan simultáneamente, la magnitud, la dirección y el sentido del vector permanecen igual; por lo tanto, el efecto que produce su acción sobre el cuerpo determinado no cambia.

Sistemas de vectores

Un conjunto de vectores considerados en un hecho particular **constituye un sistema de vectores**.

Clasificación de los sistemas de vectores

Sistema de vectores coplanares Los sistemas coplanares se caracterizan porque todas las líneas de acción de los vectores que los constituyen se encuentran en un mismo plano.

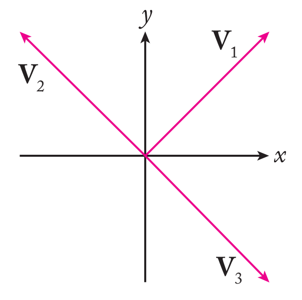


Figura 1.34 V_1, V_2 y V_3 son vectores coplanares.

Los sistemas no coplanares se caracterizan porque las líneas de acción de los vectores que lo constituyen se localizan en distintos planos.



Principio de transmisibilidad
Empujar = Jalar



Figura 1.33 F es un vector deslizante si se traslada en su misma dirección.

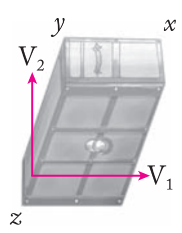


Figura 1.35 $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_2$ son vectores no coplanares.

Sistema de vectores colineales Los vectores son colineales si las líneas de acción de todos ellos están sobre una misma línea de acción.

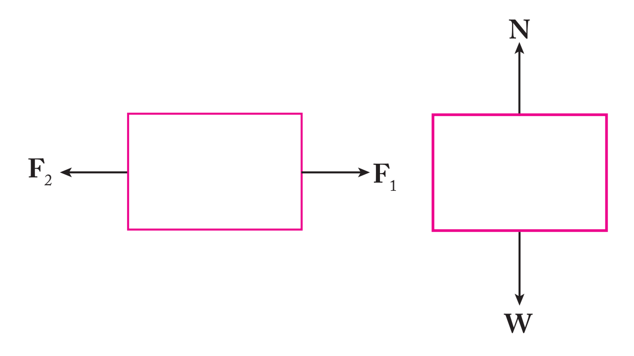


Figura 1.36 $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ son vectores colineales, al igual que **N** y **W**.

Sistema de vectores concurrentes Si las líneas de acción de dos o más vectores concurren en un punto, decimos que los vectores son concurrentes.

El punto donde concurren es el punto de aplicación de los vectores.

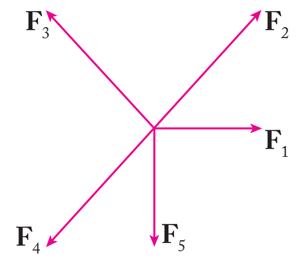


Figura 1.37 $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$, $\mathbf{F}_4$ y $\mathbf{F}_5$ son vectores concurrentes.

Sistema de vectores paralelos Dos o más vectores son paralelos si sus líneas de acción son paralelas entre sí.

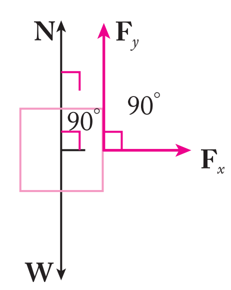


Figura 1.38 Los vectores **N** y $\mathbf{F}_y$ son paralelos.

Suma de vectores

La suma de vectores no puede efectuarse como la suma de cantidades escalares, ya que además de su magnitud deben considerarse su dirección y sentido.

La adición de vectores se puede realizar mediante métodos gráficos y analíticos (aritméticos o algebraicos) utilizando, según convenga, las propiedades geométricas o trigonométricas.

A continuación se explicarán los diferentes métodos que se utilizan para efectuar una adición o suma de vectores.

Método gráfico del triángulo

Realiza gráficamente la suma vectorial **A + B** siguiendo los pasos que indicamos a continuación:

1. Selecciona una escala y determina la longitud del segmento de recta que corresponde a cada vector.
2. A partir del origen de un sistema de rectas perpendiculares, traza a escala el segmento de recta con la punta de flecha correspondiente al vector **A** con su respectiva dirección, de modo que coincida el origen del sistema de rectas perpendiculares con el origen del vector **A**.
3. Traza a escala, con su respectiva dirección, el segmento de recta con su punta de flecha que corresponde al vector **B**, de modo que coincida la punta de la flecha del vector **A** (cabeza) con el origen (cola) del vector **B**.
4. La suma de los vectores **A** y **B** es otro vector, el cual denotaremos por **R** y denominaremos vector resultante.

   Al vector resultante **R** lo determina el segmento de recta con punta de flecha que une el origen (cola) del vector **A** con la punta del vector **B**.
5. Mide la longitud del segmento de recta que corresponde al vector resultante para determinar su magnitud. La dirección se determina con un transportador.

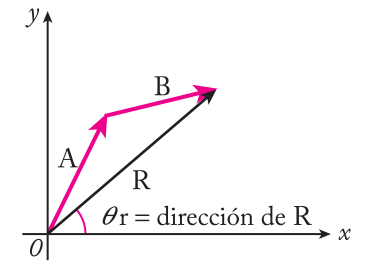


Figura 1.39 Determinación del vector resultante, R.

La suma de dos vectores es conmutativa, es decir:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

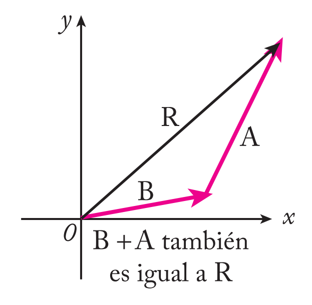


Figura 1.40 B + A también es igual a **R**.

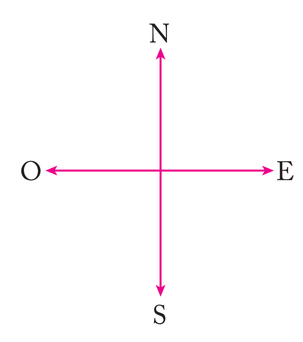


Figura 1.41

Ejemplo 1.23

Una persona camina 50 m hacia el Sur y luego 90 m hacia el Este. Determina la magnitud y la dirección del desplazamiento por el método gráfico.

Solución

Resolver este problema requiere explicar la diferencia entre distancia y desplazamiento, ya que en física estos conceptos no significan lo mismo.

Supongamos que sales de tu escuela y caminas 600 m hacia el Norte y luego 400 m hacia el Sur. La distancia que supuestamente caminaste es de 1000 m; sin embargo, la realidad es que te localizas a 200 m de tu escuela.

La **distancia** es la longitud de la trayectoria de un móvil y se refiere a una cantidad escalar, mientras que el **desplazamiento** es la longitud y dirección medidas desde el origen hasta la posición final.

Una vez que hemos establecido la definición de estos importantes conceptos, ahora sí podemos resolver el problema de nuestro ejemplo.

Paso 1 Definamos la escala: 1 cm = 10 m.
Paso 2 Tracemos un sistema de rectas perpendiculares entre sí (figura 1.41).

Paso 3 A partir del origen del sistema de rectas perpendiculares, trazamos el primer vector a escala con su dirección correspondiente (figura 1.42).

$$\vec{d}_1 = 50 \text{ al Sur}$$

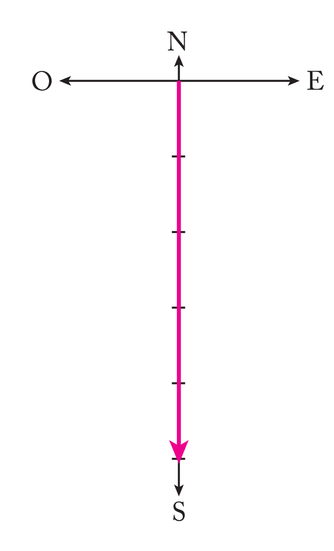


Figura 1.42

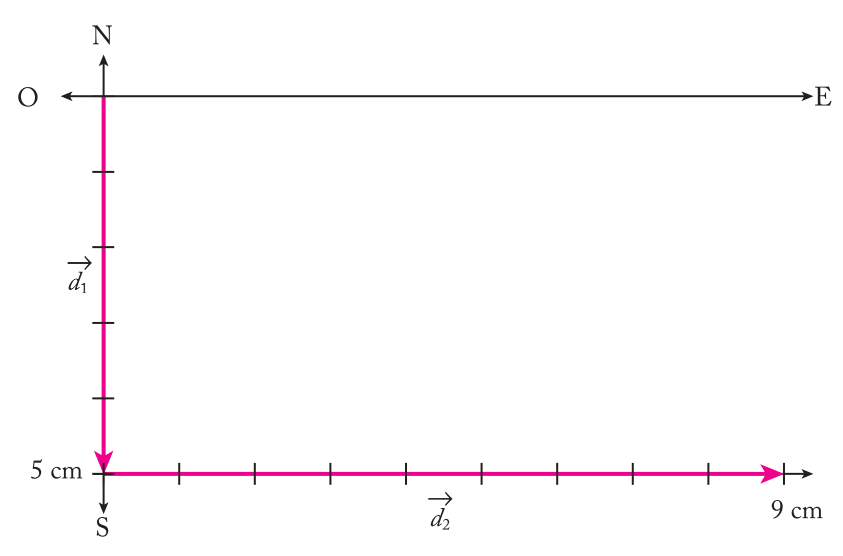


Figura 1.43

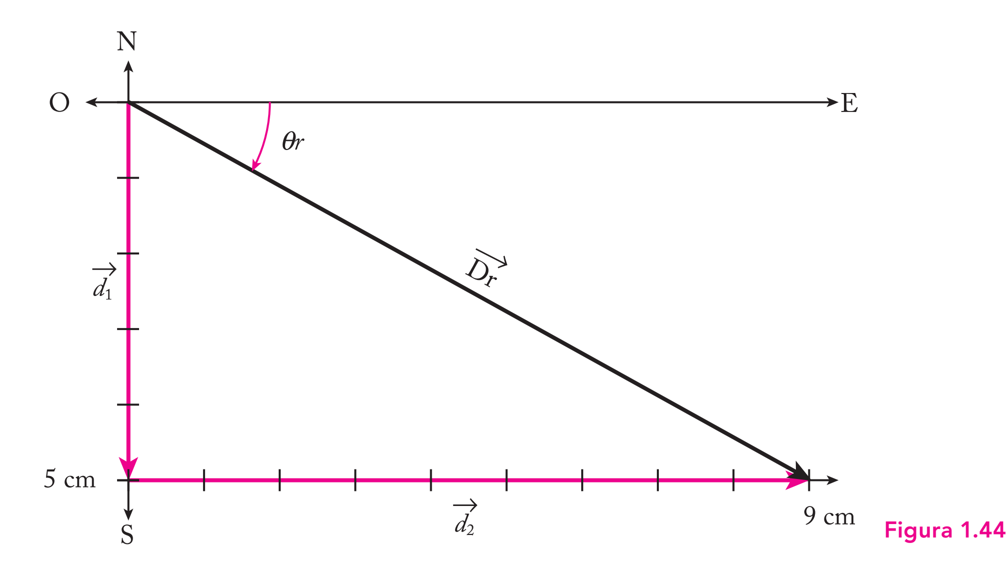


Figura 1.44

Paso 4 Tracemos a escala, con su dirección correspondiente, el segundo vector a partir de la punta de flecha del primer vector (figura 1.43).

$$\vec{d}_2 = 90 \text{ m al Este}$$

Paso 5 Tracemos el vector resultante D (desplazamiento) uniendo, mediante un segmento de recta, el origen del sistema de rectas perpendiculares con el extremo de la flecha del segundo vector (figura 1.44).

Paso 6 Medimos la longitud del segmento de recta que corresponde al desplazamiento, y de acuerdo con la escala, calculamos la magnitud del desplazamiento.

De acuerdo con la figura 1.44, el desplazamiento es de 103 m a 29° al Sur del Este. (θr = 29°)

Para sumar tres vectores o más seguimos los mismos pasos del método del triángulo.

Si necesitamos sumar los vectores **A**, **B**, **C** y **D**, primero sumamos los vectores **A** y **B**; después sumamos el vector **C**, simplemente colocándolo en seguida del vector **B**. Por último, sumamos el vector **D** ubicándolo después del vector **C**.

Éste es el método general que con mayor frecuencia se aplica para determinar gráficamente el vector resultante de una suma de vectores. El método del triángulo es un caso muy particular.

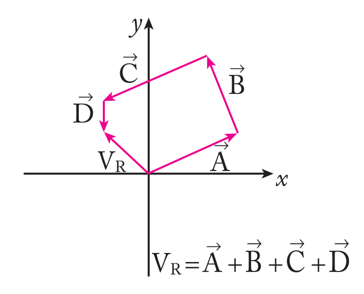


Figura 1.45 Método gráfico del polígono para sumar vectores.

Ejemplo 1.24

Determina gráficamente la magnitud y la dirección de la fuerza resultante del siguiente sistema de fuerzas.

F_1 = 80 N a 0° $\quad$ F_3 = 110 N a 150°

F_2 = 100 N a 45° $\quad$ F_4 = 160 N a 200°

Solución

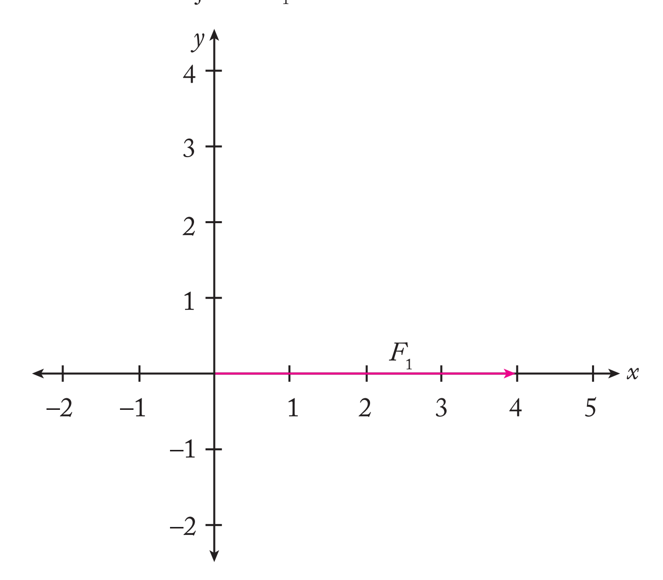
En lenguaje común podemos decir que una fuerza es todo empuje, jalón o tirón que se ejerce sobre un cuerpo. Las fuerzas son cantidades físicas vectoriales y su unidad de medida en el SI es el newton, denotado por la letra N, y el cual se define como:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$$

Aunque estos conceptos los analizaremos más adelante, por ahora consideremos que la fuerza es un vector cuya unidad de medida en el SI es el newton.

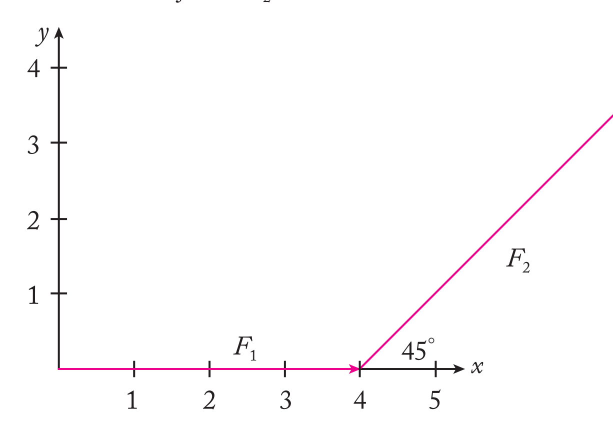
Paso 1 Definamos la escala: 1 cm = 20 N

Paso 2 Dibujamos F_1

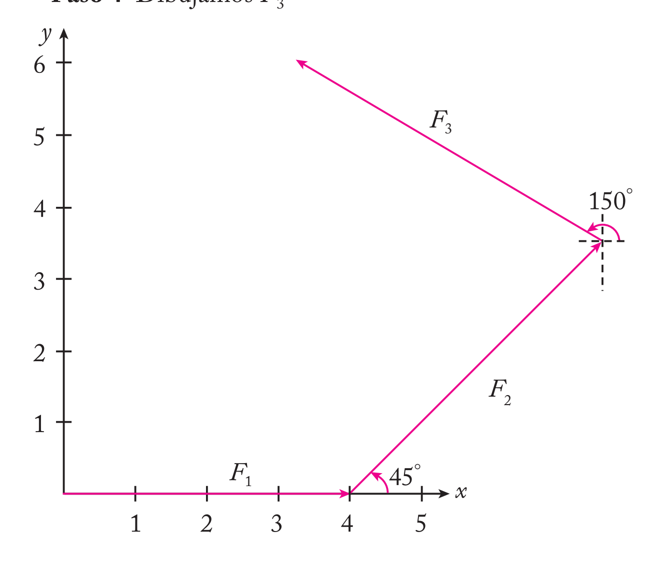




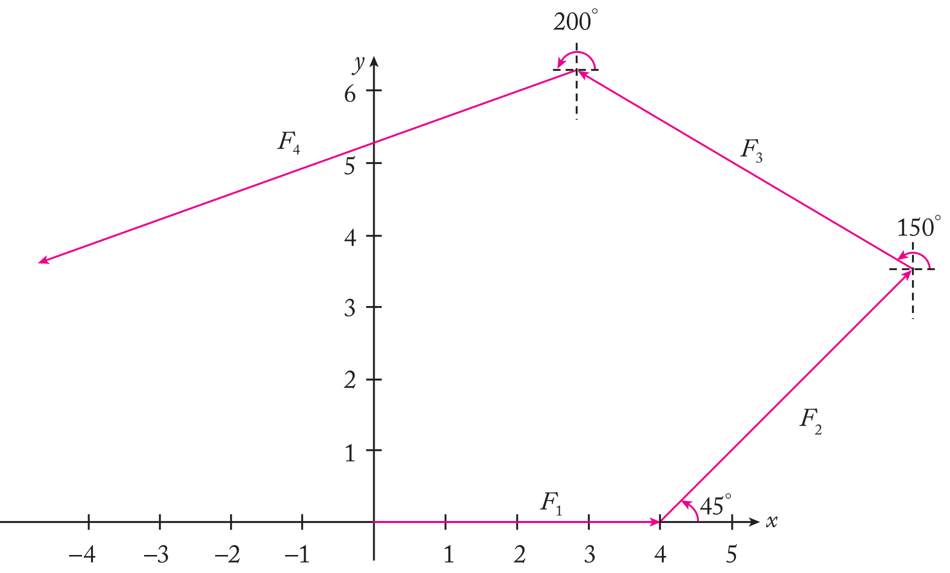
Paso 3 Dibujamos F_2



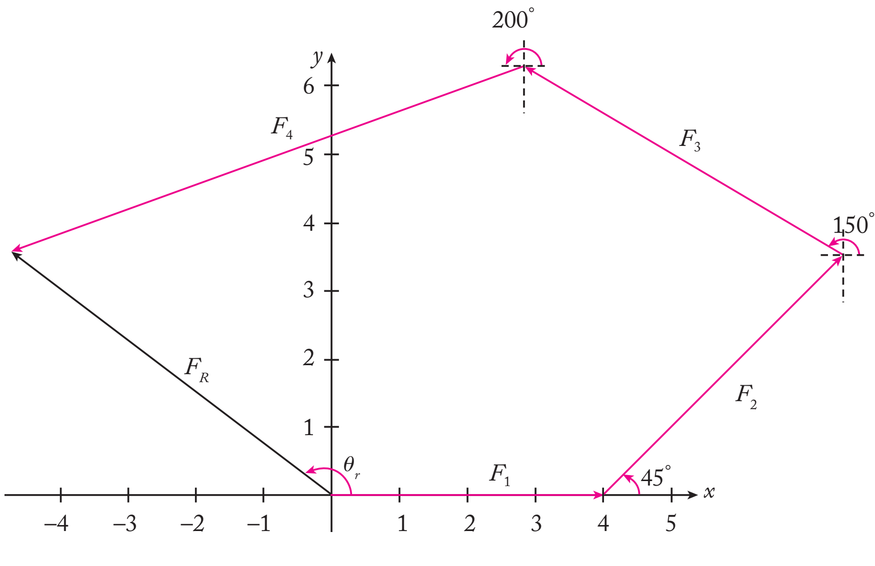
Paso 4 Dibujamos F_3



Paso 5 Dibujamos F_4



Paso 6 Dibujamos el vector resultante F_R



Paso 7 Determinamos la magnitud y la dirección del vector resultante

De acuerdo con la figura y la escala definidas:
R = 119 N y θr = 142.5°

Método del paralelogramo

Un método alterno al del triángulo para sumar dos vectores gráficamente es el denominado **método del paralelogramo**, el cual consiste en trazar los vectores que se suman con sus orígenes juntos. De la punta de flecha de cada vector se traza un segmento de recta paralelo al que corresponde al otro vector.

El vector resultante es la diagonal del paralelogramo que se ha construido.

Recuerda que en un paralelogramo los lados opuestos son paralelos y de igual longitud. Además, dos ángulos suplementarios suman 180°.

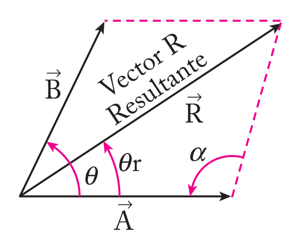
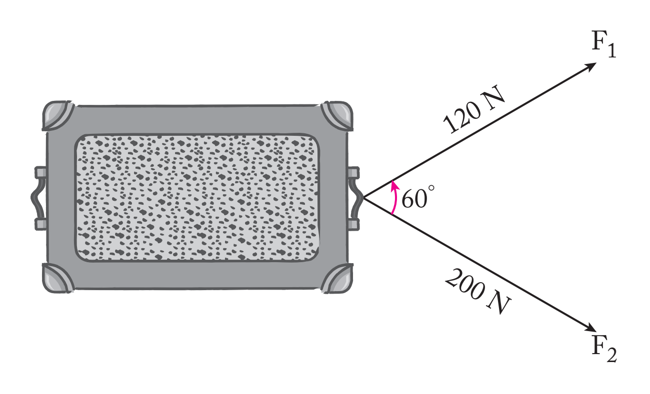


Figura 1.46 Suma de los vectores **A** y **B** por el método del paralelogramo.

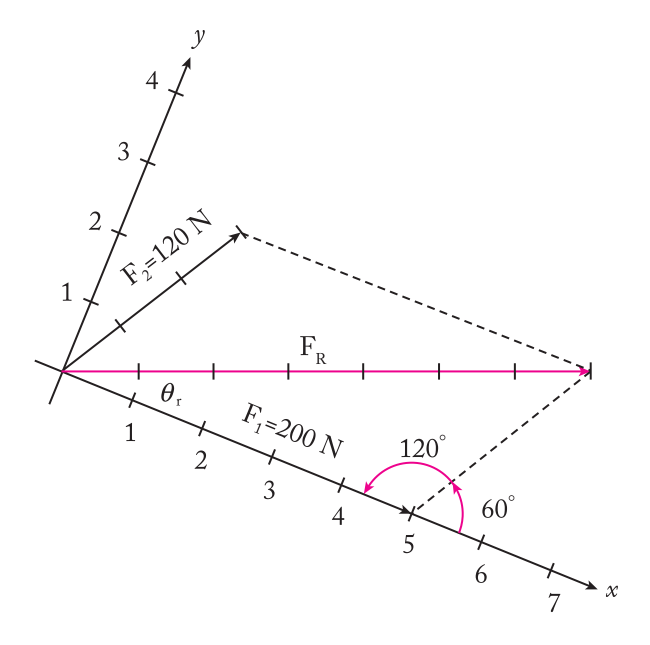
θ = Ángulo formado por **A** y **B**
α = 180 − θ
θr = Dirección del vector resultante respecto al vector **A**

Ejemplo 1.25 Dos fuerzas de 120 y 200 N, respectivamente, actúan sobre un baúl formando un ángulo de 60°, como se ilustra en la siguiente figura.



Calcula la magnitud y la dirección de la fuerza resultante por el método del paralelogramo.

Solución
Tracemos el sistema de rectas perpendiculares de modo que el eje x contenga la línea de acción del vector: $\mathbf{F}_2$ = 200 N.



Escala: 1 cm = 40 N

De acuerdo con la figura anterior y con la escala establecida, la magnitud de la fuerza resultante es 280 N, y su dirección θr es 22° respecto a la fuerza de 200 N.

Suma de vectores por métodos analíticos (matemáticos)

Analicemos ahora los siguientes casos:

Caso 1. Suma de vectores colineales que tienen la misma dirección y sentido

Cuando dos o más vectores colineales que se van a sumar tienen la misma dirección y sentido, la magnitud del vector resultante es igual a la suma algebraica de las magnitudes de cada uno de ellos, y su dirección es la misma que la de los vectores involucrados.

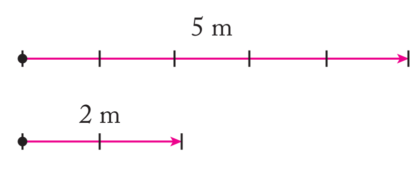
Ejemplo 1.26 Suma los vectores:

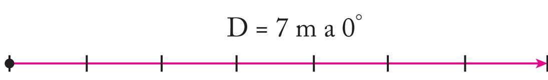
$\mathbf{D}_1$ = 5 m a 0°

$\mathbf{D}_2$ = 2 m a 0°

Solución
Como los vectores colineales D_1 y D_2 tienen la misma dirección y sentido, entonces:

$$D_R = 5 \text{ m} + 2 \text{ m} = 7 \text{ m a } 0°$$





Caso 2. Suma de dos vectores colineales que tienen la misma dirección pero sentido contrario

Cuando se suman dos vectores colineales que tienen la misma dirección pero sentido contrario, la magnitud del vector resultante es el valor absoluto de la diferencia de las magnitudes. La dirección y el sentido son los que corresponden al vector de mayor magnitud.

Ejemplo 1.27 Calcula la magnitud y dirección de los siguientes vectores:

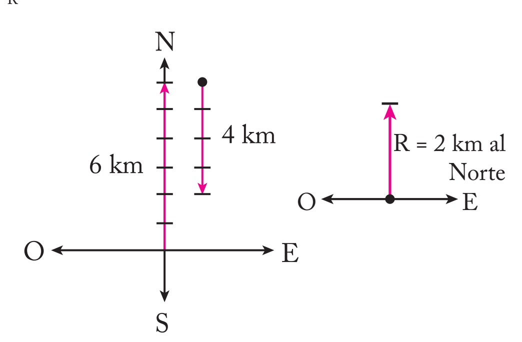
$\mathbf{D}_1$ = 6 km al Norte

$\mathbf{D}_2$ = 4 km al Sur

Solución

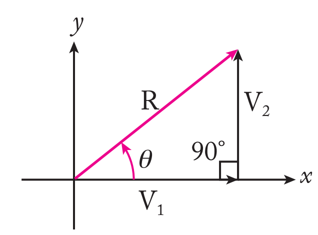
$\mathbf{V}_R$ = |6 km – 4 km| al Norte

$\mathbf{V}_R$ = 2 km al Norte



Caso 3. Suma de dos vectores cuyas líneas de acción son perpendiculares entre sí

Cuando se suman dos vectores cuyas líneas de acción son perpendiculares, éstos, junto con el vector resultante, forman un triángulo rectángulo.



La magnitud de la resultante **R** se determina por medio del teorema de Pitágoras:

$$R^2 = V_1^2 + V_2^2$$

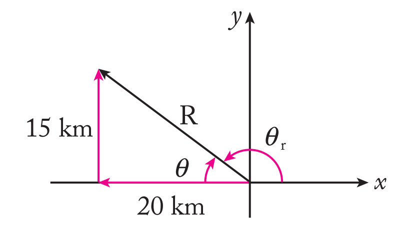
$$R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$$

El ángulo θ entre R y V_1 se calcula a partir de la siguiente razón trigonométrica:

$$\tan\theta = \frac{V_2}{V_1}$$

Ejemplo 1.28 Una persona camina 20 m hacia el Oeste y luego 15 m al Norte. Determina la magnitud y dirección del desplazamiento.

Solución



Primero calculamos la magnitud del desplazamiento aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\mathbf{R}^2 = (20\text{ m})^2 + (15\text{ m})^2$$

$$\mathbf{R}^2 = 400\text{ m}^2 + 225\text{ m}^2$$

$$\mathbf{R}^2 = 625\text{ m}^2$$

$$\mathbf{R}^2 = \sqrt{625}\text{ m}^2$$

$$\mathbf{R} = 25\text{ m}$$

Ahora determinamos la dirección del desplazamiento. De acuerdo con el triángulo de la figura anterior, tenemos:

$$\tan\theta = \frac{15}{20}$$

$$\tan\theta = 0.750$$

$$\theta = \arctan 0.75$$

$$\theta = 36.9°$$

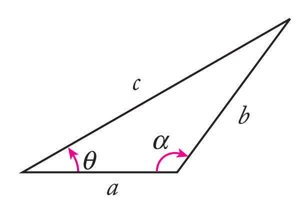
La dirección del desplazamiento es 36.9° al Norte del Oeste o bien, 143.1°. Observa que

$$\theta_r = (180 - 36.9)° = 143.1°$$

Caso 4. Suma de dos vectores que no son colineales ni perpendiculares entre sí

Cuando se suman analíticamente dos vectores que no son colineales ni perpendiculares entre sí aplicamos las leyes de cosenos y senos.

a) Ley de cosenos



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$$

b) Ley de senos

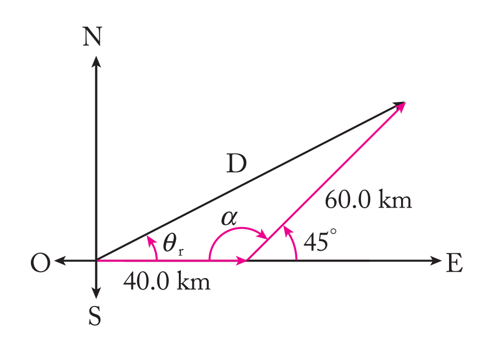
$$\frac{\text{sen }\theta}{b} = \frac{\text{sen }\alpha}{c}, \text{ luego}$$

$$\text{sen }\theta = \frac{b\text{ sen }\alpha}{c}$$

Ejemplo 1.29 Un barco navega 40.0 km hacia el Este, luego gira y navega 60.0 km al noreste. Determina la magnitud y dirección del desplazamiento del barco.

Solución

Sea D el vector del desplazamiento del barco.



Primero calculamos la magnitud del desplazamiento. De acuerdo con la ley de cosenos y con el triángulo de la figura anterior, tenemos:

$$D^2 = (40.0\text{ km})^2 + (60.0\text{ km})^2 - 2(40.0)(60.0)\cos\alpha$$

Observa que $\alpha = (180 - 45)$, o sea 135°:

$$D^2 = 1600\text{ km}^2 + 3600\text{ km}^2 - 4800\,(-0.7071)$$

$$D^2 = 8594.08\text{ km}^2$$

$$D = 92.7\text{km}$$

Ahora determinamos la dirección del desplazamiento aplicando la ley de senos.

$$\frac{\text{sen }\theta r}{60.0} = \frac{\text{sen }135^\circ}{92.7}$$

$$\text{sen }\theta r = \frac{60.0\text{ sen }135^\circ}{92.7}$$

$$\text{sen }\theta r = \frac{60(0.7071)}{92.7}$$

$$\text{sen }\theta r = 0.4576$$

$$\theta r = \text{sen}^{-1}\,0.4576$$

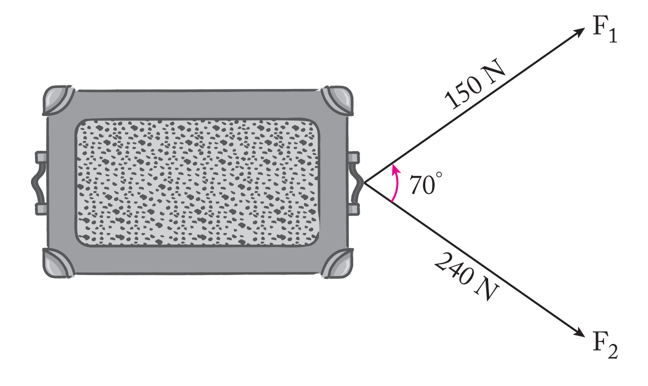
$$\theta r = 27.2^\circ$$

La dirección del desplazamiento es 27.2° al Norte del Este.

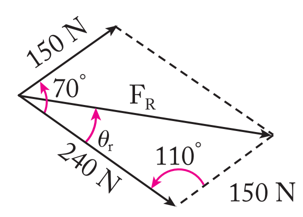
Caso 5. Suma de dos vectores de origen común y no colineales

Ejemplo 1.30 Un baúl es remolcado por medio de dos cables que forman entre sí un ángulo de 70°. Si las fuerzas sobre los cables son 150 y 240 N, respectivamente, calcula la magnitud y la dirección de la fuerza resultante.

Solución



Si se aplica el método del paralelogramo tenemos:



De acuerdo con la ley de cosenos:

$$F_R^{\,2} = (150\text{ N})^2 + (240\text{ N})^2 - 2(150\text{ N})(240\text{ N})\cos 110^\circ$$

$$F_R^{\,2} = 22\,500\text{ N}^2 + 57\,600\text{ N}^2 - (-\,24\,625.45\text{ N}^2)$$

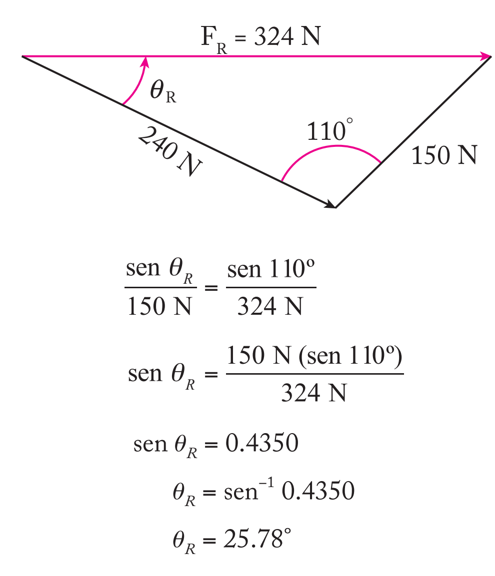
$$F_R^{\,2} = 104\,725.45\text{ N}^2$$

$$F_R = 323.61\text{ N}$$

El resultado debe tener tres cifras significativas; por tanto, al redondear queda:

$$F_R = 324\text{ N}$$

Ahora se calcula la dirección de la fuerza resultante aplicando la ley de los senos:



$$\frac{\text{sen}\ \theta_R}{150\ \text{N}} = \frac{\text{sen}\ 110°}{324\ \text{N}}$$

$$\text{sen}\ \theta_R = \frac{150\ \text{N}\ (\text{sen}\ 110°)}{324\ \text{N}}$$

$$\text{sen}\ \theta_R = 0.4350$$

$$\theta_R = \text{sen}^{-1}\ 0.4350$$

$$\theta_R = 25.78°$$

Al redondear queda:

$$\theta_R = 25.8°$$

Componentes perpendiculares de un vector

En este capítulo aprendimos que a un conjunto de vectores que actúan sobre un mismo punto puede remplazarlos un vector resultante.

Asimismo, un vector puede considerarse como la resultante de dos vectores con direcciones diferentes a la del original. Estos vectores se conocen como **vectores componentes del vector.** En esta sección sólo analizaremos los vectores componentes rectangulares cuyas direcciones son la vertical y la horizontal.

El proceso de determinar los vectores componentes de un vector se llama **resolución de vectores**. En la resolución de un vector se utilizan las proyecciones de éste a lo largo de un sistema de coordenadas rectangulares. Estas **proyecciones se denominan proyecciones componentes del vector.**

Consideremos un vector **V** que se localiza en un sistema de coordenadas rectangulares y que forma un ángulo θ con el eje x positivo, como se ilustra en la figura 1.47.

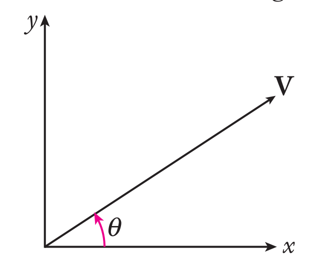


Figura 1.47

La proyección del vector V a lo largo del eje x, denotada por V_x, se llama componente x de V y su proyección a lo largo del eje y, denotado por V_y, se llama componente y de V.

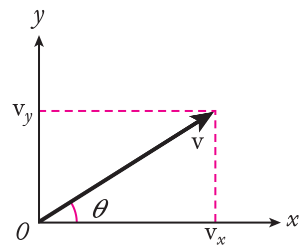


Figura 1.48

Los componentes o proyecciones V_x y V_y no son vectores, son cantidades escalares con signo, lo cual nos permite efectuar operaciones de suma, resta, multiplicación y división. Los componentes V_x y V_y son números positivos o negativos con unidad de medida.

Dado que los vectores componentes son perpendiculares entre sí, forman un triángulo rectángulo cuya magnitud del vector **V** es la que corresponde a la longitud de la hipotenusa. Así, de acuerdo con los principios de la trigonometría y el teorema de Pitágoras, tenemos:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{V_y}{V} \quad \Rightarrow \quad V_y = V\ \text{sen}\ \theta$$

$$\cos\theta = \frac{V_x}{V} \quad \Rightarrow \quad V_x = V\cos\theta$$

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 . \qquad \tan\theta = \frac{V_y}{V_x}$$

El signo de los componentes rectangulares lo determina el cuadrante en donde se localiza el vector **V**. Observa las siguientes figuras:

Primer cuadrante

V_x (+)

V_y (+)

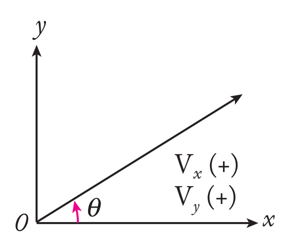


Figura 1.49

Segundo cuadrante

V_x (–)

V_y (+)

$$\theta_R = \text{Ángulo de referencia} = 180 - \theta$$

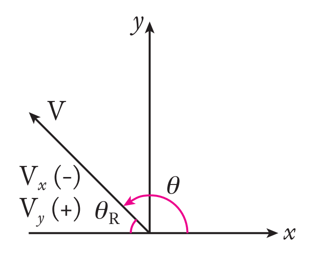


Figura 1.50

Tercer cuadrante

V_x (–)

V_y (–)

$$\theta_R = \theta - 180$$

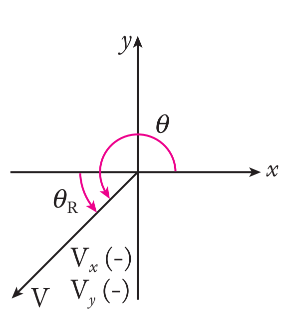


Figura 1.51

Cuarto cuadrante

V_x (+)

V_y (–)

$$\theta_R = 360 - \theta$$

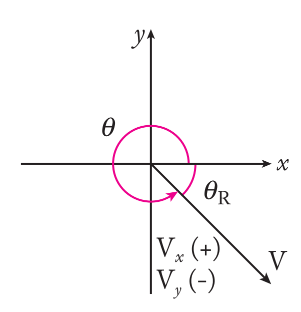
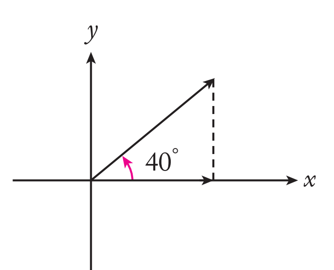


Figura 1.52

Ejemplo 1.31 Determina los componentes rectangulares del vector **F** = 80.0 N a 40°.

Solución



$F_x = 80.0 \text{ N} \cos 40°$

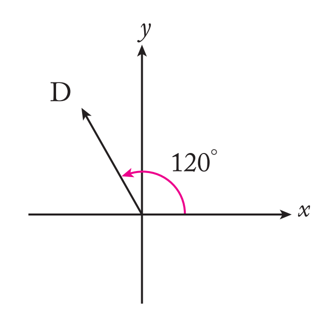
$F_x = 61.3 \text{ N}$

$F_y = (80.0 \text{ N}) \text{ sen } 40°$

$F_y = 51.4 \text{ N}$

Ejemplo 1.32 Determina los componentes rectangulares del vector **D** = 500 m a 120°.

Solución



$D_x = \mathbf{D} \cos 120°$

$D_x = 500 \text{ m} (\cos 120°)$

$D_x = -250 \text{ m}$

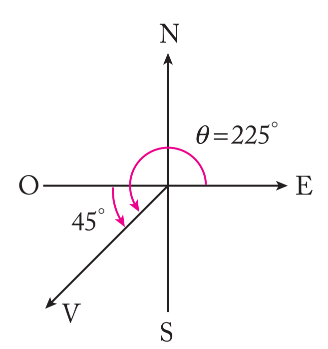
$D_y = \mathbf{D} \text{ sen } 120°$

$D_y = 500 \text{ m} (\text{sen } 120°)$

$D_y = 433 \text{ m}$

Ejemplo 1.33 Determina los componentes rectangulares del vector **V** = 80 m/s al suroeste.

Solución



Observa que $\theta = 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ$

$$V_x = V \cos\theta$$

$$V_x = (80.0 \text{ m/s})(\cos 225^\circ)$$

$$V_x = 80.0 \text{ m/s} (-0.707)$$

$$V_x = -56.6 \text{ m/s}$$

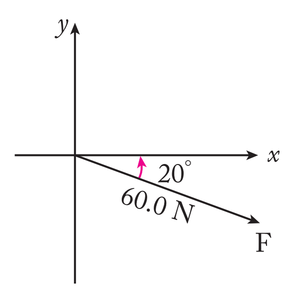
$$V_y = V \text{ sen } \theta$$

$$V_y = (80.0 \text{ m/s})(\text{sen } 225^\circ)$$

$$V_y = 80.0 \text{ m/s} (-0.707)$$

$$V_y = -56.6 \text{ m/s}$$

Ejemplo 1.34 Determina los componentes rectangulares del vector de la siguiente figura.



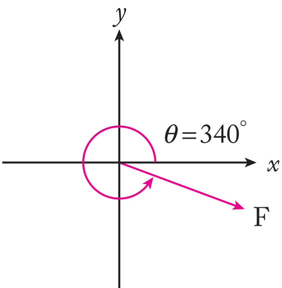
Solución

Observa que 20° es la medida del ángulo de referencia (ángulo que forma el vector con el eje *x*).

$$\theta = 360^\circ - \theta_R$$

$$\theta = 360^\circ - 20^\circ$$

$$\theta = 340^\circ$$



$$F_x = F \cos\theta$$

$$F_x = 60.0 \text{ N} (\cos 340^\circ)$$

$$F_x = 56.4 \text{ N}$$

$$F_x = 56.4 \text{ N}$$

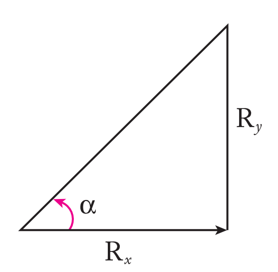
$$F_y = 60.0 \text{ N} (\text{sen } 340^\circ)$$

$$F_y = -20.5 \text{ N}$$

Suma de vectores por el método de los componentes

La solución de vectores, es decir, la descomposición de un vector en sus componentes, se puede utilizar para sumar vectores. El procedimiento consiste en los siguientes pasos:

1. Determinar el componente horizontal y vertical de cada vector.
2. Sumar los componentes horizontales para obtener un vector en la dirección horizontal, denotado por $\mathbf{R}_x$.
3. Sumar los componentes verticales para obtener un vector en la dirección vertical, denotado por $\mathbf{R}_y$.
4. El vector resultante se determina por la suma vectorial $\mathbf{R}_x + \mathbf{R}_y$ y dado que $\mathbf{R}_x$ y $\mathbf{R}_y$ son perpendiculares entre sí, entonces:
$\mathbf{R}^2 = \mathbf{R}_x^2 + \mathbf{R}_y^2$

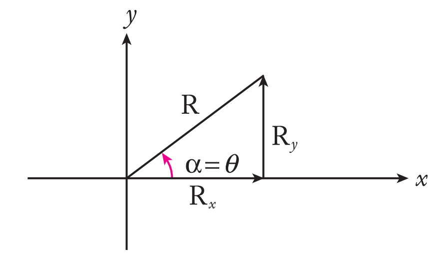


$\tan\alpha = \frac{R_y}{R_x}$ en donde α es el ángulo que forma el vector resultante con el eje *x*.

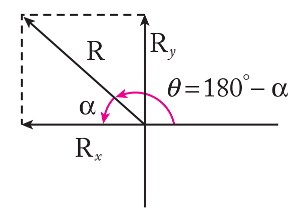
Representaremos la dirección del vector resultante por el símbolo θ.

A continuación mostraremos cómo determinar la medida de ángulo θ según el cuadrante donde se localice el vector resultante.

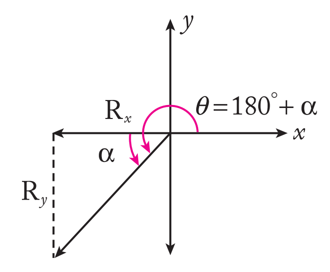
Caso 1 Si R_x y R_y tienen signo positivo, la resultante R_x se localiza en el primer cuadrante. En este caso: $\alpha = \theta$.



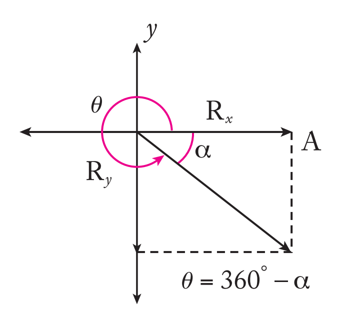
Caso 2 Si R_x es negativo y R_y positivo, el vector resultante se localiza en el segundo cuadrante. En este caso: $\theta = 180^\circ - \alpha$.



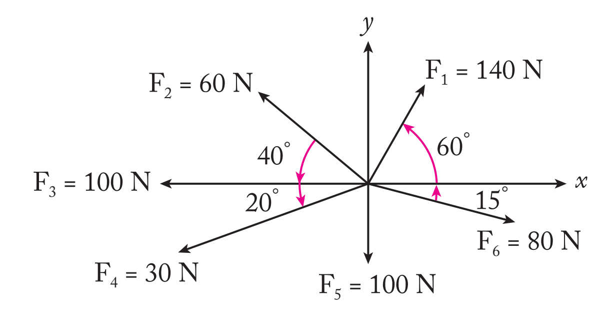
Caso 3 R_x y R_y son negativos. En este caso, el vector resultante queda en el tercer cuadrante, entonces: $\theta = 180° + \alpha$.



Caso 4 R_x tiene signo positivo y R_y negativo. En este caso, el vector resultante queda en el cuarto cuadrante y: $\theta = 360° - \alpha$.



Ejemplo 1.35 Calcula la magnitud y la dirección del vector resultante del siguiente sistema de fuerzas.



Solución

De acuerdo con la figura, la dirección de cada una de las fuerzas es:

$$\theta_1 = 60°$$
$$\theta_2 = (180 - 40)° = 140°$$
$$\theta_3 = 180°$$
$$\theta_4 = (180 + 20)° = 200°$$
$$\theta_5 = 270°$$
$$\theta_6 = (360 - 15)° = 345°$$

Entonces los vectores son:

$$\mathbf{F}_1 = 140 \text{ N a } 60°$$
$$\mathbf{F}_2 = 60 \text{ N a } 140°$$
$$\mathbf{F}_3 = 100 \text{ N a } 180°$$
$$\mathbf{F}_4 = 30 \text{ N a } 200°$$
$$\mathbf{F}_5 = 100 \text{ N a } 270°$$
$$\mathbf{F}_6 = 80 \text{ N a } 345°$$

Determinemos a continuación los componentes rectangulares de cada vector:

$$\mathbf{F}_x = \text{F} \cos \theta$$

Comprueba que:

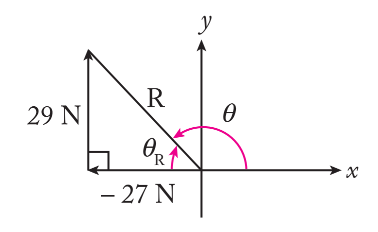
$$\mathbf{F}_{1x} = 70.0 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{2x} = -46 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{3x} = -100 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{4x} = -28 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{5x} = 0 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{6x} = 77 \text{ N}$$
$$\mathbf{R}_x = -27 \text{ N}$$

$$\mathbf{F}_y = \text{F sen } \theta$$

Comprueba que:

$$\mathbf{F}_{1y} = 121 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{2y} = 39 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{3y} = 0 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{4y} = -10 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{5y} = -100 \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_{6y} = -21 \text{ N}$$
$$\mathbf{R}_y = 29 \text{ N}$$

De acuerdo con lo anterior tenemos:



$$R^2 = (-27\ N)^2 + (29\ N)^2$$
$$R^2 = 729\ N^2 + 841\ N^2$$
$$R^2 = 1570\ N^2$$
$$R = 39.6\ N \approx 40\ N$$

Observa que redondeamos 39.6 N a dos cifras significativas.

$$\tan\theta_R = \frac{29}{27}$$

$$\theta_R = \tan^{-1}\frac{29}{27}$$
$$\theta_R = 47°$$
$$\theta = 180° - 47°$$
$$\theta = 133°$$

La magnitud de la fuerza resultante es de 40 N a 133°.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

I. Realiza la suma de los siguientes vectores colineales.

1. $\mathbf{D}_1$ = 40 m al Oeste
$\mathbf{D}_2$ = 30 m al Oeste

2. $\mathbf{D}_1$ = 400 m al Sur
$\mathbf{D}_2$ = 80 m al Sur

3. $\mathbf{F}_1$ = 4 N a 0°
$\mathbf{F}_2$ = 9 N a 180°

4. $\mathbf{F}_1$ = 60 N a 90°
$\mathbf{F}_2$ = 75 N a 270°

5. $\mathbf{V}_1$ = 8 m/s al Este
$\mathbf{V}_2$ = 12 m/s al Oeste

6. $\mathbf{D}_1$ = 70 m al Norte
$\mathbf{D}_2$ = 90 m al Sur

7. $\mathbf{V}_1$ = 15 m/s a 20°
$\mathbf{V}_2$ = 10 m/s a 200°

8. $\mathbf{F}_1$ = 15 N a 0°
$\mathbf{F}_2$ = 15 N a 180°

II. Suma de dos vectores cuyas líneas de acción son perpendiculares entre sí.

1. Determina la magnitud y la dirección de la fuerza resultante del siguiente sistema de fuerzas:
$\mathbf{F}_1$ = 40 N a 90°
$\mathbf{F}_2$ = 30 N a 0°

F_R	θ_r
a) 60 N	*a)* 53.1°
b) 50 N	*b)* 60°
c) 56 N	*c)* 48°
d) 45 N	*d)* 50°

2. Un hombre camina 400 m hacia el Oeste y luego 200 m hacia el Norte. Determina la magnitud y la dirección del desplazamiento resultante.

D_r	θ_r
a) 460 m	*a)* 26.6° al norte del Oeste
b) 438 m	*b)* 26.6° al sur del Oeste
c) 465 m	*c)* 32° al norte del Oeste
d) 447 m	*d)* 20° al norte del Oeste

3. Un avión que vuela hacia el Oeste a 250 km/h es empujado hacia el Sur por una ráfaga de viento de 50.0 km/h. ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la velocidad resultante del avión?

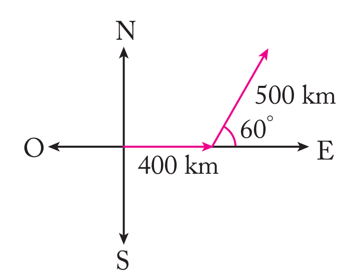
V_R	θ_r
a) 255 km/h	*a)* 13° al sur del Oeste
b) 270 km/h	*b)* 15° al sur del Oeste
c) 240 km/h	*c)* 11.3° al sur del Oeste
d) 248 km/h	*d)* 18° al sur del Oeste

4. Una persona camina 50.0 m hacia el Sur, y luego, 80.0 m hacia el Este. Calcula la magnitud y la dirección del desplazamiento resultante.

D_R	θ_r
a) 99.0 m	*a)* 40° al sur del Este
b) 92.0 m	*b)* 32° al sur del Este
c) 94.3 m	*c)* 46° al sur del Este
d) 100 m	*d)* 58° al sur del Este

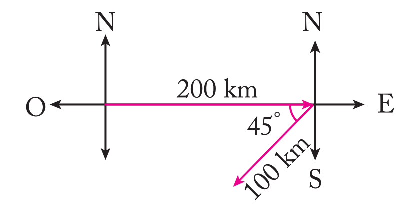
III. Suma de dos vectores sin origen común y cuyas líneas de acción no son perpendiculares entre sí.

1. Un avión vuela 400 km hacia el Este, luego cambia de ruta y vuela 500 km a 60° al norte del Este. Determina la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.



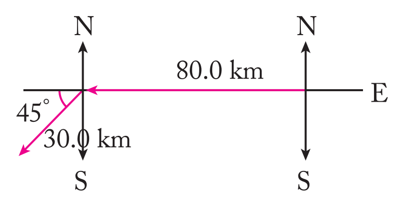
D_R = 781 km θ = 33.7° ≈ 34° al norte del Este

2. Un avión vuela 200 km hacia el Este, luego cambia de ruta y vuela 100 km hacia el suroeste. Determina la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.



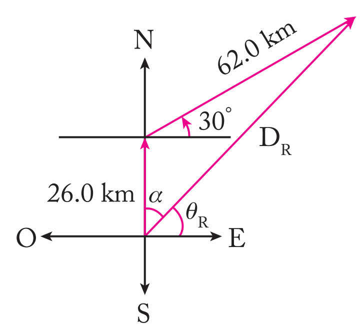
D_R = 147 km θ = 28.75° ≅ 29° al sur del Este

3. Un barco navega 80.0 km hacia el Oeste y luego 30.0 km hacia el suroeste. Determina la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.



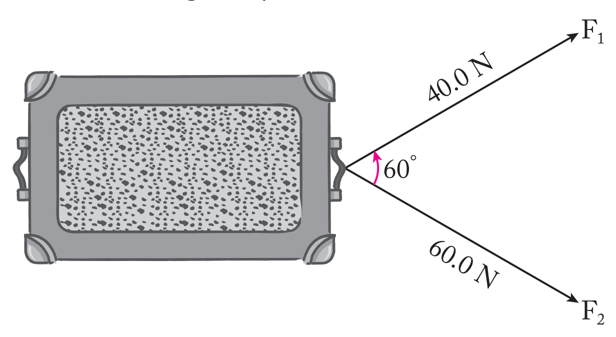
$\mathbf{D}_R$ = 103 km θ = 11.9° ≅ 12° al sur del Oeste

4. Si un auto recorre 26.0 km hacia el Norte y luego recorre 62.0 km a 30° al norte del Este, ¿cuál es la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.



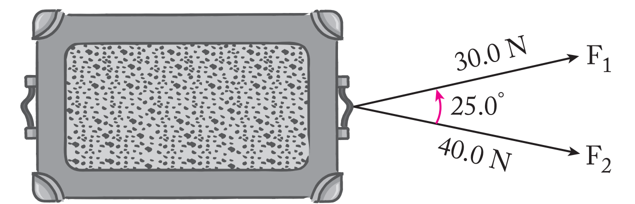
$\mathbf{D}_R$ = 78.3 km θ = 46.7° ≅ 47° al norte del Este

5. Dos fuerzas de 40.0 N y 60.0 N, respectivamente, actúan sobre una caja. Si el ángulo entre las dos fuerzas es de 60°, determina la magnitud y dirección de la fuerza resultante con respecto a $\mathbf{F}_2$.



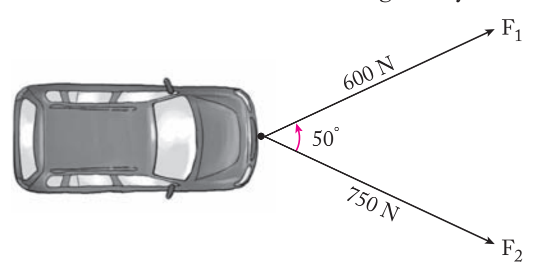
$\mathbf{F}_R$ = 87.2 N θ_R = 23.4° ≅ 23° respecto a la fuerza de 60 N

6. Dos fuerzas de 30.0 N y 40.0 N, respectivamente, se aplican sobre un mismo cuerpo. Si el ángulo entre las dos fuerzas es de 25.0°, calcula la magnitud y dirección de la fuerza resultante con respecto a $\mathbf{F}_2$.



F_R	θ_r con respecto a $\mathbf{F}_2$
a) 60.8 N	*a)* 10.7°
b) 62.0 N	*b)* 13°
c) 68.4 N	*c)* 12°
d) 72.5 N	*d)* 20°

7. Dos fuerzas de 600.0 N y 750.0 N, respectivamente, se aplican sobre un auto para arrastrarlo. Si el ángulo entre las dos fuerzas es de 50°, calcula la magnitud y dirección de la fuerza resultante con respecto a $\mathbf{F}_2$.



F_R	θ_r con respecto a $\mathbf{F}_2$
a) 1225 N	*a)* 18°
b) 1300 N	*b)* 26°
c) 1180 N	*c)* 32°
d) 1200 N	*d)* 22°

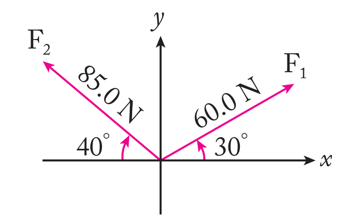
8. Calcula los componentes rectangulares de un desplazamiento de 80.0 m a 150°.

D_x	D_y
a) 40 m	*a)* –69.2 m
b) 69.3 m	*b)* 40.0 m
c) –69.3 m	*c)* –40.0 m
d) –40 m	*d)* 69.2 m

9. ¿Cuáles son los componentes rectangulares de una fuerza de 64.0 N a 300°?

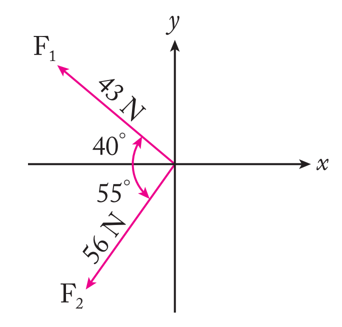
F_x	F_y
a) –55.4 N	*a)* 32.0 N
b) 55.4 N	*b)* –32.0 N
c) 32.0 N	*c)* –55.4 N
d) –32.0 N	*d)* 55.4 N

10. De acuerdo con el siguiente sistema de fuerzas, calcula la magnitud y dirección de la fuerza resultante.



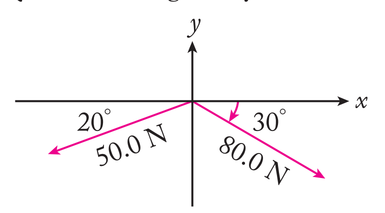
F_R	θ_R
a) 85.6 N	*a)* 85°
b) 90.0 N	*b)* 99°
c) 92.4 N	*c)* 115°
d) 80.0 N	*d)* 105°

11. Determina la magnitud y la dirección de la fuerza resultante del siguiente sistema de fuerzas.



F_R	θ_R
a) 70.4 N	*a)* 205°
b) 60.0 N	*b)* 175°
c) 67.5 N	*c)* 195.6° ≈ 196°
d) 75.2 N	*d)* 215°

12. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza resultante del siguiente sistema de fuerzas?



F_R	θ_r
a) 66.9 N	*a)* 300°
b) 55.0 N	*b)* 280°
c) 61.3 N	*c)* 320°
d) 70.6 N	*d)* 291°

13. De acuerdo con el siguiente sistema de fuerzas, halla la magnitud y dirección de la fuerza resultante.

$\mathbf{F}_1$ = 60.0 N a 45° $\mathbf{F}_2$ = 20.0 N a 90° $\mathbf{F}_3$ = 40.0 N a 300°

F_R	θ_r
a) 76.1 N	*a)* 20°
b) 60.4 N	*b)* 32°
c) 68.3 N	*c)* 24°
d) 62.06 N	*d)* 29°

Fx_1 = Fy_1 =

Fx_2 = Fy_2 =

Fx_3 = Fy_3 =

Rx = Ry =

Diferencia de vectores

Para determinar la diferencia de vectores **A** – **B** procedemos a determinar la suma vectorial **A** + (–**B**), donde el vector –**B** es el negativo de **B**.

El vector **B** y su negativo –**B** son vectores paralelos de igual magnitud pero de sentido contrario.

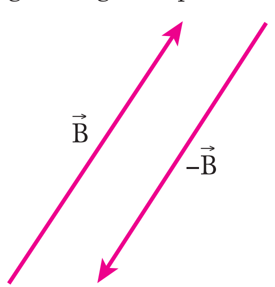


Figura 1.53 $\vec{B}$ y $-\vec{B}$ son vectores paralelos de igual magnitud pero de sentido contrario.

En la siguiente figura se ilustra cómo obtener la diferencia vectorial.

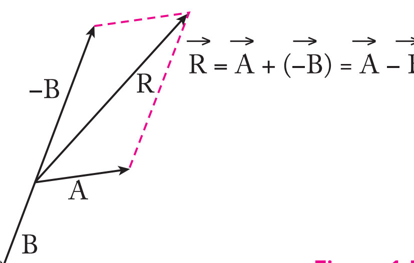


Figura 1.54 Diferencia vectorial.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Elabora una lista de cantidades físicas presentes en nuestro entorno inmediato, donde es posible observar cuáles son las magnitudes escalares y cuáles son vectoriales.
2. Redacta un informe donde se observe la aplicación de los vectores de manera cotidiana.
3. Marca con una X, según la magnitud que corresponda, la cantidad física que se te indica.

Magnitud	Escalar	Vectorial
Temperatura		
Masa		
Tiempo		
Desplazamiento		
Área		
Aceleración		
Distancia		
Volumen		
Velocidad		
Fuerza		
Densidad		



1. ( ) Las cantidades físicas vectoriales tienen…
   a) sólo magnitud
   b) sólo dirección
   c) sólo sentido
   d) todo lo anterior

2. ( ) Las cantidades físicas escalares tienen…
   a) sólo magnitud
   b) sólo dirección
   c) sólo sentido
   d) todo lo anterior

3. ( ) Es una cantidad física vectorial:
   a) distancia
   b) masa
   c) desplazamiento
   d) tiempo

4. ( ) Es una cantidad física escalar:
   a) desplazamiento
   b) fuerza
   c) masa
   d) velocidad

5. ( ) Una persona camina 100 m hacia el Norte y se detiene a comprar un café. Después continúa su ruta en la misma dirección y camina 400 m. Por último, decide caminar hacia el Sur y recorre 600 m. Determina la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.
   a) 1100 m
   b) 100 m hacia el Norte
   c) 100 m hacia el Sur
   d) 100 m

6. ( ) Una persona camina 400 m al Este y luego 100 m al Oeste. Calcula la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.
   a) 500 m al Este
   b) 300 m al Oeste
   c) 300 m al Este
   d) 500 m al Oeste
   e) 300 m

Un automóvil recorre 16 km al Este y luego toma la carretera hacia el Norte y recorre 10 km. De acuerdo con estos datos, responde las preguntas 7 y 8.

7. ( ) ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento resultante?
   a) 22 km
   b) 28 km
   c) 19 km
   d) 26 km

8. ( ) ¿Cuál es la dirección del desplazamiento resultante?
   a) 28° al norte del Este
   b) 35° al norte del Este
   c) 58° al norte del Este
   d) 32° al norte del Este

Un avión se desplaza hacia el Oeste y recorre 300 km. Después cambia de dirección hacia el Norte y recorre 400 km. Responde las preguntas 9 y 10.

9. ( ) ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento resultante?
   a) 700 km
   b) 480 km
   c) 600 km
   d) 500 km

10. ( ) ¿Cuál es la dirección del desplazamiento resultante?
    a) 62° al norte del Oeste
    b) 58° al norte del Oeste
    c) 53.1° al norte del Oeste
    d) 50° al norte del Oeste

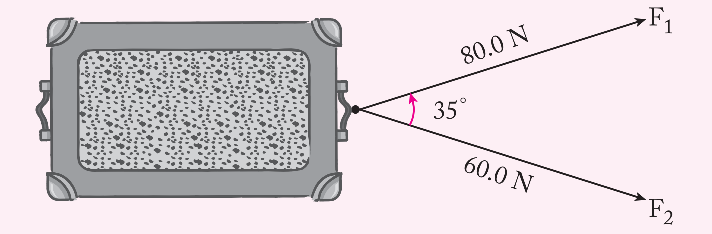
Un avión toma su ruta desde el aeropuerto y vuela 200 km hacia el Este, y luego recorre 300 km a 60.0° al norte del Este. Responde las preguntas 11 y 12.

11. ( ) ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento resultante?
    a) 436 km
    b) 410 km
    c) 280 km
    d) 470 km

12. ( ) ¿Cuál es la dirección del desplazamiento resultante?
    a) 42° al norte del Este
    b) 36.6° al norte del Este
    c) 30° al norte del Este
    d) 40° al norte del Este

Dos fuerzas de 60.0 N y 80.0 N, respectivamente, se aplican sobre un mismo cuerpo. Si el ángulo entre las dos fuerzas es de 35°, responde las preguntas 13 y 14.

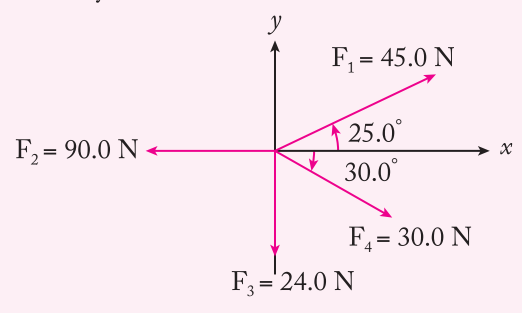
13. ( ) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza resultante?
    a) 134 N
    b) 128 N
    c) 140 N
    d) 183.4 N



14. ( ) ¿Cuál es la dirección de la fuerza resultante respecto a la fuerza de 60.0 N?

a) 25.0°
b) 17.0°
c) 20.0°
d) 27.0°

De acuerdo con el siguiente sistema de fuerzas, contesta las preguntas 15 y 16.



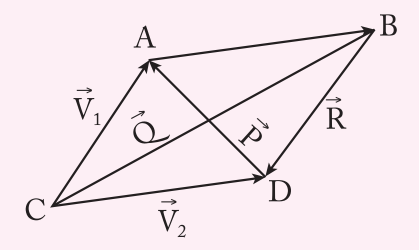
15. ( ) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza resultante?

a) 0.30 N
b) 35 N
c) 30.6 N
d) 28.2 N

16. ( ) ¿Cuál es la dirección de la fuerza resultante?

a) 211°
b) 205°
c) 221°
d) 240°

Respecto a la siguiente figura, contesta las preguntas 17, 18 y 19.



17. ( ) ¿Cuál de los vectores corresponden a la suma $V_1 + V_2$?

a) P
b) Q
c) R

18. ( ) ¿Cuál de los vectores corresponden a la diferencia $V_1 - V_2$

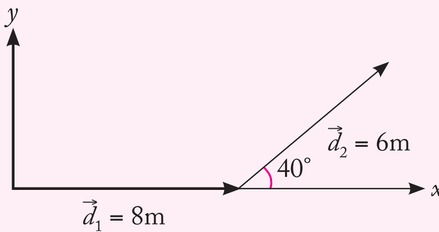
a) P
b) Q
c) R

19. ( ) ¿Cuál de los vectores corresponden a $-V_1$?

a) P
b) Q
c) R

Comunicar para aprender

1. Explica con tus propias palabras la diferencia entre un conocimiento cotidiano y uno científico.
2. Menciona las etapas del método científico.
3. Explica la diferencia entre las ciencias formales y las ciencias factuales.
4. Explica a uno de tus compañeros por qué son necesarias unidades patrón o estándar en el proceso de la medición.
5. Explica a uno de tus compañeros como expresar 108 km/h en m/s.
6. Explica con tus propias palabras como convertir 20m/s a km/h.
7. Explica a uno de tus compañeros en qué casos es importante la notación científica.
8. Explica cómo expresar 0.000 000 78 en notación científica.
9. Explica con tus propias palabras cómo expresar 98 000 000 000 000 en notación científica.
10. Menciona los tipos de errores que se cometen en la medición.
11. Explícale a uno de tus compañeros qué son las cifras significativas.
12. Explica con tus propias palabras la diferencia entre un vector y un escalar.
13. Explícale a uno de tus compañeros cómo se determinan los componentes rectangulares del vector $F = 40$ N a 30°.
14. Con respecto al sistema de fuerza que corresponde a las preguntas 15 y 16 de tu evaluación (pág. 68), explica a uno de tus compañeros cómo hallar la magnitud y la dirección de la fuerza resultante.
15. Explica con tus propias palabras cómo sumar vectores por el método gráfico del polígono.



Explica a uno de tus compañeros cómo hallar la suma de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ de la figura anterior, por métodos analíticos.

Autoevaluación

Indicadores de desempeño	Nivel			
	Excelente	Bueno	Elemental	Insuficiente
1. Establece la interrelación entre la ciencia y la tecnología.				
2. Fundamenta el impacto de la ciencia y la tecnología en su vida cotidiana.				
3. Distingue un conocimiento científico de uno cotidiano.				
4. Reconoce al método científico como el instrumento de la investigación científica.				
5. Reconoce las etapas del método científico.				
6. Fundamenta la importancia de la medición.				
7. Reconoce los diferentes sistemas de medición.				
8. Realiza la conversión de unidades de medición.				
9. Distingue una cantidad física fundamental de una derivada.				
10. Fundamenta la importancia de la notación científica.				
11. Expresa cantidades muy grandes o muy pequeñas en notación científica.				
12. Efectúa operaciones en notación científica.				
13. Distingue los diferentes tipos de errores en la medición.				
14. Determina la precisión y la incertidumbre (error absoluto) de una medición.				
15. Comprende el concepto de cifra significativa.				
16. Efectúa operaciones con cifras significativas.				
17. Distingue la diferencia entre un vector y un escalar.				
18. Representa gráficamente un vector.				
19. Suma vectores por el método gráfico y por métodos analíticos.				



Identifica diferencias entre distintos tipos de movimiento

Conocimientos

- Movimiento unidimensional
- Movimiento rectilíneo uniforme, MRU
- Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, MRUA
- Caída libre
- Movimiento en dos dimensiones
- Movimiento circular

Desempeños

- Define conceptos básicos relacionados con el movimiento.
- Identifica las características del movimiento de los cuerpos en una y dos dimensiones.
- Reconoce y describe, con base en sus características, diferencias entre cada tipo de movimiento.

Competencias que se busca desarrollar

- Identifica problemas, formula preguntas de carácter científico y plantea las hipótesis necesarias para responderlas.
- Obtiene, registra y sistematiza la información para responder preguntas de carácter científico mediante la consulta de fuentes relevantes y la realización de experimentos pertinentes.
- Contrasta los resultados obtenidos en una investigación o experimento con hipótesis previas y comunica sus conclusiones en equipos diversos respetando la diversidad de valores, ideas y prácticas sociales.
- Valora las preconcepciones personales o comunes sobre diversos fenómenos naturales a partir de evidencias científicas.
- Hace explícitas las nociones científicas que sustentan los procesos para la solución de problemas cotidianos.
- Explica el funcionamiento de máquinas de uso común a partir de nociones científicas.
- Relaciona las expresiones simbólicas de un fenómeno de la naturaleza y los rasgos observables a simple vista o mediante instrumentos o modelos científicos.
- Analiza las leyes generales que rigen el funcionamiento del medio físico.
- Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo definiendo un curso de acción con pasos específicos.
- Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.
- Dialoga y aprende de personas con distintos puntos de vista y tradiciones culturales mediante la ubicación de sus propias circunstancias en un contexto más amplio.
- Asume que el respeto de las diferencias es el principio de integración y convivencia en los contextos local, nacional e internacional.



Responde las siguientes preguntas con base en lo que aprendiste de física en la secundaria y en lo que tu experiencia cotidiana te ha mostrado.

1. ¿Qué significa desplazamiento?

2. ¿Hay alguna diferencia entre desplazamiento y distancia?

3. ¿Qué es una trayectoria?

4. ¿Qué significan para ti los términos velocidad y rapidez?; ¿son lo mismo o hay alguna diferencia entre ellos?

5. ¿Qué entiendes por aceleración?

6. ¿Cuántas clases de movimiento conoces?

7. Cuando sueltas un objeto desde cierta altura, éste cae, ¿por qué?

8. ¿Qué ocurre cuando lanzas un objeto hacia arriba en forma vertical?

9. Un balón al ser pateado, una bala de cañón al ser disparada y cualquier objeto lanzado hacia arriba y al frente describen un cierto tipo de movimiento, ¿sabes qué nombre recibe éste?

10. ¿Qué es un radián y a cuántos grados sexagecimales equivale?

11. ¿Qué significa para ti el concepto *movimiento circular uniforme*?

Tema I

Movimiento unidimensional

- movimiento
- mecánica
- cinemática
- dinámica
- partícula material
- marco de referencia
- sistema de referencia
- sistemas inerciales
- sistema de referencia absoluto
- sistema de referencia relativo
- vector de posición
- vector desplazamiento
- rapidez
- velocidad
- rapidez promedio
- rapidez constante
- velocidad media o promedio
- aceleración
- desaceleración
- rapidez instantánea
- velocidad instantánea
- aceleración instantánea

Definición de conceptos

Movimiento

La forma más simple de movimiento en el universo es la que experimenta un objeto cuando cambia su posición en el espacio respecto a otro en el transcurso del tiempo. A este cambio de posición se le conoce como **movimiento mecánico**.

La rama de la física clásica que estudia el movimiento de los objetos es la **mecánica**, la cual se subdivide en **cinemática** y **dinámica**.

Modelo de partícula material

Para representar y estudiar el movimiento de un objeto se estableció el concepto de **partícula material**. Esta partícula abstracta se considera carente de dimensiones espaciales, al igual que un punto geométrico, pero ocupa un lugar en el espacio y puede cambiar su posición en él.

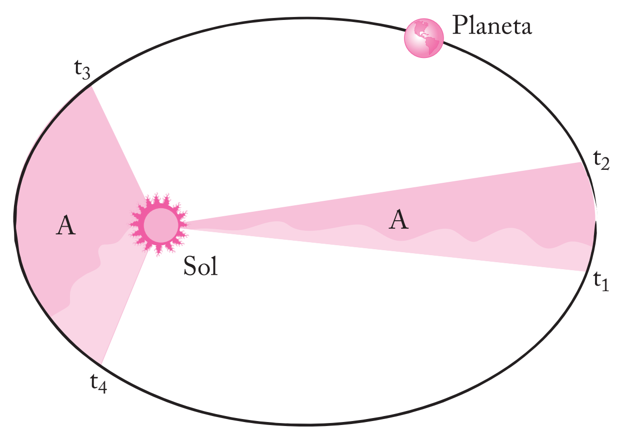


Figura 2.1 Esquema de la distancia entre el Sol y los planetas.

Considerar un objeto como una partícula material requiere que sus dimensiones sean muy pequeñas comparadas con las dimensiones de su trayectoria. Por ejemplo, considera el movimiento de los planetas alrededor del Sol. A pesar de sus grandes dimensiones, los planetas se pueden considerar como partículas materiales porque su tamaño es despreciable (es decir, muy pequeño) respecto a la distancia que los separa del Sol.

La formulación de la partícula material se establece con el fin de estudiar el movimiento principal de un objeto sin considerar sus movimientos internos. Por ejemplo, si queremos describir el movimiento de un avión, no consideramos los movimientos internos que experimentan los objetos y personas que viajan en su interior.

Definición de cinemática

El cambio de posición de una partícula material de un punto de referencia a otro corresponde a un desplazamiento que puede ser una **traslación** si todas las partículas del objeto experimentan los mismos desplazamientos en un intervalo de tiempo dado; o bien, una **rotación** si todas las partículas de dicho cuerpo se mueven en un círculo cuyo centro es el punto de referencia y éste se ubica sobre una línea recta llamada **eje de rotación**. También es posible la conjugación de una traslación con una rotación.

La razón de cambio del desplazamiento respecto al tiempo es la **velocidad** del objeto. La velocidad es **lineal** en el caso de una traslación, y **angular** en el caso de una rotación.

La razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo es la **aceleración** que experimenta la partícula en su movimiento, y al igual que la velocidad, es lineal para traslaciones y angular respecto a las rotaciones.

La utilización de todos estos conceptos (desplazamiento, velocidad, aceleración, distancia y rapidez) posibilita describir el movimiento de una partícula material. De esta manera se desarrolló la cinemática como la rama de la mecánica que estudia abstractamente la descripción del movimiento de los objetos en su aspecto más simple, considerándolo como un mero cambio espacio-temporal, pero sin tomar en cuenta las causas que lo producen o modifican, ni tampoco sus efectos.

La cinemática es la rama de la mecánica que estudia la descripción del movimiento de los objetos, considerándolo como una relación de cambio espacio- temporal sin considerar las causas que lo producen, o modifican, ni sus efectos.

Definición de dinámica

Los cambios que experimentan los objetos en su movimiento son producto de ciertas causas y a su vez generan determinados efectos. Dicho de otra manera, si un objeto en reposo se pone en movimiento o si está en movimiento y su velocidad experimenta un cambio de magnitud, de dirección o de ambas características –lo que se debe a la acción de alguna fuerza o a la conjugación de varias fuerzas–, la consecuencia será la realización de determinados cambios debidos a la reacción que surge inevitablemente.

La consideración de las fuerzas que producen o modifican el movimiento de los objetos o que se oponen a su realización constituye el campo de estudio de la dinámica.

La dinámica es la rama de la mecánica que estudia el movimiento de los objetos considerando las causas (fuerzas) que lo producen o modifican.

Marco de referencia y sistemas de referencia

El movimiento de todo lo que existe es universal; de tal manera que todos los objetos y el universo en su conjunto están en movimiento. Sin embargo, para describir o determinar el movimiento de un objeto es imperativo referirlo a algún otro objeto que sirva como marco o punto de referencia.

Un marco de referencia es una entidad física cualquiera; por ejemplo, un poste, una casa, un vehículo en movimiento, un avión o un planeta.



Figura 2.2 Ejemplos de marcos de referencia.

Carácter relativo del reposo y del movimiento

El reposo y el movimiento de un objeto son relativos; es decir, dependen de la condición del objeto respecto al marco de referencia establecido. Por ejemplo, un poste y una casa están en reposo respecto a la Tierra, pero en movimiento respecto al Sol.

Decimos que un objeto está en movimiento respecto a su marco de referencia cuando cambia su posición en el transcurso del tiempo respecto a dicho marco. Si no hay cambio de posición, decimos que está en reposo. Por ejemplo, una persona sentada en uno de los asientos de un auto en marcha se encuentra en movimiento respecto a la Tierra, pero en reposo respecto a dicho auto. Por el contrario, un árbol, un poste o un semáforo están en reposo respecto a la Tierra, pero en movimiento en cuanto al auto.

Analicemos el siguiente ejemplo. Supongamos que un tren viaja hacia el Este a una velocidad de 40 km/h. Si una persona que viaja en el tren camina a una velocidad de 2.0 km/h en la misma dirección y sentido, entonces, respecto a la Tierra, su velocidad será de:

$$40\frac{\text{km}}{\text{h}} + 2.0\frac{\text{km}}{\text{h}} = 42\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Si la persona camina a la misma velocidad pero hacia el Oeste, su velocidad respecto a la Tierra será de:

$$40\frac{\text{km}}{\text{h}} - 2.0\frac{\text{km}}{\text{h}} = 38\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Si un auto viaja a la misma velocidad del tren hacia el Este, la velocidad del tren respecto al auto es cero; es decir, el tren respecto al auto está en reposo, y viceversa.

Sistema de referencia

Al considerar el carácter relativo del reposo y del movimiento y la necesidad de describir el movimiento de un objeto, el observador debe definir un sistema de referencia respecto del cual analizar el movimiento. Un sistema de referencia se constituye de:

- Un objeto que cumple la función de marco de referencia.
- Un sistema de ejes de coordenadas asociado al marco de referencia.
- La indicación del instante en el cual se empieza a analizar el movimiento.

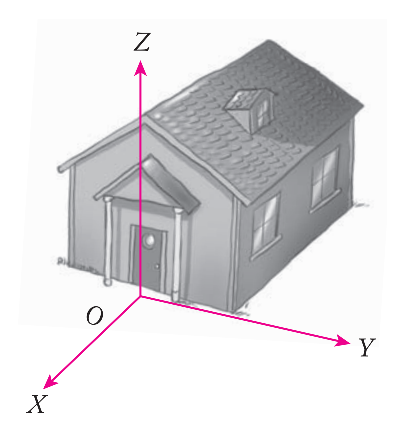


Figura 2.3 Un sistema de referencia.

Mediante un sistema de referencia podemos determinar la posición de un objeto, ya sea que éste se encuentre en movimiento o en reposo. Si las coordenadas de la posición de un objeto cambian, está en movimiento; de lo contrario, está en reposo.

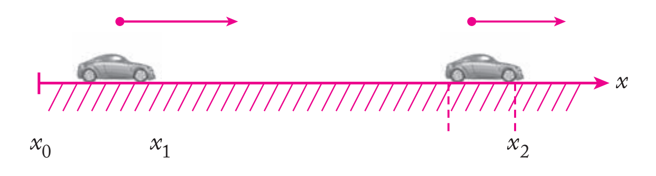


Figura 2.4 Dado que en este ejemplo se presenta un cambio de coordenadas, podemos decir que el auto está en movimiento.

Sistemas de referencia absolutos y relativos

En la antigüedad, los físicos creían en la existencia de un sistema de referencia absoluto. Bajo este sistema, para un observador que estuviera en reposo, las cantidades físicas, desplazamiento, velocidad y aceleración tendrían sus valores absolutos o verdaderos. Sin embargo, dado que fue imposible establecer un sistema de referencia absoluto y está comprobado que no existe ningún objeto en reposo absoluto, este planteamiento se desechó.

La física clásica considera como sistema de referencia cualquier sistema, de tal manera que todo objeto que no esté sometido a la acción de una fuerza se encontrará en reposo o se moverá con velocidad constante a lo largo de una trayectoria rectilínea respecto a dicho sistema. A estos sistemas de referencia se les conoce como **sistemas inerciales**.

Si se considera que el sistema de referencia está fijo, se le denomina **sistema de referencia absoluto,** y si se supone que está en movimiento se le llama **sistema de referencia relativo**.

Al estudiar la descripción del movimiento de los objetos resulta de gran utilidad considerar a la Tierra como un sistema de referencia fijo.

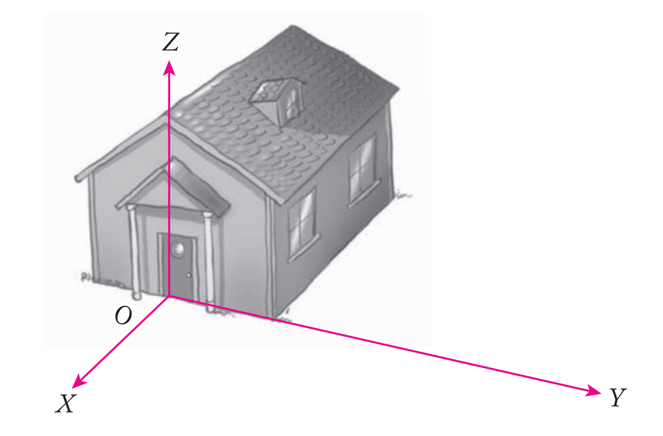


Figura 2.5 Sistema de referencia absoluto.

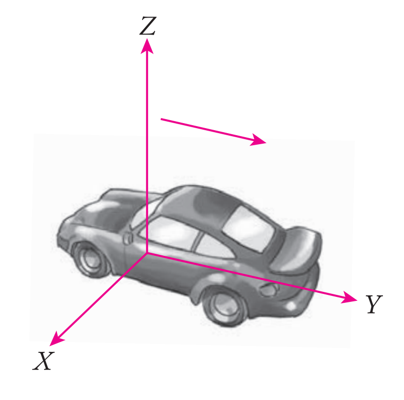


Figura 2.6 Sistema de referencia relativo.

Cuando definimos un sistema de referencia es conveniente seleccionar el origen del sistema de ejes de coordenadas en una posición para así facilitar la descripción del movimiento en particular y no cambiarlo mientras se analiza.

Debido a que en este texto estudiaremos el movimiento rectilíneo (movimiento unidimensional) y el movimiento sobre un plano (movimiento en dos dimensiones), sólo utilizaremos sistemas de referencia con un eje de coordenadas o dos, según sea el caso.

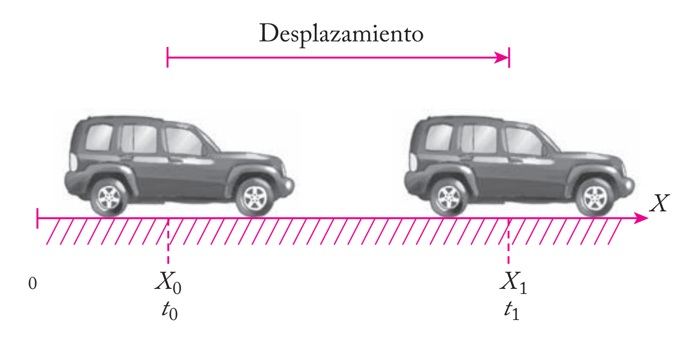


Figura 2.7 Sistema de referencia unidimensional horizontal.

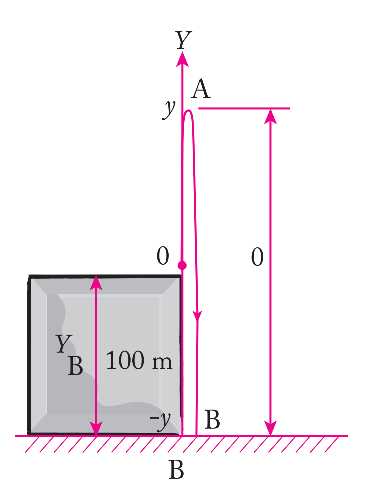


Figura 2.8 Sistema de referencia unidimensional vertical.

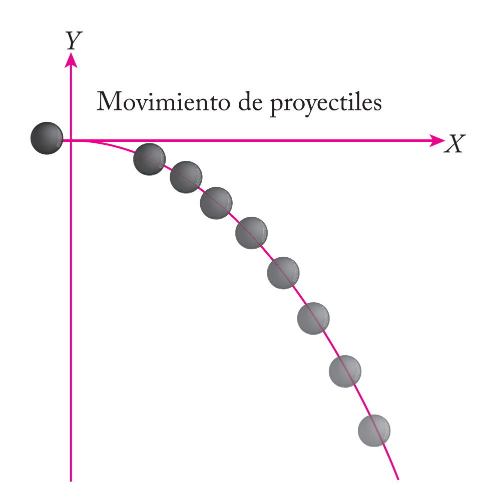


Figura 2.9 Sistema de referencia bidimensional.

Vector de posición y desplazamiento de una partícula material

Consideremos que en un sistema de referencia bidimensional y en un instante de tiempo t_0, una partícula material se localiza inicialmente en el punto A, como lo ilustra la figura 2.10.

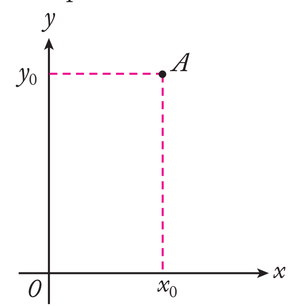


Figura 2.10

Supongamos que después de un tiempo t, la partícula se localiza en el punto B y sigue la trayectoria que muestra la siguiente figura:

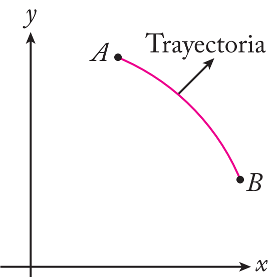


Figura 2.11

La longitud de la trayectoria que describe la partícula material en el intervalo de tiempo desde t_0 hasta t es la distancia que recorre. Esta cantidad física queda registrada con un número y una unidad de medida; lo que nos conduce a establecer que la distancia es una cantidad escalar.

La posición de la partícula A la determinan las coordenadas (x_0, y_0) o también el vector cuya representación gráfica une el origen del sistema con el punto A con sentido hacia A. Dicho vector se denomina **vector de posición** y se representa como $\mathbf{d_0}$.

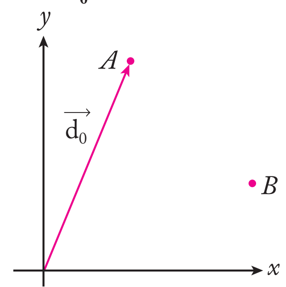


Figura 2.12 El vector de posición $\vec{d}_0$ corresponde a la posición inicial del objeto en cuestión.

Asimismo, la posición de la partícula en el punto *B* la determinan las coordenadas (x, y) o también el vector de posición $\vec{d}$ como ilustra la figura 2.13.

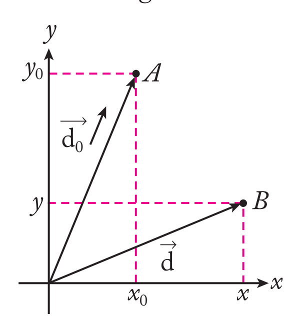


Figura 2.13 El vector de posición $\vec{d}$ corresponde a la posición final del objeto.

El cambio de posición que experimenta una partícula material se llama **desplazamiento**. Esta cantidad física es un vector que gráficamente se representa mediante el segmento de recta que une su posición inicial con su posición final con sentido hacia la posición final.

En nuestro ejemplo, el desplazamiento de la partícula, denotado por $\overrightarrow{\Delta d}$, se representa gráficamente con el segmento de recta orientado que une los puntos *A* y *B* con sentido hacia *B* como lo ilustra la figura 2.14.

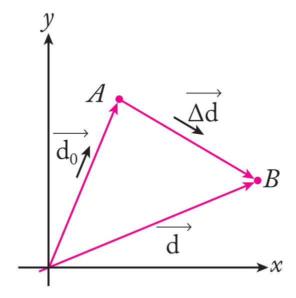


Figura 2.14

De acuerdo con la definición de la resta de vectores sabemos que:

$$\mathbf{d} + (-\mathbf{d}_0) = \mathbf{d} - \mathbf{d}_0$$

Ahora observa la siguiente figura:

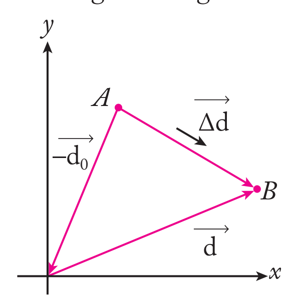


Figura 2.15

$$(-\mathbf{d}_0) + \mathbf{d} = \Delta\mathbf{d}$$

Luego:

$$-\mathbf{d}_0 + \mathbf{d} = \Delta\mathbf{d}$$

O sea:

$$\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d} - \mathbf{d}_0$$

El cambio de posición o desplazamiento es una operación que se representa así:

(Δ**d**) = Vector de posición final (**d**) – Vector de posición inicial ($\mathbf{d}_0$).

Cuando el movimiento de una partícula material se produce en una dimensión, es decir, es rectilíneo, su posición se determina indicando a qué distancia se encuentra del origen del sistema de coordenadas. El cambio de posición donde se incluye el signo del cambio es el desplazamiento de la partícula material. De este modo, la posición de un objeto también está referida como su desplazamiento desde el origen.

Consideramos que una partícula material cambia de posición desde el punto *A* hasta el punto *B* en un sistema de referencia unidimensional como el que ilustra la figura 2.16.

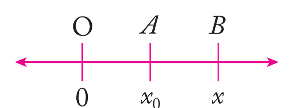


Figura 2.16

De acuerdo con el sistema de referencia, la posición inicial y final de la partícula la determinan las coordenadas x_0 y x, respectivamente. Por consiguiente, el desplazamiento (cambio de posición) lo determina la expresión:

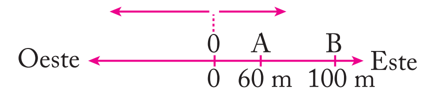
$$\Delta x = x - x_0, \text{ donde:}$$

x = Posición final de la partícula (posición en *B*)
x_0 = Posición inicial de la partícula (posición en *A*)
Δx = Desplazamiento (cambio de posición que experimenta la partícula al moverse desde *A* hasta *B*.

Si el signo de Δx es positivo, significa que el sentido del vector desplazamiento va en dirección positiva del eje x; mientras que si es negativo, el sentido del vector desplazamiento va en dirección negativa del eje x.

En los siguientes ejemplos se determina el desplazamiento de un objeto que se mueve desde el punto *A* hasta el punto *B*.

Ejemplo 2.1



Solución

$\Delta x = x - x_0$, donde $x = 100$ m y $x_0 = 60$ m

Luego:

$$\Delta x = 100 \text{ m} - 60 \text{ m}$$

$$\Delta x = 40 \text{ m hacia el Este}$$

Ejemplo 2.2

2)

B A

0 60 m 100 m

x x_0

Solución

$\Delta x = x - x_0$, donde $x = 60$ m y $x_0 = 100$ m

Luego:

$$\Delta x = 60 \text{ m} - 100 \text{ m}$$

$$\Delta x = -40 \text{ m}$$

Como el signo de Δx es menos, esto nos indica que el sentido del vector desplazamiento es hacia el Oeste.

Ejemplo 2.3

A O B E

−100 m 0 300 m

x_0 x

Solución

$\Delta x = x - x_0$, donde $x = 300$ m y $x_0 = -100$ m

Luego:

$$\Delta x = 300 \text{ m} - (-100 \text{ m})$$

$$\Delta x = 400 \text{ m hacia el Este}$$

Ejemplo 2.4

4) y. B A O

−140 m −60 m 0

x x_0

Solución

$$\Delta x = x - x_0$$

$$\Delta x = -140 \text{ m} - (-60 \text{ m})$$

$$\Delta x = -140 \text{ m} + 60 \text{ m}$$

$$\Delta x = -80 \text{ m}$$

Ejemplo 2.5

B A O

−80 m −20 m 0

x x_0

Solución

$$\Delta x = x - x_0$$

$$\Delta x = -80 \text{ m} - (-20 \text{ m})$$

$$\Delta x = -80 \text{ m} + 20 \text{ m}$$

$$\Delta x = -60 \text{ m}$$

Rapidez y velocidad

En la vida cotidiana utilizamos las palabras rapidez y velocidad indistintamente; sin embargo, en el campo de la física cada una tiene un significado particular.

Por intuición, ya estamos familiarizados con el concepto de *rapidez*. Un objeto en movimiento recorre una distancia en un intervalo de tiempo dado. La rapidez es el cociente que resulta de dividir la distancia recorrida y el tiempo requerido para el trayecto.

Supongamos que una persona viaja en su auto desde su casa hasta el aeropuerto. En el trayecto y en ciertos intervalos de tiempo, la rapidez del auto puede ser constante, mientras que en otros, puede aumentar, disminuir o incluso la velocidad puede ser igual a cero considerando que al conductor le puede tocar un semáforo en rojo, o bien tiene que detenerse por alguna razón. En esta situación, lo que le interesa al conductor es la rapidez promedio de su auto.

La **rapidez promedio o rapidez media** ($\bar{v}$) se define como la distancia rotal (d) que recorre un objeto dividido entre el tiempo (t) que tarda en recorrerla. La fórmula para expresarla es:

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

Donde $\bar{v}$ es igual a rapidez media.

Ejemplo 2.6

Si un avión recorre 600 km en 2 horas, calcula su rapidez media.

Solución

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

$$\bar{v} = \frac{600 \text{ km}}{2 \text{ h}}$$

$$\bar{v} = 300 \text{ km/h}$$

Al expresar el resultado con una cifra significativa, queda:

$$\bar{v} = 3 \times 10^2 \text{ km/h}$$

Ejemplo 2.7 Ernesto camina 80 m hacia el Norte y luego 90 m hacia el Sur. Si el tiempo total del recorrido fue de 2 minutos, calcula la rapidez media de la persona en metros por segundo.

Solución

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

$$\bar{v} = \frac{80\,\text{m} + 90\,\text{m}}{120\,\text{s}}$$

$$\bar{v} = \frac{170\text{ m}}{120\text{ s}} = 1.416\,\text{m/s}$$

Al expresar el resultado con dos cifras significativas queda:

$$\bar{v} = 1.4\,\text{m/s}$$

Si la magnitud de la rapidez promedio es la misma en todas las partes del recorrido, entonces la rapidez es constante.

La rapidez es una cantidad física escalar debido a que tanto la distancia como el tiempo también lo son. La rapidez resulta de la combinación de una unidad de longitud dividida entre una unidad de tiempo. La unidad estándar de la rapidez en el SI es el m/s.

La cantidad física que describe tanto la rapidez como la dirección del movimiento de un objeto es la **velocidad**; por esta razón, y a diferencia de la rapidez, la velocidad es una cantidad vectorial.

Si un objeto experimenta un desplazamiento $\mathbf{\Delta d}$ en un intervalo de tiempo Δt la velocidad media o velocidad promedio ($\bar{v}$) se define como el desplazamiento dividido entre el intervalo de tiempo durante el cual el desplazamiento se lleva a cabo.

$$\bar{v} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Donde $\bar{v}$ es igual a velocidad media.

En el movimiento rectilíneo, la velocidad promedio puede ser positiva o negativa, lo que depende del signo del desplazamiento.

Una velocidad positiva nos indica que el movimiento del objeto es en la dirección considerada como positiva; mientras que si es negativa, nos indica que el objeto se mueve en la dirección opuesta a la positiva.

Ejemplo 2.8 Un auto recorre 8.0 km hacia el Oeste y luego 15 km hacia el Norte. Si el tiempo total de su recorrido fue de 0.50 horas, determina:

a) La rapidez promedio.

Solución

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

$$\bar{v} = \frac{8.0\,\text{km} + 15\,\text{km}}{0.50\,\text{h}}$$

$$\bar{v} = \frac{23\text{ km}}{0.50\,\text{h}}$$

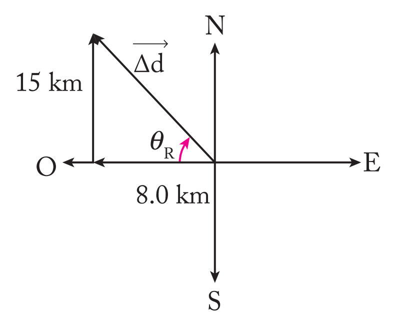
$$\bar{v} = 46\,\text{km/h}$$

b) La velocidad media.

Solución

$$\bar{v} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Donde $t_0 = 0$ y $t = 0.50$ h



Luego:

$$(\mathbf{\Delta d})^2 = (15\text{ km})^2 + (8.0\text{ km})^2$$

$$\mathbf{\Delta d} = 17\text{ km}$$

Luego:

$$\bar{v} = \frac{17\,\text{km}}{0.50\,\text{h}}$$

$$\bar{v} = 34\,\text{km/h}$$

Determinemos a continuación la dirección de la velocidad.

De acuerdo con la figura anterior:

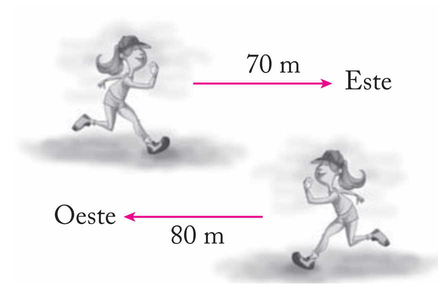
$$\tan \theta r = \frac{15}{8}$$

$$\theta r = \arctan\frac{15}{8}$$

$$\theta r = 62^\circ \text{ al Norte del Oeste}$$

Ejemplo 2.9 Talía corre 70 m hacia el Este y luego 80 m hacia el Oeste. Si el tiempo total de su recorrido fue de 30 segundos, calcula:

a) La rapidez media



Solución

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

$$\bar{v} = \frac{70\,\text{m} + 80\,\text{m}}{30\,\text{s}}$$

$$\bar{v} = \frac{150\text{ m}}{30\,\text{s}}$$

$$\bar{v} = 5.0\,\text{m/s}$$

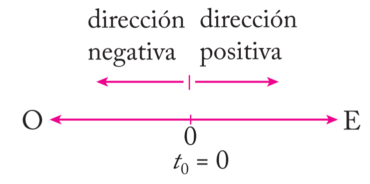
Solución

b) La velocidad media.

Solución

$$\bar{v} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Dado que la velocidad es un vector, tendremos que definir un sistema de referencia.



Primero determinamos el desplazamiento resultante del deportista.

$$\Delta d = 70\,\text{m} - 80\,\text{m}$$

$$\Delta d = -10\,\text{m}$$

Luego:

$$\bar{v} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{-10}{30\,\text{s}}$$

$$\bar{v} = -0.33\,\text{m/s}$$

El signo negativo de la velocidad promedio indica que la dirección y el desplazamiento son hacia el Oeste.

Ejemplo 2.10 Antes de partir de su casa, una persona observa que el odómetro de su automóvil marca 8600 km, 2.0 horas después regresa y observa que el odómetro marca 8690 km. Determina:

a) La rapidez media.



Figura 2.17 Si la magnitud de la velocidad de un objeto cambia, está acelerado.

Solución

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

Donde:

$$d = (8690 - 8600)\text{km}$$

$$d = 90\,\text{km}$$

Luego:

$$\bar{v} = \frac{90\,\text{km}}{2.0\,\text{h}}$$

$$\bar{v} = 45\,\text{km/h}$$

b) La velocidad media.

Solución

$$\bar{v} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Donde:

$$\Delta d = 0$$

¿Por qué? luego,

$$\bar{v} = 0$$

Aceleración media

Cuando un objeto se mueve, durante su recorrido es común que su velocidad varíe. A la razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo se le llama **aceleración**. Si en un instante t_0 la velocidad de una partícula material es v_0 y posteriormente, en un tiempo t es v, entonces la aceleración promedio, denotada por $\bar{a}$, se define como el cambio de velocidad que experimenta la partícula dividida entre el intervalo de tiempo requerido para el cambio

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

$$\text{Si } t_0 = 0$$

Entonces

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t}$$

Dado que la velocidad es un vector, la aceleración también lo es. Las unidades de medición de la aceleración son las que resultan de dividir las unidades de la velocidad entre las del tiempo. En el SI, la unidad de la aceleración es:

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \text{m/s}^2$$

Es importante que consideres que un objeto experimenta una aceleración cuando:

a) La magnitud de la velocidad cambia.
b) La dirección de la velocidad cambia.
c) La dirección y la magnitud de la velocidad cambian.

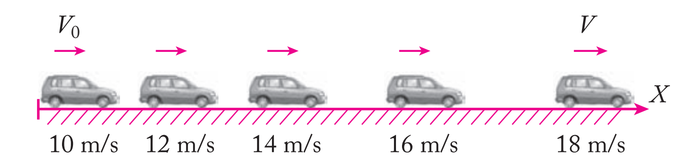


Figura 2.18 Si la magnitud de la velocidad de un objeto cambia, está acelerado.

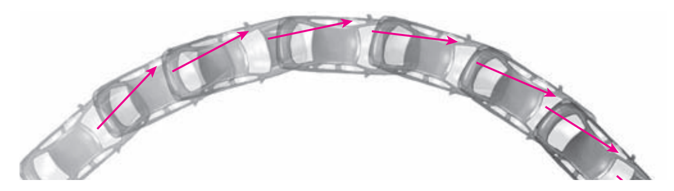


Figura 2.19 Aunque la rapidez de un auto es constante, si cambia su dirección está acelerado.

Ejemplo 2.11 Un auto que viaja sobre una recta cambia su velocidad de 20 m/s a 12 m/s en 4.0 s. Calcula su aceleración promedio.

Solución

$v_0 = 20$ m/s $v = 12$ m/s

0 $t = 4$ s x

$t_0 = 0$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\bar{a} = \frac{12\,\text{m/s} - 20\,\text{m/s}}{4.0\,\text{s} - 0\,\text{s}} = -\frac{8.0\,\text{m/s}}{4.0\,\text{s}}$$

$$\bar{a} = -2.0\,\text{m/s}^2$$

El signo negativo de la aceleración nos indica que su dirección es opuesta a la dirección del movimiento del objeto; lo que hace ser más lento al automóvil. A una aceleración de este tipo se le conoce como **desaceleración**.

Rapidez, velocidad y aceleración instantánea

Rapidez instantánea

A la rapidez con que se mueve un objeto en un instante dado se le denomina **rapidez instantánea**. Por ejemplo, la lectura del velocímetro de un automóvil nos indica la rapidez instantánea del auto.

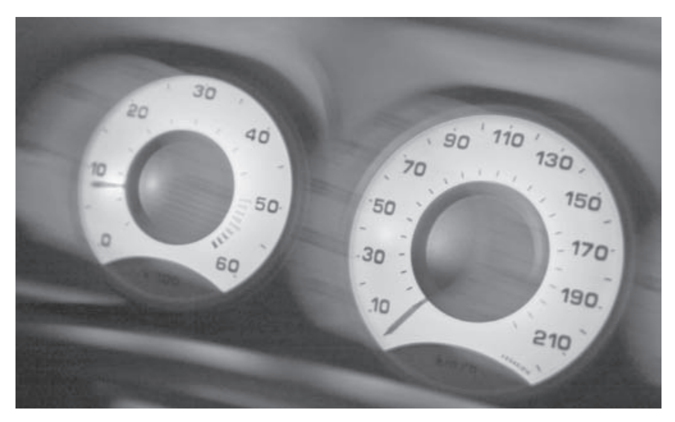


Figura 2.20 Un velocímetro indica la rapidez instantánea de un automóvil.

Para calcular la rapidez instantánea en un punto A, se determina la rapidez promedio durante un intervalo de tiempo (Δt) muy pequeño; matemáticamente significa que Δt se acerca a cero.

La idea central en este caso es que la distancia (Δd) se hará infinitamente pequeña a medida que Δt se haga infinitamente pequeña; sin embargo, su relación $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ tenderá a un valor finito límite.

Este valor límite al que tiende $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ cuando Δt tiende a cero se llama rapidez instantánea y matemáticamente se expresa así:

$$\bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Velocidad instantánea

Lo mismo que sucede con la rapidez ocurre con la velocidad; cuando Δt se acerca a cero, obtenemos la velocidad instantánea, la cual describe qué tan rápido y en qué dirección se está moviendo una partícula material en un instante dado.

Matemáticamente, la velocidad instantánea se determina por la expresión:

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta d / \Delta t)$$

La expresión anterior nos indica que la velocidad instantánea es el valor límite al que tiende la velocidad promedio cuando el intervalo de tiempo Δt se aproxima a cero.

Aceleración instantánea

La aceleración instantánea se determina por la expresión:

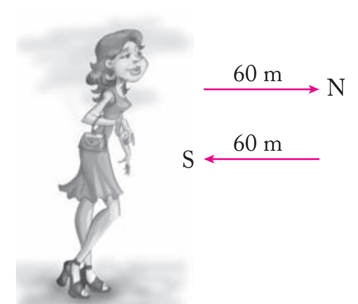
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Esta fórmula nos indica que la aceleración instantánea es el valor límite al que tiende la aceleración media cuando el intervalo de tiempo se acerca a cero.

En cursos superiores de matemáticas aprenderás a determinar la velocidad y la aceleración instantánea de una partícula material con la ayuda del cálculo.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

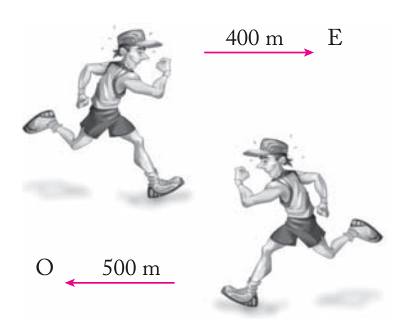
1. Carmelita camina 60 m hacia el Norte y luego 60 m hacia el Sur. Si el tiempo total de su recorrido fue de 60 s, y se considera la dirección hacia el norte como positiva, determina:



a) Su rapidez media
- *a)* 2.0 m/s
- *b)* 0 m/s
- *c)* 2 m/s
- *d)* 1.5 m/s

b) Su velocidad media
- *a)* 2.0 m/s
- *b)* 0 m/s
- *c)* 2 m/s
- *d)* 1.5 m/s

2. Un atleta corre 400 m hacia el Este y luego 500 m hacia el Oeste. Si el tiempo total de su recorrido fue de 4 minutos, considera la dirección hacia el este como positiva y calcula:



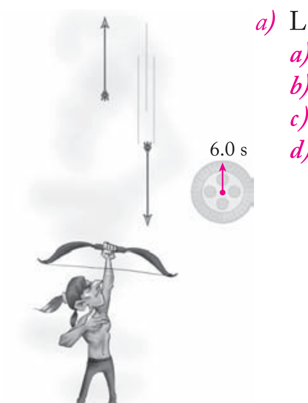
a) Su rapidez media en m/s
- *a)* 3.50 m/s
- *b)* 3.25 m/s
- *c)* 3.75 m/s
- *d)* 4.00 m/s

b) Su velocidad media en m/s
- *a)* −0.417 m/s
- *b)* 3.75 m/s
- *c)* 4.17 m/s
- *d)* −3.75 m/s

c) 3.75 m/s

a) −0.417 m/s

3. Una flecha que se lanza verticalmente hacia arriba alcanza una altura máxima de 29.4 m. Si regresa a su punto de partida 6.0 segundos después, calcula:



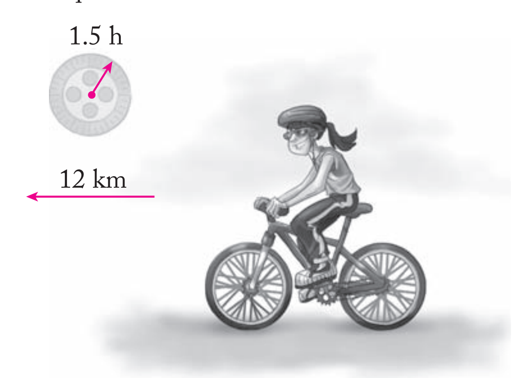
a) La rapidez media de la flecha.
- *a)* 4.9 m/s
- *b)* 0 m/s
- *c)* 9.2 m/s
- *d)* 9.8 m/s

d) 9.8 m/s

b) Su velocidad media
- *a)* 0.49 m/s
- *b)* 0 m/s
- *c)* 0.92 m/s
- *d)* 0.98 m/s

b) 0 m/s

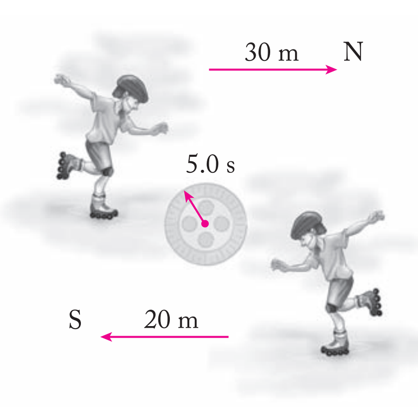
4. Raquel recorre en su bicicleta 12 km en 1.5 h. Calcula su rapidez media en m/s.



- *a)* 3.0 m/s
- *b)* 2.2 m/s
- *c)* 2.8 m/s
- *d)* 2.0 m/s

b) 2.2 m/s

5. Un patinador se desliza 30 m hacia el Norte y luego 20 m hacia el Sur. Si el tiempo total de su recorrido fue de 5.0 s y se considera la dirección hacia el Norte como positiva, determina:

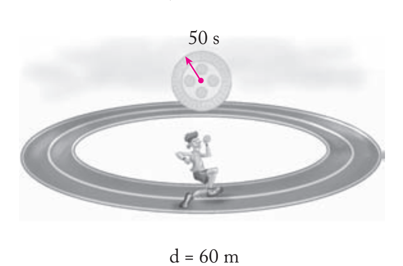


a) Su rapidez media
- *a)* 12 m/s
- *b)* 10 m/s
- *c)* 2.0 m/s
- *d)* 1.0 m/s

b) Su velocidad media
- *a)* –2.0 m/s
- *b)* 2.0 m/s
- *c)* 3.0 m/s
- *d)* 4.0 m/s

b) 2.0 m/s

6. Un corredor da una vuelta completa alrededor de una pista circular de 60 m de diámetro. Si el tiempo de su recorrido fue de 50 s, calcula:

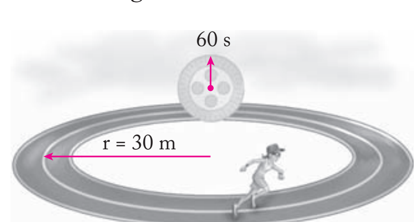


a) Su rapidez media.
- *a)* 4.1 m/s
- *b)* 3.5 m/s
- *c)* 3.8 m/s
- *d)* 4.5 m/s

b) Su velocidad media.
- *a)* 3.8 m/s
- *b)* 3.5 m/s
- *c)* 4.5 m/s
- *d)* 0 m/s

c) $v = 3.8$ m/s

7. Un corredor da 1.5 vueltas alrededor de una pista circular de 30 m de radio. Si el tiempo total de su recorrido fue de 60 segundos, calcula:



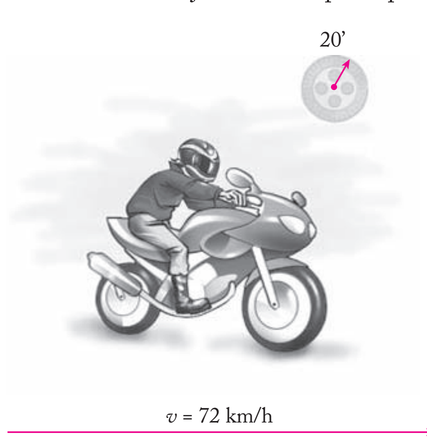
a) Su rapidez media.
- *a)* 4.7 m/s
- *b)* 5.4 m/s
- *c)* 4.0 m/s
- *d)* 3.9m/s

b) La magnitud de su velocidad media.
- *a)* 0.71 m/s
- *b)* 1.0 m/s
- *c)* 4.7 m/s
- *d)* 1.6 m/s

a) $v = 4.7$ m/s

b) $\bar{v} = 1.0$ m/s

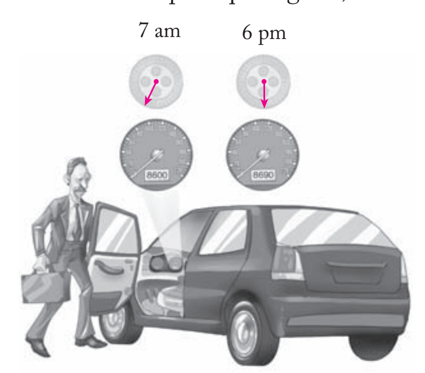
8. Una moto viaja con una rapidez promedio de 72 km/h. ¿Qué distancia recorrerá en 20 s? Expresa la distancia en metros.



- *a)* 4.0×10^2 m
- *b)* 4.5×10^2 m
- *c)* 3.8×10^2 m
- *d)* 3.5×10^2 m

a) 4.0×10^2 m

9. Supongamos que a las 8:00 am, el auto de tu papá sale de la cochera de tu casa. El odómetro marca 8600 km; después, a las 6 p.m. que regresa, el odómetro marca 8690 km. Con base en estos datos, calcula:



a) La rapidez media del auto en km/h
a) 8.5 km/h
b) 10 km/h
c) 9.5 km/h
d) 9.0 km/h
e) 0 km/h

b) La velocidad media del auto.
a) 8.5 km/h
b) 10 km/h
c) 9.5 km/h
d) 9.0 km/h
e) 0 km/h

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

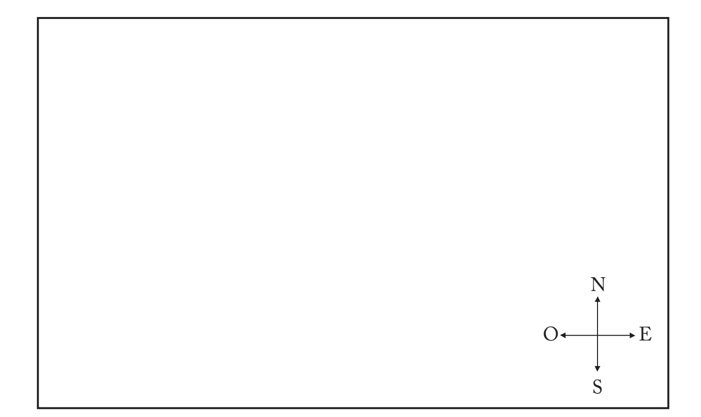
1. Elabora un listado de objetos que se encuentran en su casa o entorno social o cultural que de manera periódica o constante muestren algún tipo de movimiento.

____

____

____

2. Dibuja un mapa con las calles y/o callejones de tu comunidad y localiza la casa donde vives y la escuela a donde asistes, y traza una línea o las curvas del camino que sigues para llegar a la escuela.





Escribe en el paréntesis la letra que corresponda a la respuesta correcta.

1. ( ) Rama de la física que estudia el movimiento mecánico de los cuerpos.
a) acústica
b) óptica
c) mecánica
d) electromagnetismo
e) termodinámica

2. ( ) Estudia la descripción del movimiento de los cuerpos sin atender las causas que lo producen o modifican.
a) dinámica
b) estática
c) acústica
d) cinemática
e) termodinámica

3. ( ) Estudia el movimiento de los cuerpos atendiendo las causas que lo producen o modifican.
a) cinemática
b) dinámica
c) acústica
d) óptica
e) termodinámica

4. ( ) Cantidad escalar que representa la longitud de la trayectoria que describe un objeto en movimiento.
a) tiempo
b) desplazamiento
c) distancia
d) rapidez
e) velocidad

5. ( ) Cantidad vectorial que representa el cambio de posición de un móvil respecto a un marco de referencia. Su

representación gráfica es un segmento de recta dirigido que une la posición inicial con sentido hacia la posición final.
a) distancia
b) velocidad
c) aceleración
d) desplazamiento
e) rapidez

6. ( ) Cantidad escalar que se define como la distancia total que recorre un móvil dividida entre el tiempo que tarda en recorrerla.
a) rapidez media
b) velocidad media
c) aceleración
d) desplazamiento
e) trabajo

7. ( ) Se define como el desplazamiento divido entre el intervalo de tiempo durante el cual el desplazamiento se lleva a cabo.
a) rapidez media
b) aceleración
c) velocidad media
d) potencia
e) trabajo

8. ( ) Valor límite de la rapidez media cuando Δt tiende a cero.
a) velocidad uniforme
b) rapidez instantánea
c) velocidad media
d) velocidad instantánea
e) rapidez media

9. ( ) Segmento de recta dirigido que une el origen de un sistema de referencia con la posición de una partícula material.
a) distancia
b) vector desplazamiento
c) vector de posición
d) vector velocidad

10. ( ) Se define como el cambio de velocidad que experimenta un objeto dividido entre el intervalo de tiempo requerido para el cambio.
a) rapidez media
b) velocidad media
c) distancia
d) desplazamiento
e) aceleración media

11. ( ) Valor límite de la ve1ocidad media cuando Δt tiende a cero.
a) aceleración media
b) rapidez
c) velocidad instantánea
d) aceleración instantánea

Una persona camina 200 m hacia el Norte y luego 140 m hacia el Sur. Si el tiempo total de su recorrido fue de 4 minutos, contesta las preguntas 12 y 13. Determina

12. ( ) La rapidez media de la persona.
a) 1.42 m/s
b) 0.25 m/s
c) 1.7 m/s
d) 1.2 m/s

13. ( ) La magnitud de la velocidad media de la persona. (Considera la dirección hacia el Norte como positiva.)
a) 1.41 m/s
b) 0.250 m/s
c) 1.7 m/s
d) 1.2 m/s

14. ( ) ¿Cuál es la magnitud de desplazamiento de un automóvil que da una vuelta completa en una pista circular de 400 m de diámetro?
a) 200 m
b) 100 m
c) 400 m
d) 0 m
e) 1256 m

15. ( ) ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento de un automóvil que da una vuelta y media en una pista circular de 200 m de radio?
a) 200 m
b) 100 m
c) 400 m
d) 0 m
e) 1884 m

Un corredor da una vuelta completa alrededor de una pista circular de 80.0 m de diámetro en 2 minutos. Contesta las preguntas 16 y 17.

16. ( ) Determina la rapidez media del corredor en metros por segundo.
a) 1.70 m/s
b) 2.09 m/s
c) 3 m/s
d) 2.5 m/s

17. ( ) Determina la velocidad media del corredor.
a) 2.1 m/s
b) 1.7 m/s
c) 0 m/s
d) 1.8 m/s

Tema 2

Movimiento rectilíneo uniforme, MRU

- velocidad constante
- MRU
- pendiente de una recta
- gráfica de posición contra tiempo para un objeto que se mueve con velocidad constante o uniforme
- gráfica de velocidad contra tiempo para MRU

Definición y aplicaciones

El movimiento de un objeto es **rectilíneo uniforme** cuando la magnitud y la dirección de su velocidad media permanecen constantes. Dicho de otra manera, recorre desplazamientos iguales en intervalos de tiempo idénticos.

Por ejemplo, si una partícula se mueve a una velocidad constante de 8 m/s, esto significa que por cada segundo transcurrido, el objeto experimenta un desplazamiento de 8 m. Supongamos ahora que su velocidad uniforme es de −8 m/s. Es decir, cada segundo que transcurra el objeto experimenta un desplazamiento de 8 m en la dirección negativa del movimiento.

Como el movimiento rectilíneo uniforme es en la misma dirección y sentido, entonces:

Distancia = Magnitud del desplazamiento.

Magnitud de rapidez media = Magnitud de velocidad media = Velocidad instantánea en cualquier punto

Las relaciones anteriores no se cumplen si se invierte el sentido del movimiento.

Al resolver problemas relacionados con el movimiento rectilíneo es recomendable definir un sistema de referencia cuyo eje de coordenadas coincida con la trayectoria de la recta por la cual se desplaza el objeto en cuestión. De esta manera, la dirección de dicho eje coincide con la de los vectores de posición, desplazamiento, velocidad y aceleración. Esta coincidencia permite utilizar fórmulas determinadas en función de las proyecciones de los vectores sobre el eje de coordenadas establecido, lo cual rinda la posibilidad de operar algebraicamente, ya que como se ha señalado previamente, las proyecciones son cantidades escalares con signo.

La magnitud de las proyecciones corresponde a la magnitud del vector componente, mientras que el signo indica la dirección de este último.

Ejemplo 2.12 Un auto se desplaza a una velocidad uniforme de 20 m/s. Calcula la distancia que recorre en 5 minutos.

Solución

Dado que la velocidad es constante, tenemos:

Distancia = Desplazamiento

Rapidez media = Velocidad media

$$v = \frac{d}{t}$$

Luego:

$$d = vt$$

Luego:

$$d = 20 \text{ m/s } (5 \text{ min})$$

Donde

$$5 \text{ min} = 300 \text{ s}$$

Luego:

$$d = (20 \text{ m/s})\,(300 \text{ s}) = 6000 \text{ m}$$

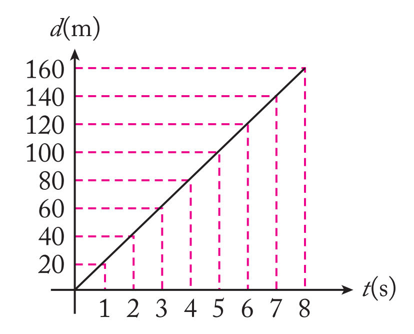
Como el resultado debe tener dos cifras significativas, entonces, $d = 6.0 \times 10^3$ m

Gráfica de posición contra tiempo para un objeto con velocidad constante o uniforme

Otra forma de describir el movimiento es por medio de gráficas. Supongamos que un auto se mueve a una velocidad constante de 20 m/s durante 8 segundos. La siguiente tabla muestra la posición del auto al final de cada segundo.

Tiempo en segundos	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Posición en metros	0	20	40	60	80	100	120	140	160

La siguiente figura ilustra la gráfica de posición contra tiempo del auto.



La gráfica que se obtuvo es una recta no paralela a ninguno de los ejes *t* o *d*.

Veamos a continuación cómo determinar la velocidad, cuando es constante, a partir de la gráfica de posición contra tiempo.

En matemáticas, a la tangente trigonométrica de una recta en el plano cartesiano se le llama **pendiente** y se denota por la literal *m*.

La pendiente (m) de una recta es el cambio vertical o elevación (Δy) dividido entre el cambio horizontal o avance (Δx) entre dos puntos cualesquiera que pertenezcan a la recta.

Si en nuestro ejemplo consideramos los puntos (3, 60) y (7, 140), entonces:

$$m = \frac{140 \text{ m} - 60 \text{ m}}{7 \text{ s} - 3 \text{ s}}$$

Observa que $m = \frac{\Delta d}{\Delta t}$; es decir, es igual a la velocidad media del objeto.

$$m = \frac{80 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Si elegimos otros dos puntos cualesquiera, por ejemplo, (2, 40) y (8, 160), tenemos que:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$m = \frac{160 \text{ m} - 40 \text{ m}}{8 \text{ s} - 2 \text{ s}}$$

$$m = \frac{120 \text{ m}}{6 \text{ s}}$$

$$m = 20 \text{ m/s}$$

¡Obtuvimos el mismo resultado! y así será siempre si elegimos otros puntos; lo que nos permite concluir que el valor de la pendiente es constante.

Si la gráfica de posición contra tiempo es una recta no paralela a ninguno de los ejes coordenados, el movimiento del objeto es rectilíneo uniforme y la magnitud de la velocidad (uniforme o constante) es igual al valor numérico de la pendiente de la recta.

La dirección de la velocidad la determina el signo de la pendiente. Una pendiente positiva indica que el objeto en cuestión se mueve en dirección positiva, mientras que una pendiente negativa indica que el objeto se desplaza con velocidad uniforme pero en dirección negativa.

La figura 2.21 ilustra la gráfica de posición contra tiempo que describe el movimiento de un objeto que se mueve a una velocidad constante de 6 m/s en la dirección negativa del movimiento.

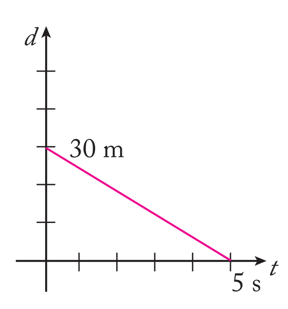


Figura 2.21

$$m = \frac{0 - 30 \text{ m}}{5 - 0 \text{ s}} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La figura 2.22 ilustra la gráfica de posición contra tiempo de un objeto que se localiza a 20 m del origen del sistema de coordenadas y permanece en esa posición durante 4 s.

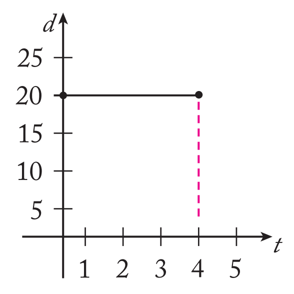


Figura 2.22

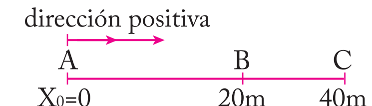
Con base en la gráfica anterior podemos inducir lo siguiente: el hecho de que la gráfica de posición contra tiempo sea una recta paralela al eje *t* significa que el objeto

está en reposo en el intervalo de tiempo que se indica en dicha gráfica. En nuestro ejemplo, el objeto permanece en reposo en el intervalo desde 0 hasta 4 segundos.

Ejemplo 2.13 La siguiente tabla muestra la posición de un deportista que corre desde el punto *A* hasta el punto *C*, luego se regresa desde *C* hasta el punto *B*. Observa la figura.

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7
X(m)	0	5	10	15	20	25	30	35

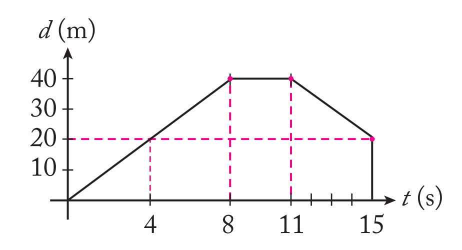
t(s)	8	9	10	11	12	13	14	15
x(m)	40	40	40	40	35	30	25	20



Con base en la información, contesta las siguientes preguntas.

a) Traza la gráfica de posición contra tiempo del deportista.

Solución



b) Determina la velocidad del deportista en el intervalo de 0 a 8 segundos.

Solución

De acuerdo con los pares ordenados (0, 0) y (8, 40) tenemos:

$$m = \frac{40\,\text{m} - 0}{8\,\text{s} - 0} \qquad m = 5\,\text{m/s}$$

La velocidad en el intervalo de 0 a 8 segundos es de 5 m/s en dirección positiva.

c) ¿En qué intervalo de tiempo el deportista está en reposo?

Solución

En el intervalo de 8 a 11 segundos, la pendiente de la recta es cero y, por ende, su velocidad también. En este intervalo, el deportista está en reposo.

d) ¿Cuál es la velocidad del deportista en el intervalo de 11 a 15 segundos?

Solución

De acuerdo con los pares ordenados (11, 40) y (15, 20) tenemos que:

$$m = \frac{20\text{ m} - 40\text{ m}}{15\text{ s} - 11\text{ s}}$$

$$m = -5.0\text{ m/s}$$

Luego:

$$V = -5.0\text{ m/s}$$

e) ¿Qué nos indica el signo negativo de la velocidad anterior?

Solución

Que el movimiento del deportista es en sentido contrario al original; es decir, se mueve en una dirección considerada negativa.

f) ¿Cuál es la velocidad media en el intervalo de 0 a 15 segundos?

Solución

$$\overline{V} = \Delta d/\Delta t$$

Donde:

$$\Delta d = 20\text{m} - 0\text{m} = 20\text{m y } \Delta t = (15 - 0)\text{s} = 15\text{s}$$

Luego:

$$\overline{V} = \frac{20\text{ m}}{15\text{ s}} = 1.3\text{ m/s}$$

Gráfica de velocidad contra tiempo para el MRU

Siguiendo con el ejemplo anterior, sabemos que la velocidad del deportista en el intervalo de 0 a 8 segundos es de 5.0 m/s. Como esta velocidad es constante en dicho intervalo, la gráfica de velocidad contra tiempo es una recta paralela al eje *t*, como lo ilustra la figura 2.23.

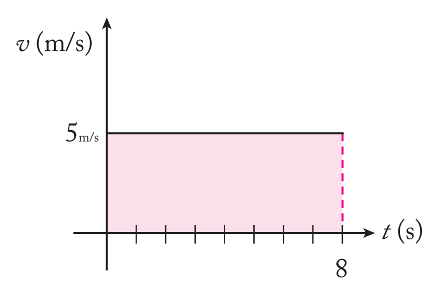


Figura 2.23

Observa que el área de la región sombreada es igual al desplazamiento del objeto. En general, el área bajo una curva en la gráfica de velocidad contra tiempo es igual al desplazamiento.

En el intervalo de 8 a 11 segundos el deportista se encuentra en reposo; por consiguiente, la gráfica de velocidad contra tiempo en dicho intervalo es un segmento de recta que coincide con el eje t de 0 a 11 segundos, como se observa en la figura 2.24.

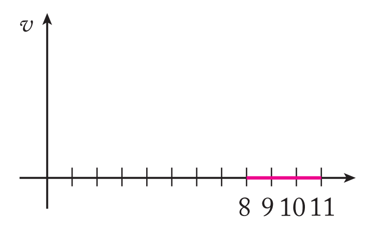


Figura 2.24

En el intervalo de 11 a 15 segundos, la velocidad es de −5 m/s; por consiguiente, la gráfica de v contra t es un segmento de recta paralelo al eje t, como lo ilustra la figura 2.25.

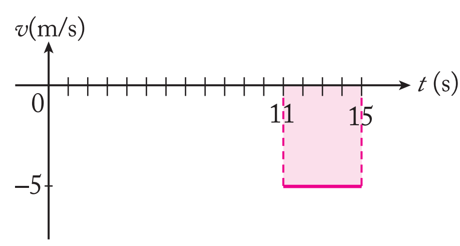


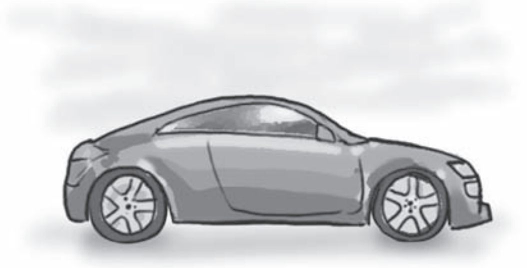
Figura 2.25

Observa que la distancia que recorre el deportista en el intervalo de 11 a 15 segundos es igual al área de la región sombreada.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Un auto se mueve a una velocidad uniforme de 30.0 m/s. ¿Qué distancia recorrerá en 20.0 s?

a) 600 m
b) 500 m
c) 450 m
d) 800 m



2. Alex juega con una pelota que se mueve uniformemente sobre el piso a una velocidad de 3.0 m/s. Calcula el tiempo que la pelota tardará en recorrer 12 m.

a) 4.0 s
b) 0.25 s
c) 0.250 s
d) 4 s

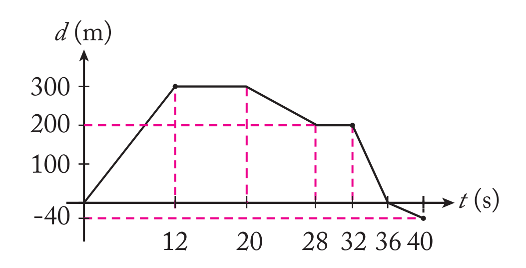


3. Un avión se mueve a una velocidad constante y recorre 270 km en 30.0 min. ¿Qué distancia recorrerá en 80.0 minutos?

a) 760 km
b) 720 km
c) 800 km
d) 700 km

b) 720 km

4. La siguiente figura corresponde a la gráfica de posición contra tiempo de un automóvil.



Con base en la gráfica, determina:

a) La velocidad del auto en el intervalo de 0 a 12 segundos. ____________________

b) Los intervalos de tiempo en los que el auto está en reposo. ____________________

c) La velocidad del auto en el intervalo de 20 a 28 segundos. ____________________

d) En qué intervalos de tiempo el auto se mueve en sentido contrario al original. ________________

e) La velocidad del auto en el intervalo desde 32 hasta 36 segundos. ______________________________

f) ¿Después de cuántos segundos el auto pasa por su punto de partida? ________________________

g) ¿Cuál es la posición del auto a los 40 segundos?
____

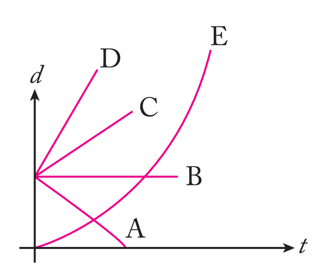
h) El desplazamiento resultante del auto. __________

i) Calcula la velocidad media del automóvil en el intervalo de 0 a 40 segundos. ________________

j) Calcula la rapidez media del auto. ____________

k) La velocidad del auto en el intervalo (36 - 40)s

5. La siguiente figura corresponde a la gráfica de posición contra tiempo de los objetos *A, B, C, D* y *E.*



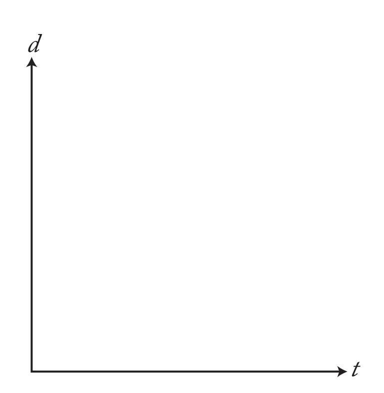
Con base en la gráfica contesta las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál de los objetos se encuentra en reposo?
b) ¿Cuales de los objetos se mueven con velocidad constante?
c) ¿Qué objetos se mueven en la dirección considerada como positiva?
d) ¿Qué objeto se mueve en la dirección negativa?
e) ¿Qué objeto se mueve a una velocidad variable?

TRABAJO EN EQUIPO

Realizar la siguiente actividad en equipo. Cada integrante del equipo deberá *caminar* 50 m de distancia y recopilar información sobre tiempos empleados en recorrer las distancias de 10, 20, 30, 40 y 50 m. Llenen la siguiente tabla y realicen las gráficas de desplazamiento-tiempo y velocidad-tiempo.

	Distancia (m)	Tiempo empleado (s)
Integrante 1	10	
	20	
	30	
	40	
	50	



De manera individual, analiza las gráficas de desplazamiento-tiempo obtenidas por cada uno de los equipos y determina, cualitativa y cuantitativamente, quién se movió con mayor velocidad.

____
____



Escribe en el paréntesis la letra que corresponda a la respuesta correcta.

1. ( ) Nombre del movimiento en donde un cuerpo se desplaza con velocidad constante.
a) movimiento rectilíneo uniformemente acelerado
b) movimiento circular uniforme
c) movimiento rectilíneo uniforme
d) caída libre

2. ( ) Cuando un objeto se mueve con velocidad constante, ¿cuál es la relación entre su rapidez y su velocidad?
a) sus magnitudes son proporcionales
b) sus magnitudes son diferentes
c) sus magnitudes son iguales
d) no hay relación
e) ambas son cantidades vectoriales

3. ( ) La pendiente de la recta de la gráfica de posición contra tiempo cuando un objeto se mueve con velocidad constante representa:
a) la aceleración del objeto
b) el desplazamiento del objeto
c) la velocidad del objeto
d) el tiempo transcurrido

Un corredor da una vuelta completa alrededor de una pista circular de 80.0 m de diámetro en 2 minutos. Determina: (preguntas 4 y 5)

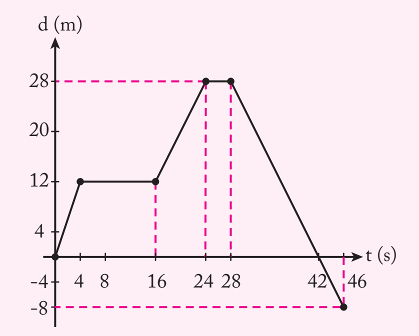
4. ( ) La rapidez media del corredor en m/s.
a) 1.70 m/s
b) 2.09 m/s
c) 3.0 m/s
d) 2.50 m/s

5. ( ) La velocidad media del corredor.
a) 2.1 m/s
b) 1.7 m/s
c) 0 m/s
d) 1.8 m/s

6. ( ) La rapidez media de un automóvil es de 27 m/s. Calcula la distancia, en kilómetros, que recorre en 50 min.
a) 60 km
b) 88 km
c) 75 km
d) 81 km

7. ( ) Un auto con velocidad constante recorre 240 m en 8.0 segundos. ¿Qué distancia recorrerá en 15 segundos?
a) 4×10^2 m
b) 3.9×10^2 m
c) 4.5×10^2 m
d) 5.0×10^2 m

De acuerdo con la siguiente gráfica de posición contra tiempo de una persona, contesta las preguntas 8 a 19.



8. ( ) Determina la velocidad de la persona en el intervalo de 0 a 4 segundos.
a) 2 m/s
b) 3 m/s
c) 4 m/s
d) 1 m/s

9. ( ) ¿Cuál es la velocidad de la persona en el intervalo de 4 a 16 segundos?
a) 1 m/s
b) 2 m/s
c) 0 m/s
d) 0.5 m/s

10. ( ) Determina la velocidad de la persona en el intervalo de 16 a 24 segundos.
a) 3.0 m/s
b) 4.0 m/s
c) 1.0 m/s
d) 2.0 m/s

11. ( ) Determina la velocidad de la persona en el intervalo de 28 a 46 segundos.
a) −2 m/s
b) −3 m/s
c) 3 m/s
d) 2 m/s
e) −4 m/s

12. ( ) ¿En cuáles de los intervalos la persona está en reposo?
a) de 0 a 4 segundos solamente
b) de 16 a 24 segundos solamente
c) de 4 a 16 segundos solamente
d) de 24 a 28 segundos solamente
e) c y d son correctas

13. ( ) ¿En qué intervalo de tiempo la persona se mueve en la dirección negativa del movimiento?
a) de 0 a 4 segundos
b) de 16 a 28 segundos
c) de 4 a 16 segundos y de 24 a 28 segundos
d) de 28 a 46 segundos

14. ( ) ¿A los cuántos segundos pasa la persona por su punto de partida?
a) 46 segundos
b) 42 segundos
c) 16 segundos
d) 28 segundos

15. ( ) ¿Cuál es el desplazamiento resultante de la persona?
a) 64 m
b) 70 m
c) 8 m
d) −8 m

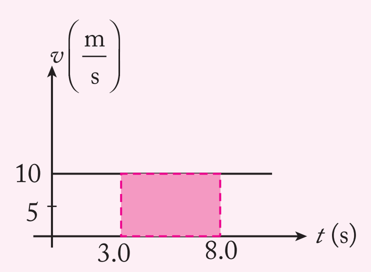
16. ( ) Calcula la rapidez media de la persona en el intervalo de 0 a 42 segundos.
a) 1.5 m/s
b) 1.3 m/s
c) 1.2 m/s
d) 1.4 m/s
e) 0 m/s

17. ( ) Calcula la velocidad media de la persona en el intervalo de 0 a 42 segundos.
a) 1.5 m/s
b) 1.3 m/s
c) 0 m/s
d) 1.4 m/s

18. ( ) Calcula la rapidez media de la persona en el intervalo de 0 a 46 segundos.
a) 1.5 m/s
b) 1.6 m/s
c) 0 m/s
d) 1.4 m/s

19. ( ) Calcula la velocidad media de la persona en el intervalo de 0 a 46 segundos.
a) 1.4 m/s
b) 0.17 m/s
c) –0.17 m/s
d) –0.3 m/s

20. ( ) Utiliza la siguiente gráfica de velocidad contra tiempo de un objeto para calcular la distancia que recorre en un intervalo de 3.0 a 8.0 segundos.



a) 25 m
b) 110 m
c) 50 m
d) 45 m

Tema 3 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, MRUA

- aceleración
- velocidad final
- gráfico de velocidad contra tiempo para aceleración constante
- movimiento rectilíneo uniforme acelerado
- gráfica de aceleración contra tiempo para el MRUA
- gráfica de posición contra tiempo del MRUA
- fórmulas cinemáticas del MRUA

Definición y aplicaciones

En este tema estudiaremos la descripción del movimiento de una partícula material cuando se mueve con aceleración constante o uniforme.

Si el cambio de velocidad de un objeto en movimiento es constante en magnitud y en dirección durante cierto intervalo de tiempo, su aceleración es uniforme o constante y la trayectoria de su movimiento describe una línea recta.

Al tipo de movimiento en donde la aceleración de un objeto es constante, se le denomina **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado,** MRUA.

Fórmulas cinemáticas del MRUA

Cuando un objeto se mueve con aceleración constante, la aceleración media en cualquier intervalo de tiempo es igual a la aceleración instantánea. Si en un instante t_0 la velocidad de una partícula material que se mueve con aceleración constante es $\mathbf{V}_0$ y posteriormente en un tiempo t es **V**, entonces su aceleración (**a**) la determina la expresión:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Luego:

$$a = \frac{V - V_0}{t - t_0}$$

Si $t_0 = 0$, entonces:

$$a = \frac{V - V_0}{t}$$

Observa que $\mathbf{V}_0$ y t_0 representan la velocidad y el tiempo inicial, mientras que **V** y t representan la velocidad y el tiempo en un tiempo futuro. Generalmente, a la velocidad **V** se le conoce también como **velocidad final**.

Debido a que cuando un objeto se mueve con aceleración constante su movimiento es unidimensional (o sea, su trayectoria describe una línea recta), podemos utilizar las proyecciones de los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento, respectivamente, sobre un eje del sistema de coordenadas en las fórmulas cinemáticas del MRUA para efectuar todos los cálculos algebraicos y no los vectores mismos.

Recuerda que las proyecciones de los componentes de un vector son cantidades escalares con signo. La magnitud de la proyección de un componente corresponde a la magnitud de éste, y su signo indica si su dirección es positiva o negativa.

Si v_0 es la proyección de $\mathbf{v}_0$ sobre el eje de coordenadas, v de **V** y a de **a** tenemos:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

Ejemplo 2.14 La velocidad de un automóvil cambia uniformemente de 8.0 m/s a 20 m/s en 2.0 segundos. Calcula su aceleración.

Solución

Como el cambio de velocidad que experimenta el automóvil es uniforme, su aceleración es constante.

$x_0 = 0$ — x

$t_0 = 0$ — $t = 6.0$ s

$V_0 = 8.0$ m/s — $V = 20$ m/s

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a = \frac{20\,\text{m/s} - 8.0\,\text{m/s}}{6.0\text{s}}$$

$$a = \frac{12 \text{ m/s}}{6.0 \text{ s}}$$

$$a = 2.0 \text{ m/s}^2$$

Ejemplo 2.15 Un automóvil que parte del reposo acelera uniformemente a razón de 4.0 m/s^2 durante 8.0 segundos. Calcula la velocidad del auto a los 8.0 segundos.

Solución



Dado que el auto acelera uniformemente, su aceleración es constante; por consiguiente:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Como $t_0 = 0$ y $v_0 = 0$, entonces:

$$a = \frac{v}{t}$$

Al multiplicar por t ambos miembros de la ecuación anterior resulta:

$$a\,t = \frac{v}{t}(t)$$

Luego:

$$a\,t = v$$

Entonces:

$$v = 4.0 \text{ m/s}^2 \,(8.0 \text{ s})$$

$$v = 32 \text{ m/s}$$

Fórmula para calcular la distancia y el desplazamiento de una partícula material con aceleración constante en función de la velocidad inicial, la velocidad final y el tiempo

Cuando una partícula material se mueve con aceleración constante, podemos calcular su velocidad media en la forma acostumbrada; sin embargo, cuando la aceleración es constante, la velocidad media es el promedio de la velocidad inicial y la final; es decir:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Demostramos a continuación la siguiente fórmula. $\Delta x = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)\Delta t$, donde Δx representa el desplazamiento de un objeto.

Si la posición de un objeto con aceleración constante en el instante t_0 está determinada por la coordenada x_0 y después en el instante t por x, su velocidad media se calcula con la expresión:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$\Delta x = x - x_0$

x_0 t_0 V_0 x t V

De acuerdo con lo anterior:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Multiplicamos ambos miembros de la ecuación anterior por Δt para obtener:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \bullet \Delta t = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)\Delta t$$

Luego:

$$\Delta x = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)\Delta t$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)(t - t_0)$$

Si x_0 y t_0 =0, la ecuación anterior se reduce a:

$$x = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$$

Observa que si $x_0 = 0$, el valor de la posición de x es el mismo que el de su desplazamiento. Esto nos evita escribir siempre $\Delta x = x - x_0$.

En el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, la magnitud del desplazamiento y la de la distancia son iguales; luego, la distancia d cuando $t = 0$ está dada por la ecuación $d = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t$

Ejemplo 2.16 Un avión cambia su velocidad uniformemente de 300 km/h a 492 km/h en 5.0 segundos. Calcula la distancia que avanza durante ese tiempo.

Solución



$\Delta x = x$

v_0 = 300 km/h
$x_0 = 0$
$t_0 = 0$

v = 492 km/h
x = ?
t = 5.0 s

Dado que en el MRUA, la magnitud del desplazamiento es igual a la magnitud de la distancia, tenemos:

$$d = x = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$$

$$d = \left(\frac{300\,\text{km/h} + 492\,\text{km/h}}{2}\right)(5.0\,\text{s})$$

$$d = (396\,\text{km/h})\ 5.0\,\text{s}$$

$$d = (396\,\text{km/h})\left(\frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}}\right)\left(\frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}\right)(5.0\,\text{s})$$

$$d = (110\,\text{m/s})(5.0\,s) = 550\text{m}$$

Al expresar el resultado con dos cifras significativas, queda:

$$d = 5.5\times 10^2\text{m}$$

Fórmula para el MRUA que relaciona la velocidad final, la velocidad inicial, la aceleración y el desplazamiento

Demostraremos a continuación la fórmula

$$2a\ \Delta x = v^2 - v_0^2$$

Si en la ecuación $a = \frac{v - v_0}{\Delta t}$ despejamos Δt y sustituimos su expresión equivalente obtenida en la ecuación $\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\Delta t$ tenemos:

$$a\ \Delta t = v - v_0$$

Luego:

$$\Delta t = \frac{v - v_0}{a}$$

Sustituimos $\frac{v - v_0}{a}$ por Δt en la ecuación

$$\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\Delta t$$

$$\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right)$$

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Al multiplicar por $2a$ ambos miembros de la ecuación anterior resulta:

$$2a\ \Delta x = v^2 - v_0^2$$

Si $x_0 = 0$, entonces:

$$2a\ x = v^2 - v_0^2\text{, luego}$$

$$2ad = v^2 - v_0^2$$

(d representa la distancia que recorre el móvil)

Ejemplo 2.17 Un helicóptero que arranca desde el reposo, despega después de recorrer 1400 m a lo largo de una pista recta. Si su velocidad de despegue fue de 324 km/h, determina su aceleración si es constante.

Solución



$x_0 = 0$
$t_0 = 0$
$v_0 = 0$

$d = x$ = 1400 m
t = ?
v = 324 km/h = 90 m/s

$$2a\ d = v^2 - v_0^2$$

dado que $v_0 = 0$, entonces:

$$2a\ d = v^2$$

Luego:

$$a = \frac{v^2}{2\text{d}}$$

$$a = \frac{(90\ \text{m/s})^2}{2(1400\ \text{m})}$$

$$a = 2.9\ \text{m/s}^2$$

Fórmula para calcular el desplazamiento y la distancia en función de la aceleración, el tiempo y la velocidad inicial en el MRUA

Otra fórmula utilizada con regularidad en la solución de problemas del MRUA es la siguiente:

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

Si $x_0 = 0$ y $t_0 = 0$, entonces:

$$x = v_0 t + at^2$$

Luego:

$$d = v_0 t + at$$

Para obtener esta fórmula, despejamos v en $a = \frac{v - v_0}{t}$ y después sustituimos su expresión equivalente obtenida en la ecuación

$$\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right) t.$$

Ejemplo 2.18 Un tráiler que arranca del reposo mantiene una aceleración constante de 0.20 m/s^2. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 80 m?

Solución



$x_0 = 0$ $\qquad$ x = 80 m
$t_0 = 0$ $\qquad$ t = ?
$v_0 = 0$ $\qquad$ v =

$$d = \Delta x = 80 \text{ m}$$

Luego:

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Dado que $v_0 = 0$, entonces:

$$d = \frac{1}{2} a t^2$$

Al despejar t^2 resulta:

$$t^2 = \frac{2d}{a}$$

Luego:

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(80 \text{ m})}{0.20 \text{ m/s}^2}} = 28.3 \text{ s}$$

redondeando a 2 cifras significativas queda

$$t = 28 \text{ s}$$

Concluyendo: Si en el MRUA hacemos el tiempo inicial $t_0 = 0$, y $x_0 = 0$, tenemos las siguientes fórmulas.

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$x = d = \left(\frac{v + v_0}{2}\right) t$$

$$2ad = v_f^2 - v_0^2$$

$$d = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

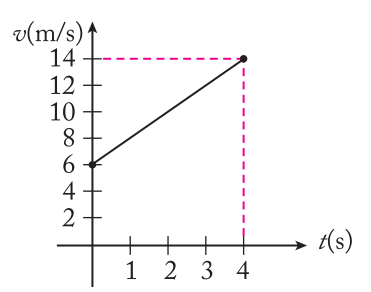
La distancia "d" y el desplazamiento $\Delta x = x$ tienen la misma magnitud.

Gráfica de velocidad contra tiempo para la aceleración constante

Consideremos que un objeto parte con una velocidad de 6 m/s y que se acelera uniformemente a razón de 2 m/s^2. La siguiente tabla nos muestra su velocidad al final de cada uno de los primeros 4 segundos.

t(s)	0	1	2	3	4
v(m/s)	6	8	10	12	14

La siguiente figura corresponde a la gráfica de velocidad contra tiempo del objeto.

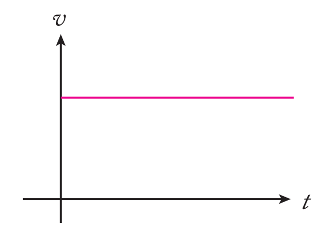


Como la gráfica es una recta no paralela a los ejes de coordenadas, su pendiente representa la razón de cambio constante de la velocidad con respecto al tiempo; o sea, la aceleración constante de la partícula.

Si la gráfica velocidad contra tiempo (v-t) es una recta no paralela a los ejes coordenados, el movimiento de la partícula es rectilíneo uniformemente acelerado y la magnitud de su aceleración es numéricamente igual a la pendiente de la recta.

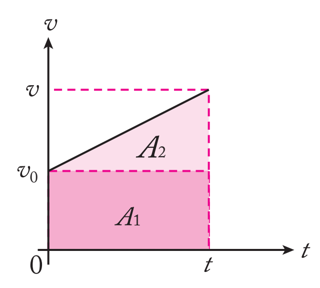
Si el valor de la pendiente es positivo, significa que la velocidad de la partícula aumenta con el transcurso del tiempo, en caso contrario, disminuye.

Si la gráfica velocidad-tiempo (v-t) es una recta horizontal paralela al eje t, significa que no hay cambio de velocidad; o sea, la aceleración es igual a cero. Éste es el caso del movimiento rectilíneo uniforme.



Sabemos que la magnitud del área bajo la recta de la gráfica de velocidad contra tiempo del movimiento rectilíneo uniforme es numéricamente igual a la distancia recorrida por el móvil. Esto también se cumple en el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Analicemos la siguiente gráfica de velocidad contra tiempo para la aceleración constante:



De acuerdo con la gráfica, la magnitud del área A_1 está dada por la expresión:

$$A_1 = v_0\, t$$

Asimismo, la magnitud del área A_2 se determina mediante la expresión:

$$A_2 = \frac{t\,\Delta v}{2}$$

Luego:

$$A_2 = \left(\frac{v - v_0}{2}\right)t$$

De acuerdo con la ecuación $a = \frac{v-v_0}{t}$, tenemos:

$$a\, t = v - v_0$$

Al sustituir la expresión equivalente obtenida de $v - v_0$ en $A_2 = \left(\frac{v-v_0}{2}\right)t$, obtenemos:

$$A_2 = \frac{at}{2}t$$

$$A_2 = \frac{at^2}{2}$$

El área total bajo la curva es la suma de A_1 y A_2, luego:

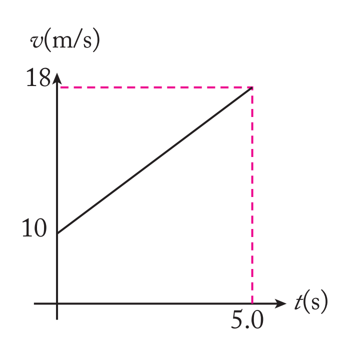
$$A_T = v_0\, t + \frac{1}{2}at^2$$

De acuerdo con el resultado obtenido tenemos:

$$A_T = \Delta x = d$$

En la gráfica de velocidad contra tiempo para la aceleración constante, el área bajo la curva, esto es, bajo la recta inclinada, es igual al desplazamiento y, por consiguiente, a la distancia recorrida por el objeto en cuestión.

Ejemplo 2.19 La siguiente figura corresponde a la gráfica de velocidad contra tiempo de un objeto que se mueve con aceleración constante.



Determina:

a) La aceleración del objeto.

Solución

Dado que la aceleración es constante, el valor de la pendiente de la recta es igual a la magnitud de la aceleración instantánea durante el intervalo de tiempo.

$a = m$, luego:

$$a = \frac{18 - 10}{5.0 - 0}\,\text{m/s}^2$$

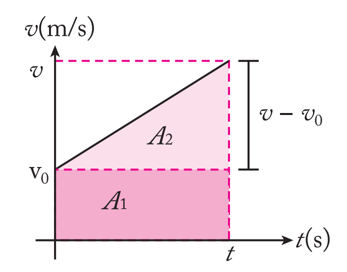
$$a = \frac{18}{5.0}$$

$$a = 1.6\,\text{m/s}^2$$

b) La distancia que recurre a los 5 segundos.

Solución

La distancia que recorre el objeto es de la misma magnitud que la del desplazamiento; por consiguiente:



$$d = \Delta x = \text{Área bajo la recta}$$

$$A_{TOTAL} = v_0 t + \left(\frac{v - v_0}{2}\right)t$$

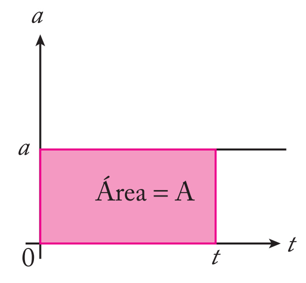
$$A_{TOTAL} = (10\,\text{m/s})(5.0\,\text{s}) + \left(\frac{18\,\text{m/s} - 10\,\text{m/s}}{2}\right)5$$

$$A_{TOTAL} = 50\text{m} + 20\text{m} = 70\text{m}$$

Por lo tanto, $d = 70$ m.

Gráfica de aceleración contra tiempo para el MRUA

Si la aceleración de una partícula material es constante, la gráfica de aceleración contra tiempo es una recta paralela al eje t, que está por encima del eje t si la aceleración es positiva y por debajo si es negativa.



Observa que el área bajo la recta en un intervalo de tiempo determinado es igual al cambio de velocidad; esto es:

$$A = at = \left(\frac{v - v_0}{t}\right)t, \text{ luego}$$

$$A = v - v_0$$

Gráfica de posición contra tiempo del MRUA

La siguiente parábola representa la gráfica de posición contra tiempo de una partícula que parte del reposo con aceleración constante. Matemáticamente, esto nos indica que la distancia o el desplazamiento que recorre una partícula en el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado varía de manera proporcional con el cuadrado del tiempo; esto es, la razón $\frac{\Delta x}{\Delta t^2}$ es constante.

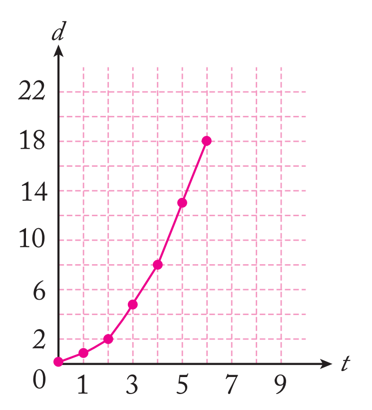


Figura 2.26

Observa que en el MRUA, el móvil recorre una distancia mayor cada segundo.

En la gráfica de posición contra tiempo, la velocidad instantánea en un tiempo t la determina la recta tangente a la curva en dicho instante. Observa la figura 2.27.

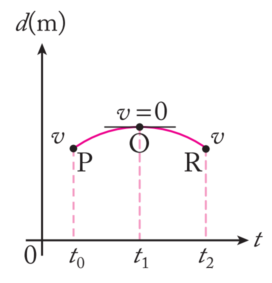


Figura 2.27 En el instante t_0, la velocidad instantánea es positiva, en t_1 es cero y en t_2 es negativa.

De acuerdo con lo anterior, si queremos calcular la velocidad instantánea en un punto de la parábola, tenemos que trazar una recta tangente a la curva en dicho punto. La pendiente de la tangente numéricamente es igual a la magnitud de la velocidad instantánea. Asimismo, la inclinación de dicha recta determina su dirección.

En cursos superiores de matemáticas aprenderás a determinar la velocidad y la aceleración instantánea de un móvil con la ayuda del cálculo diferencial.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Si un avión cambia su velocidad uniformemente de 80 m/s a 100 m/s en 10 segundos, calcula:

a) la aceleración del avión.

- *a)* 3.0 m/s^2
- *b)* 1.5 m/s^2
- *c)* 2.0 m/s^2
- *d)* 2.5 m/s^2

c) 2.0 m/s^2

b) La distancia que recorre en los 10 segundos.

- *a)* 9.0×10^2 m
- *b)* 8.0×10^2 m
- *c)* 8.5×10^2 m
- *d)* 9.5×10^2 m

a) 9.0×10^2 m

2. Si un avión cambia su velocidad uniformemente de 150 m/s a 60.0 m/s en 15.0 segundos, calcula:

a) La aceleración del avión.

- *a)* −5.0 m/s^2
- *b)* 5.0 m/s^2
- *c)* −6.00 m/s^2
- *d)* 6.00 m/s^2

c) −6.00 m/s^2

b) La distancia que recorre en los 15 segundos.

- *a)* 1.57×10^3 m
- *b)* 1.70×10^3 m
- *c)* 1.45×10^3 m
- *d)* 1.65×10^3 m

a) 1.70×10^3 m

3. Un auto que viaja a 20 m/s acelera uniformemente a razón de 1.8 m/s^2 durante 10 segundos. Calcula.

a) La velocidad a los 10.0 segundos.

- *a)* 40 m/s
- *b)* 34 m/s
- *c)* 35 m/s
- *d)* 38 m/s

d) 38 m/s

b) La distancia que recorre durante los 10 segundos.

- *a)* 3.4×10^2 m
- *b)* 2.9×10^2 m
- *c)* 2.2×10^2 m
- *d)* 4.0×10^2 m

b) 2.9×10^2 m

4. Un auto viaja a 72 km/h. Si al aplicarle los frenos cambia su velocidad uniformemente a razón de −4.0 m/s^2. ¿Cuántos metros recorre antes de detenerse?

a) 50 m
b) 45 m
c) 60 m
d) 40 m

a) 50 m

5. Si un avión que parte del reposo se acelera uniformemente a razón de 3.0 m/s^2 durante 24 segundos, calcula:

a) La velocidad de despegue.

a) 80 m/s
b) 70 m/s
c) 72 m/s
d) 76 m/s

c) 72 m/s

b) La distancia que recorre antes de despegar.

a) 8.6×10^2 m
b) 7.4×10^2 m
c) 9.0×10^2 m
d) 8.0×10^2 m

a) 8.6×10^2 m

6. Un auto de carreras que parte del reposo se acelera uniformemente y recorre 350 m en 10 segundos. Calcula:

a) La aceleración del auto.

a) 6.0 m/s^2
b) 6.5 m/s^2
c) 7.4 m/s^2
d) 7.0 m/s^2

d) 7.0 m/s^2

b) La velocidad a los 10 segundos.

a) 60 m/s
b) 70 m/s
c) 58 m/s
d) 62 m/s

b) 70 m/s

7. Una moto cambia su velocidad uniformemente de 15 m/s a 25 m/s en 4.0 segundos. Calcula.

a) La aceleración de la moto.
- *a)* 2.5 m/s^2
- *b)* 2.0 m/s^2
- *c)* 3.0 m/s^2
- *d)* 2.1 m/s^2

a) 2.5 m/s^2

b) La distancia que recorre en 4.0 segundos.
- *a)* 75 m
- *b)* 88 m
- *c)* 80 m
- *d)* 70 m

c) 80 m

8. Un auto de carreras viaja a 216 km/h. ¿Qué distancia recorrerá antes de detenerse si al frenar cambia su velocidad uniformemente a razón de –10 m/s^2?
- *a)* 1.6×10^2 m
- *b)* 1.8×10^2 m
- *c)* 1.9×10^2 m
- *d)* 2.0×10^2 m

b) 1.8×10^2 m

9. Una moto que viaja a 72 km/h acelera uniformemente a razón de 1.5 m/s^2 durante 8.0 segundos. Calcula:

a) La velocidad a los 8.0 s.
- *a)* 30 m/s
- *b)* 28 m/s
- *c)* 26 m/s
- *d)* 32 m/s

d) 32 m/s

b) La distancia que recorre la moto en los 8.0 s.
- *a)* 2.4×10^2 m
- *b)* 1.9×10^2 m
- *c)* 2.1×10^2 m
- *d)* 2.5×10^2 m

c) 2.1×10^2 m

10. Un camión con aceleración constante a razón de 2.0 m/s^2 cruza un túnel de 80 m de largo en 4.0 segundos. Calcula:

a) La velocidad del camión al principio del túnel.

a) 16 m/s
b) 15 m/s
c) 10 m/s
d) 12 m/s

a) 16 m/s

b) La velocidad del camión al final del túnel.

a) 20 m/s
b) 24 m/s
c) 25 m/s
d) 28 m/s

b) 24 m/s

11. Un auto que viaja a 25 m/s súbitamente aplica los frenos y recorre 45 m antes de detenerse. Calcula:

a) La aceleración del auto si es constante.

a) –6.9 m/s^2
b) 6.9 m/s^2
c) –7.5 m/s^2
d) 7.5 m/s^2

a) –6.9 m/s^2

b) El tiempo que tarda en detenerse el auto.

a) 3.0 s
b) 3.6 s
c) 4.0 s
d) 3.9 s

b) 3.6 s

12. Un patinador que parte del reposo mantiene una aceleración constante de 0.60 m/s^2 durante 10 segundos. Calcula:

a) La velocidad del patinador a los 10 segundos.

a) 8.0 m/s
b) 5.0 m/s
c) 7.0 m/s
d) 6.0 m/s

d) 6.0 m/s

b) La distancia que recorre en los 10 s.

a) 28 m
b) 30 m
c) 60 m
d) 40 m

b) 30 m

13. Un auto que parte del reposo se acelera uniformemente y recorre 80 m en 5.0 segundos. Calcula:

a) La velocidad del auto a los 5.0 segundos.
- *a)* 32 m/s
- *b)* 28 m/s
- *c)* 25 m/s
- *d)* 30 m/s

a) 32 m/s

b) La aceleración del auto.
- *a)* 7.2 m/s^2
- *b)* 7.0 m/s^2
- *c)* 6.4 m/s^2
- *d)* 6.0 m/s^2

c) 6.4 m/s^2

14. Si un avión que aterriza a 216 km/h se detiene después de recorrer 1200 m. Calcula:

a) La aceleración del avión si es constante.
- *a)* -1.8 m/s^2
- *b)* 1.8 m/s^2
- *c)* 1.5 m/s^2
- *d)* -1.5 m/s^2

d) -1.5 m/s^2

b) El tiempo que tarda en detenerse el avión.
- *a)* 50 s
- *b)* 35 s
- *c)* 40 s
- *d)* 44 s

c) 40 s

15. Un auto parte del reposo y se acelera uniformemente alcanzando una velocidad de 28 m/s en 10 segundos. Calcula:

a) La aceleración del auto.
- *a)* 2.8 m/s^2
- *b)* 2.0 m/s^2
- *c)* 3.2 m/s^2
- *d)* 1.8 m/s^2

a) 2.8 m/s^2

b) La distancia que recorre el auto en los 10 s.
- *a)* 1.6×10^2 m
- *b)* 1.5×10^2 m
- *c)* 1.2×10^2 m
- *d)* 1.4×10^2 m

d) 1.4×10^2 m

16. Una moto cambia uniformemente su velocidad de 10 m/s a 18 m/s en 4.0 segundos. Calcula:

a) La aceleración de la moto.

- *a)* 1.5 m/s^2
- *b)* 7.0 m/s^2
- *c)* 2.0 m/s^2
- *d)* 2.5 m/s^2

c) 2.0 m/s^2

b) La distancia que recorre la moto en los 4.0 s.

- *a)* 60 m
- *b)* 56 m
- *c)* 50 m
- *d)* 62 m

b) 56 m

17. Un auto que viaja a 108 km/h frena y se detiene después de 6.0 segundos. Calcula:

a) La aceleración del auto si es constante.

- *a)* 6 m/s^2
- *b)* –6 m/s^2
- *c)* 5.0 m/s^2
- *d)* –5.0 m/s^2

d) –5.0 m/s^2

b) La distancia que recorre el auto antes de detenerse.

- *a)* 90 m
- *b)* 95 m
- *c)* 80 m
- *d)* 98 m

a) 90 m

18. Un auto que viaja a 20 m/s frena y se detiene después de recorrer 40 m. Calcula:

a) La aceleración del auto.

- *a)* –4.0 m/s^2
- *b)* –5.0 m/s^2
- *c)* 5.0 m/s^2
- *d)* 4.0 m/s^2

b) –5.0 m/s^2

b) El tiempo que tarda en detenerse.

- *a)* 3.0 s
- *b)* 5.0 s
- *c)* 4.0 s
- *d)* 2 s

c) 4.0 s

19. Una moto con una velocidad inicial de 6.0 m/s se acelera uniformemente a razón de 1.5 m/s^2 durante 8.0 segundos. Calcula la distancia que recorre la moto durante ese tiempo.

a) 80 m
b) 90 m
c) 96 m
d) 88 m

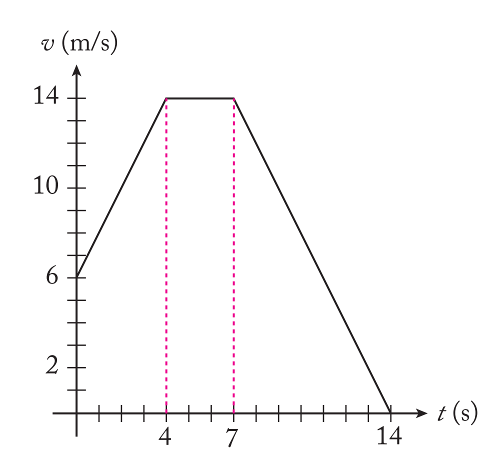
c) 96 m

20. La velocidad de despegue de un avión debe ser de 80 m/s. Calcula la aceleración constante del avión si debe elevarse en una pista de 1000 m de longitud.

a) 3.2 m/s^2
b) 2.6 m/s^2
c) 3.8 m/s^2
d) 2.9 m/s^2

a) 3.2 m/s^2

21. La siguiente figura corresponde a la gráfica de velocidad contra tiempo de un objeto.



Determina:

a) La aceleración en el intervalo que va desde 0 hasta 4 segundos.
a) 2 m/s^2
b) 1 m/s^2
c) 3 m/s^2
d) 4 m/s^2

a) 2 m/s^2

b) La aceleración en el intervalo que va de 4 a 7 segundos.
a) 1 m/s^2
b) 2 m/s^2
c) 0.5 m/s^2
d) 0 m/s^2

d) 0 m/s^2

c) La aceleración en el intervalo que va de 7 a 14 segundos.
a) 2 m/s^2
b) –2 m/s^2
c) –1 m/s^2
d) 1 m/s^2

b) –2 m/s^2

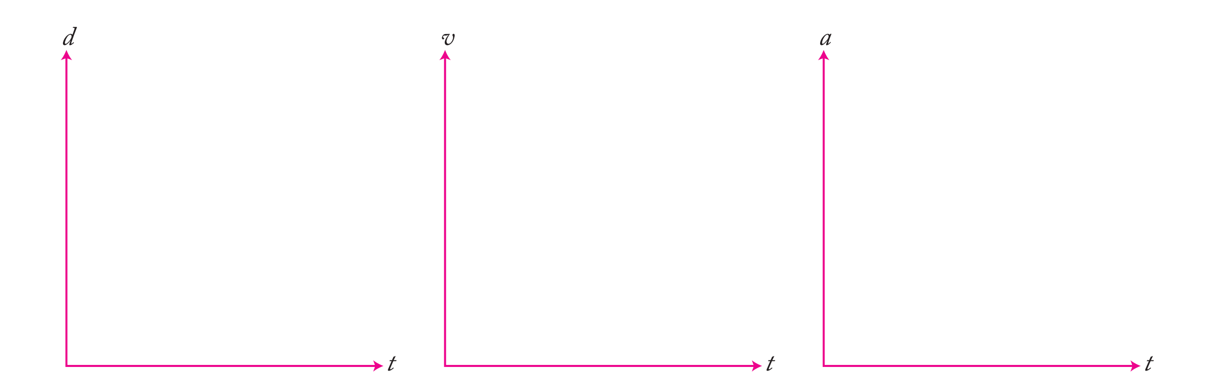
d) La aceleración media en el intervalo que va de 0 a 14 segundos.
a) –0.6 m/s^2
b) 0.6 m/s^2
c) –0.4 m/s^2
d) 0.4 m/s^2

c) –0.4 m/s^2

TRABAJO COLABORATIVO

1. Realicen la siguiente actividad en equipo.
Cada integrante del equipo deberá ***correr*** 50 metros de distancia y recopilar información sobre los tiempos empleados en recorrer las distancias de 10, 20, 30, 40 y 50 metros, llenen la siguiente tabla y realicen las gráficas de desplazamiento-tiempo, velocidad-tiempo, aceleración-tiempo.

Integrante	Distancia (metros)	Tiempo empleado (segundos)
	10	
	20	
	30	
	40	
	50	



De manera individual, analiza las gráficas de desplazamiento-tiempo obtenidas de cada uno de los equipos, y determina, cualitativa y cuantitativamente, quién se movió con mayor aceleración.



Escribe en el paréntesis la letra que corresponda a la respuesta correcta.

1. ( ) Tipo de movimiento en el que un cuerpo se mueve con aceleración constante.
a) movimiento uniforme
b) movimiento rectilíneo
c) movimiento
d) movimiento rectilíneo uniformemente acelerado
e) movimiento acelerado

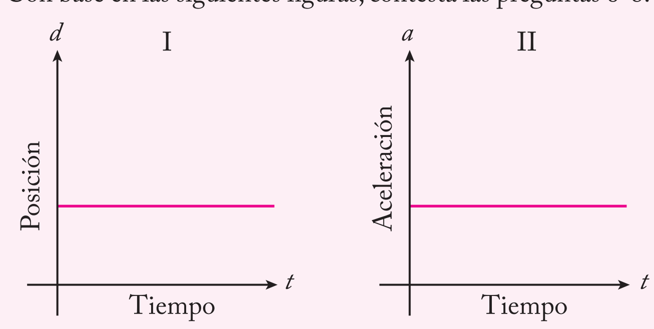
2. ( ) Valor límite de la aceleración media cuando Δt tiende a cero.
a) velocidad instantánea
b) velocidad media
c) aceleración centrípeta
d) aceleración instantánea

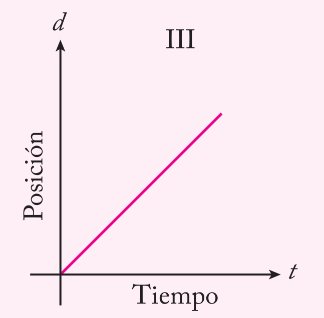
3. ( ) Un objeto experimenta una aceleración cuando:
a) cambia de posición
b) cambia su velocidad solamente
c) cambia la dirección de su movimiento solamente.
d) b y c son correctas

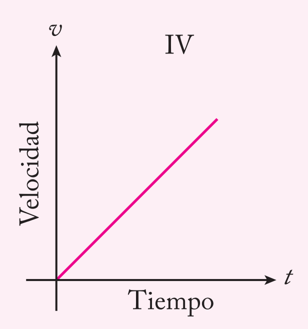
4. ( ) La pendiente de la recta de la gráfica de velocidad contra tiempo cuando un objeto se mueve con aceleración constante representa:
a) la aceleración del objeto
b) el desplazamiento del objeto
c) la velocidad del objeto
d) el tiempo transcurrido

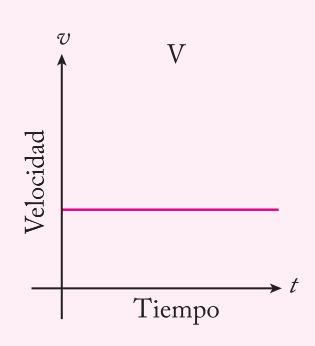
5. ( ) Si la aceleración de un objeto es constante, significa que experimenta cambios en:
a) su masa
b) su peso
c) su velocidad
d) su aceleración

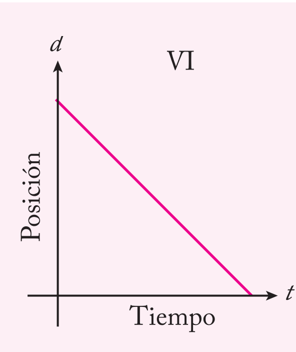
Con base en las siguientes figuras, contesta las preguntas 6-8.











6. ( ) ¿Cuáles de las gráficas corresponden al movimiento de un objeto con aceleración constante?

a) III
b) V
c) Sólo II
d) II y IV
e) I

7. ( ) ¿Cuál de las gráficas corresponde a un objeto que se encuentra en reposo?

a) V
b) II
c) I
d) VI

8. ( ) ¿Cuál de las gráficas corresponde al movimiento de un objeto con velocidad constante en dirección negativa?

a) V
b) I
c) III
d) VI
e) II y IV

Un automóvil que parte del reposo alcanza una velocidad de 28 m/s al final de 7.0 segundos. Contesta las preguntas 9 y 10.

9. ( ) Calcula la aceleración del auto si es constante.

a) 5.0 m/s^2
b) 4.0 m/s^2
c) 3.0 m/s^2
d) 6.0 m/s^2

10. ( ) Calcula la distancia recorrida en los 7.0 s.

a) 98 m
b) 102 m
c) 90 m
d) 100 m

Un tren cambia uniformemente su velocidad de 54 km/h a 90 km/h en 10 segundos. Contesta las preguntas 11 y 12.

11. ( ) Determina la aceleración del tren.

a) 2.0 m/s^2
b) 1.5 m/s^2
c) 1.0 m/s^2
d) 3.0 m/s^2

12. ( ) Determina la distancia que recorre en los 10 s.

a) 1.8×10^2 m
b) 2.1×10^2 m
c) 2.2×10^2 m
d) 2.0×10^2 m

Un auto que viaja a 20 m/s frena de repente y alcanza a recorrer 40 m hasta detenerse. Contesta las preguntas 13 y 14.

13. ( ) Halla la aceleración del auto.

a) −4.0 m/s^2
b) 4.0 m/s^2
c) −5.0 m/s^2
d) 6.0 m/s^2
e) 5.0 m/s^2

14. ( ) Determina el tiempo que tarda en detenerse.

a) 4.0 s
b) 3.5 s
c) 5.0 s
d) 4.5 s

La velocidad de un avión en el momento de su aterrizaje es de 216 km/h y alcanza a recorrer 900 m antes de detenerse. Contesta las preguntas 15 y 16.

15. ( ) Determina su aceleración si es constante.

a) 2.0 m/s^2
b) −1.8 m/s^2
c) −2.0 m/s^2
d) 1.8 m/s^2
e) −1.6 m/s^2

16. ( ) Determina el tiempo que tarda en detenerse.

a) 33 s
b) 29 s
c) 37 s
d) 30 s

Un avión para despegar recorre 810 m en 18 segundos. Contesta las preguntas 17 y 18.

17. ( ) Determina la aceleración constante del avión.

a) 40 m/s^2
b) 6.5 m/s^2
c) 5.0 m/s^2
d) 5.5 m/s^2

18. ( ) Determina la velocidad de despegue del avión.

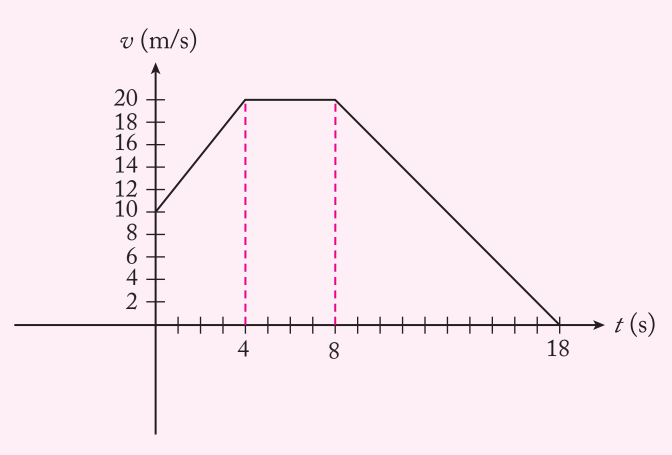
a) 95 m/s
b) 90 m/s
c) 80 m/s
d) 5 m/s

19. ( ) Un tráiler que parte desde el reposo se mueve con aceleración constante de 0.40 m/s^2. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 500 m?

a) 1 min
b) 40 s

c) 80 s
d) 50 s
e) 45 s

La siguiente figura corresponde a la gráfica velocidad contra tiempo de un objeto. De acuerdo con la información que presenta, determina:



20. ( ) El intervalo de tiempo en el cual el movimiento del objeto es con velocidad constante.
a) de 0 a 4 segundos
b) de 8 a 18 segundos
c) de 0 a 4 y de 8 a 18 segundos
d) de 4 a 8 segundos

21. ( ) La aceleración media en el intervalo de 0 a 18 segundos.
a) -2.26 m/s^2
b) -0.4 m/s^2
c) -0.55 m/s^2
d) 0.4 m/s^2

22. ( ) Calcula la aceleración en el intervalo de 0 a 4 segundos.
a) 3 m/s^2
b) 5 m/s^2
c) 2.5 m/s^2
d) 4 m/s^2

23. ( ) Calcula la aceleración en el intervalo de 4 a 8 segundos.
a) 0 m/s^2
b) 5 m/s^2
c) 3 m/s^2
d) 4 m/s^2

24. ( ) Calcula la aceleración en el intervalo de 8 a 18 segundos.
a) 2 m/s^2
b) 3 m/s^2
c) -1.8 m/s^2
d) -2 m/s^2

25. ( ) Calcula el desplazamiento en el intervalo de 0 a 4 segundos.
a) 32 m
b) 60 m
c) 56 m
d) 50 m

26. ( ) Calcula el desplazamiento en el intervalo de 4 a 8 segundos.
a) 40 m
b) 20 m
c) 160 m
d) 80 m

27. ( ) Calcula el desplazamiento en el intervalo de 8 a 18 segundos.
a) 50 m
b) 56 m
c) 100 m
d) 80 m

Tema 4 Caída libre

- movimiento con aceleración constante
- aceleración de la gravedad
- fórmula cinemática para la caída libre
- gravedad
- caída libre

Definición y aplicaciones

El movimiento de un objeto que cae libremente a la superficie, o bien que se lanza verticalmente hacia arriba o hacia abajo son ejemplos comunes del **movimiento con aceleración constante.** Este tipo de aceleración se conoce como **aceleración de la gravedad** y se denota con la letra *g*. Su valor aproximado cerca de la superficie terrestre es de 9.80 m/s^2 y su dirección siempre es vertical hacia abajo y hacia el centro de la Tierra.



Figura 2.28 Cuando los objetos se mueven libremente bajo la influencia exclusiva de la gravedad, decimos que están en caída libre.

Cuando los objetos se mueven libremente bajo la influencia exclusiva de la **gravedad**,[1] decimos que están en **caída libre**, término con que se alude al movimiento de los objetos que se dejan caer desde el reposo o que se lanzan verticalmente hacia abajo o hacia arriba y que sólo la gravedad influye en su movimiento. Incluso cuando son lanzados verticalmente hacia arriba, se dice que están acelerando hacia abajo; hacia el centro de la Tierra.

Aristóteles pensaba que los cuerpos más pesados caían más rápido que los ligeros. Esta idea fue considerada como verdadera por más de 2000 años; sin embargo, en la actualidad es fácil observar que si se dejan caer, al mismo tiempo, una moneda y una pluma, ésta caerá más lentamente debido a su gran superficie. Una pluma revolotea hasta el suelo y la detiene el aire, que debe ser empujado a un lado para dejarla pasar. Entre más ancho sea un objeto, más tardara en caer porque el efecto de la fricción del aire sobre su movimiento es mayor. La fricción del aire retrasa la caída de los objetos, la cual aumenta mientras mayor sea la altura desde donde cae el objeto.

Sin embargo, en ausencia del aire, es decir, en el vacío, la moneda y la pluma caen con la misma aceleración y llegan al fondo al mismo tiempo si se dejan caer desde la misma altura.

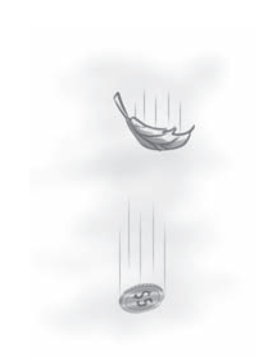


Figura 2.29 La fricción del aire es la *razón* por la que la pluma no cae al suelo al mismo tiempo que la moneda si se dejan caer desde la misma altura.

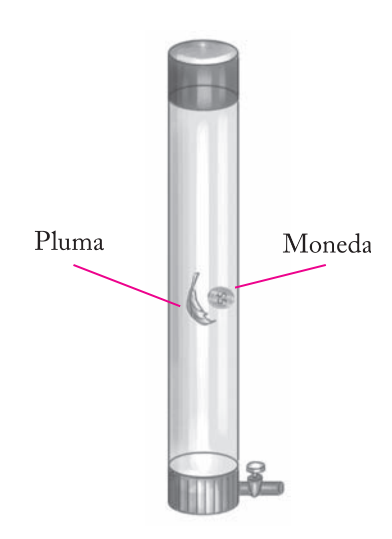


Figura 2.30 En el vacío, una pluma y una moneda caen al mismo tiempo si se dejan caer desde la misma altura.

[1] La gravedad es la fuerza de atracción que ejerce un cuerpo de gran masa como la Tierra sobre los objetos.

En 1971, el astronauta David Scott dejó caer en la superficie de la Luna una pluma y un martillo desde la misma altura. Ambos objetos cayeron al mismo tiempo porque en ese lugar no hay atmósfera y por lo tanto, no hay aire.

David Scott confirmó lo que Galileo estableció en 1590: "En ausencia de la fricción del aire, todos los objetos caen libremente con la misma aceleración". Cuenta la historia que un día Galileo convocó a todos los habitantes del pueblo a la torre de Pisa y desde allí, a través de una arcada abierta, dejó caer simultáneamente dos piedras de diferente peso y tamaño. Estos objetos golpearon al mismo tiempo el suelo y con este sencillo acto demostró que Aristóteles se equivocaba acerca del movimiento de los objetos que caen libremente.

Dado que la caída libre de los objetos es muy rápida y en la época de Galileo los relojes no eran tan sofisticados como los de hoy, este ingenioso científico hizo rodar varias pelotas por diferentes planos inclinados. Pensaba que si la aceleración era constante para cada inclinación, continuaría siéndolo si la inclinación fuera vertical y las pelotas cayeran libremente.

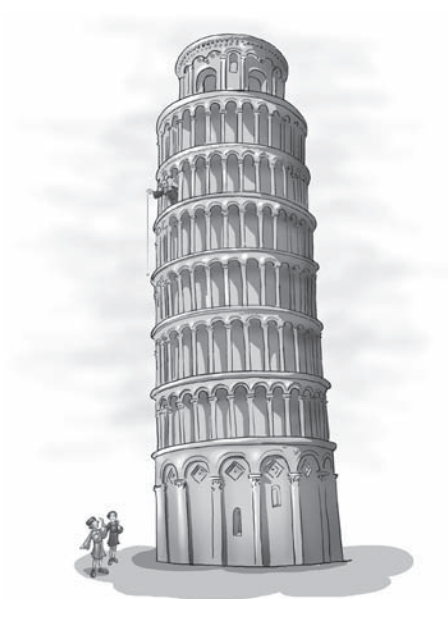


Figura 2.31 Galileo fue el primer físico en efectuar un experimento para demostrar que la aceleración de la gravedad es constante.

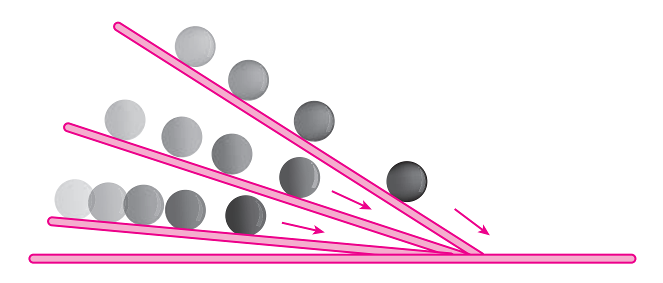


Figura 2.32 Experimento de Galileo con pelotas rodando en diferentes planos inclinados.

Galileo observó que a medida que aumentaba la inclinación de los planos inclinados, la aceleración aumentaba, pero para cada posición era constante. Finalmente, descubrió que a una inclinación de 90° los objetos caen con una aceleración constante.

Como Galileo no podía medir la velocidad instantánea de las pelotas que se movían por los planos inclinados, investigó la relación entre la distancia recorrida y el tiempo para cada pelota que rodaba desde el reposo por un plano inclinado. Como resultado de sus experimentos concluyó lo siguiente:

La distancia recorrida varía directamente proporcional al cuadrado del tiempo: $d = kt^2$, donde k es la constante de proporcionalidad.

Fórmulas cinemáticas para la caída libre

Dado que la aceleración de la gravedad es constante, podemos utilizar las mismas fórmulas que aplicamos en el movimiento unidimensional horizontal, sólo tenemos que sustituir g por a y así establecer un sistema de referencia cuyo eje de coordenadas sea vertical.

El punto de lanzamiento o de caída de un objeto en particular se toma como origen del eje de coordenadas; así, también se sustituye en las fórmulas Δy por Δx; y por x y y_0 por x_0.

Experimentalmente, se ha encontrado que el valor de la aceleración de la gravedad varía con la latitud y con la altura; sin embargo, como cerca de la superficie terrestre las variaciones son muy pequeñas y no afectan los resultados en la mayoría de los problemas prácticos, en este texto tomaremos el valor de la aceleración de la gravedad como $9.80\ m/s^2$.

En la solución de problemas de caída libre es necesario convenir la dirección positiva del movimiento. Si convenimos que la dirección positiva es hacia arriba, el signo de g es negativo (–) porque la dirección del vector aceleración es hacia abajo. Asimismo, los desplazamientos por encima del origen son positivos, y por debajo, negativos.

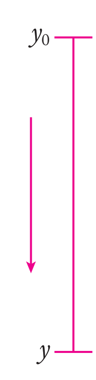
Del mismo modo, si convenimos que la dirección positiva del movimiento es hacia abajo, el signo de g es positivo (+) porque el vector aceleración tiene la misma dirección que la convenida como positiva del movimiento.

Por último, consideraremos nula la fricción del aire en la solución de los ejercicios de este texto.

Fórmulas de la caída libre

Movimiento vertical hacia abajo

1. $g = \dfrac{v - v_0}{t - t_0}$
2. $\Delta y = y - y_0 = \left(\dfrac{v + v_0}{2}\right)\Delta t$
3. $2g\,\Delta y = v^2 - v_0^2$
4. $\Delta y = v_0 t + \dfrac{1}{2} g\,\Delta t^2$



Si $t_0 = 0$, $y_0 = 0$, $h = \Delta y$ y convenimos que la dirección positiva del movimiento es hacia abajo, el signo de g es positivo porque el vector aceleración tiene la misma dirección que la convenida como positiva del movimiento, entonces tenemos las siguientes fórmulas:

1. $g = \dfrac{v - v_0}{t}$
2. $h = \left(\dfrac{v + v_0}{2}\right)t$
3. $2g\,h = v^2 - v_0^2$
4. $h = v_0\,t + \dfrac{1}{2} g\,t^2$

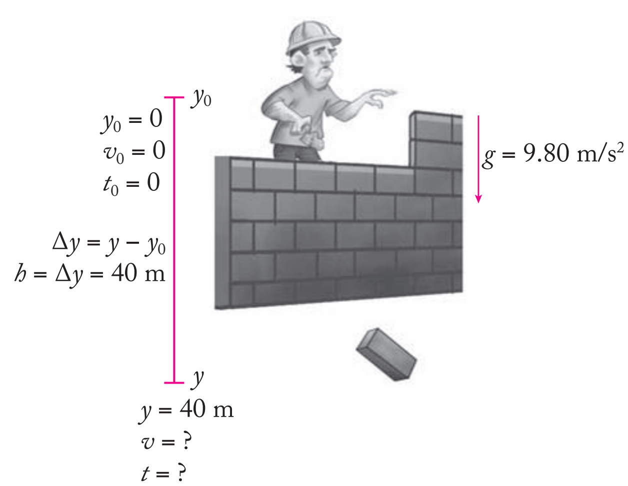
Por último, consideraremos nula la fricción del aire en la solución de los ejercicios de este texto.

Ejemplo 2.20 Un albañil deja caer un tabique desde la cima de un edificio de 40.0 m de altura. Calcula:

a) El tiempo que tarda en llegar a la superficie.

Solución

Consideremos la caída como la dirección positiva del movimiento; entonces, $g = 9.80\ \text{m/s}^2$.



$$h = v_0\,t + \frac{1}{2}gt^2$$

Dado que $v_0 = 0$, entonces:

$h = \frac{1}{2}gt^2$, donde al despejar t^2 resulta:

$$t^2 = \frac{2h}{g}$$

Luego:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(40.0\,\text{m})}{9.80\,\text{m/s}^2}} = 2.857\ \text{s}$$

Luego, al expresar el resultado con tres cifras significativas, queda:

$$t = 2.86\ \text{s}$$

b) La velocidad con que llega a la superficie.

Solución

Al despejar v de la ecuación $g = \dfrac{v - v_0}{t}$, donde $V_0 = 0$, resulta: $v = gt$; luego

$$v = (9.80\,\text{m/s}^2)(2.86\,\text{s})$$

$$v = 28.03\,\text{m/s}$$

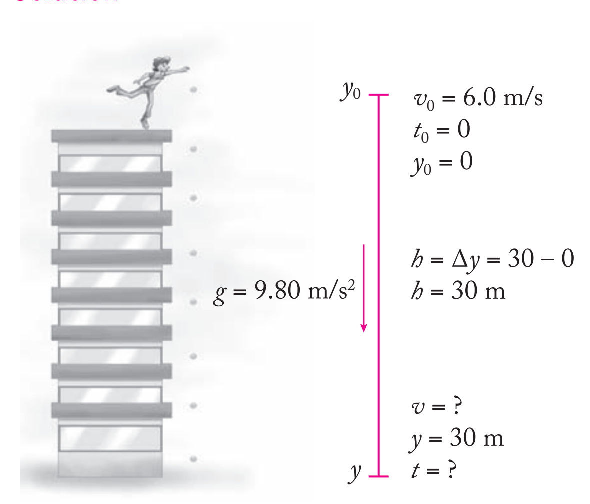
Al redondear a tres cifras significativas queda:

$$v = 28.0\,\text{m/s}$$

Ejemplo 2.21 Ernesto lanza su pelota de beisbol verticalmente hacia abajo a una velocidad 6.0 m/s desde la cima de un edificio de 30 m de altura. Calcula:

a) La velocidad con que la pelota choca con la superficie.

Solución



Consideraremos como la dirección positiva el movimiento hacia abajo.

$$2gh = v^2 - v_0^2$$

Al despejar v^2 en la ecuación anterior, resulta:

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$v^2 = (6.0\,\text{m/s})^2 + 2(9.80\,\text{m/s}^2)(30\,\text{m})$$

$$v^2 = \sqrt{624\,\text{m}^2/\text{s}} = 24.98\,\text{m/s}$$

Al expresar el resultado con dos cifras significativas queda: $v = 25$ m/s

b) El tiempo que tarda en llegar a la superficie.

Solución

Al despejar t en la ecuación $g = \dfrac{v - v_0}{t}$ resulta:

$$gt = v - v_0$$

$$t = \frac{v - v_0}{g}$$

$$t = \frac{25\ \text{m/s} - 6.0\ \text{m/s}}{9.80\ \text{m/s}} = 1.938\,\text{s}$$

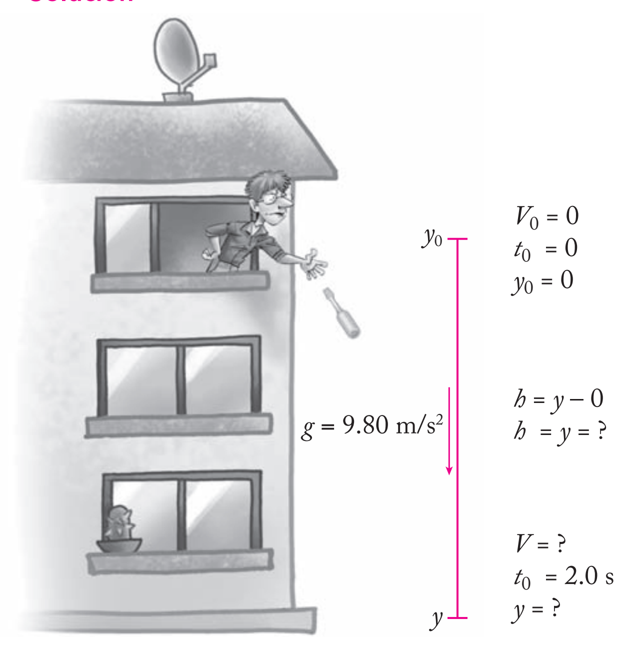
Al expresar el resultado con dos cifras significativas queda:

$$t = 1.9\,\text{s}$$

Ejemplo 2.22 Enrique deja caer un desarmador desde la ventana del piso más alto de su casa. Si el desarmador llega al suelo después de 2.0 segundos, calcula:

a) La altura de la casa de Enrique.

Solución



Consideraremos como la dirección positiva el movimiento hacia abajo.

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Dado que $v_0 = 0$, tenemos:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = \frac{1}{2}(9.80\,\text{m/s}^2)(2.0\,\text{s})^2$$

$$h = 19.6\,\text{m}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$h = 20\ \text{m}$$

Tiro vertical hacia arriba

Con el siguiente ejemplo analicemos el tiro vertical hacia arriba.

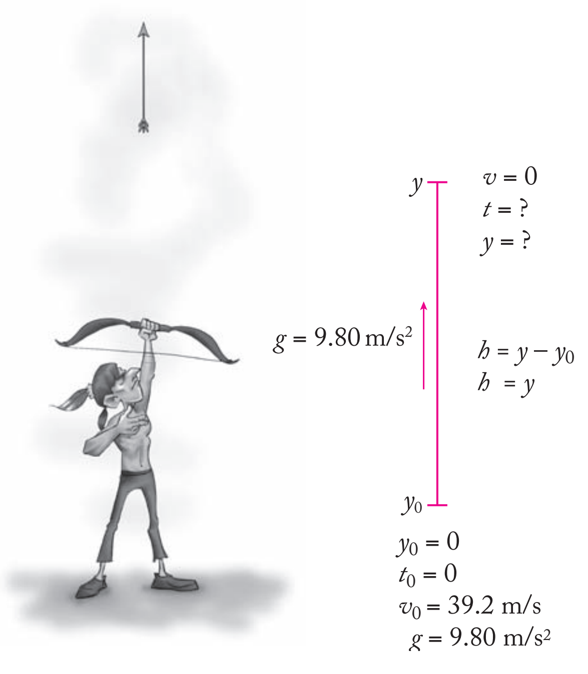
Ejemplo 2.23 El jefe de una tribu apache lanza una flecha verticalmente hacia arriba a una velocidad de 39.2 m/s.

Contesta las siguientes preguntas:

a) Determina el tiempo que tarda la flecha en alcanzar su altura máxima.

Solución

Consideremos la dirección positiva del movimiento hacia arriba, por consiguiente $y = 9.80$ m/s^2



Cuando un objeto se lanza verticalmente hacia arriba, su velocidad disminuye de manera uniforme a razón de 9.80 m/s por segundo porque la aceleración de la

gravedad siempre actúa hacia abajo; su efecto es disminuir la velocidad de los objetos que suben y aumentar la de los que caen libremente.

Cuando un objeto sube libremente, se mueve cada vez con menor velocidad hasta que se detiene un instante y después cae con mayor velocidad. La altura que alcanza el objeto cuando su velocidad es cero es la altura máxima que alcanza.

En la cima de la trayectoria de un objeto que se lanza verticalmente hacia arriba, la aceleración de la gravedad sigue siendo de 9.80 m/s^2 con dirección hacia abajo. Si g fuera igual a cero, significaría que la gravedad habría dejado de actuar sobre el objeto.

De acuerdo con lo anterior, en el punto más alto de la trayectoria de la flecha su velocidad es cero y su aceleración es g.

Así, considerando la dirección positiva del movimiento hacia arriba, tenemos:

$$g = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Dado que $v = 0$ y $t_0 = 0$, entonces:

$$g = \frac{-v_0}{t}$$

$$gt = -v_0$$

$$t = \frac{-v_0}{g}$$

$$t = \frac{(-39.2\,\text{m/s})}{-9.80\,\text{m/s}^2} = 4.00\,\text{s}$$

$t = 4.00$ s

b) Calcula la altura máxima que alcanza la flecha.

Solución

La altura que alcanza la flecha es máxima cuando su velocidad es igual a cero, o sea,

$$h_{\text{máx}} = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t$$

$$h_{\text{máx}} = \left(\frac{0 + 39.2\,\text{m/s}}{2}\right)4.00\,\text{s}$$

$$h_{\text{máx}} = 78.4\,\text{m}$$

c) Calcula el tiempo que tarda la flecha en llegar a su punto de partida.

Solución

Cuando la flecha regresa a su punto de partida, el desplazamiento resultante es cero, es decir, $h = 0$.

$$h = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

$$39.2(\text{m/s})t + \frac{1}{2}(-9.80\,\text{m/s}^2)t^2 = 0$$

$$39.2(\text{m/s})t + (-4.90\,\text{m/s}^2)t^2 = 0$$

$$39.2(\text{m/s})t - (4.90\,\text{m/s}^2)t^2 = 0$$

Al extraer t como factor común en la expresión anterior, resulta:

$$t(39.2\text{ m/s} - 4.90\text{ m/s}^2 t) = 0$$

De acuerdo con la propiedad multiplicativa del cero:

$$t = 0 \text{ y } 39.2\text{ m/s} - 4.90\text{ m/s}^2\, t = 0$$

$$39.2\text{ m/s} = 4.90\text{ m/s}^2\, t\text{, luego}$$

$$t = \frac{39.2\ \text{m/s}}{4.90\ \text{m/s}^2} = 8.00\,\text{s}$$

Al expresar el resultado con dos cifras significativas queda:

$t = 8.00$ s

Observa que el tiempo que tarda en ascender la flecha es el mismo que tarda en caer.

Tiempo de subida = Tiempo de bajada

d) Calcula la velocidad con que la flecha llega a su punto de partida.

Solución

$$g = \frac{v - v_0}{t}$$

Donde

$$v_0 = 39.2\,\text{m/s},\ \text{y}\ t = 8.0\,\text{s}$$

$$g = \frac{v - 39.2\,\text{m/s}}{8.0\,\text{s}}$$

$$-9.80\,\text{m/s}^2 = \frac{v - 39.2\,\text{m/s}}{8.0\,\text{s}}$$

$$(-9.80\,\text{m/s}^2)(8.0\,\text{s}) = v - 39.2\,\text{m/s}$$

$$\left(-9.80\,\text{m/s}^2\right)\left(8.0\,\text{s}\right) + 39.2\,\text{m/s} = v$$

$$v = \left(-9.80\,\text{m/s}^2\right)\left(8.0\,\text{s}\right) + 39.2\,\text{m/s}$$

$$v = -39.2\,\text{m/s}$$

Observa que la velocidad con que llega la flecha a su punto de partida es de igual magnitud que la de su lanzamiento, pero obviamente su dirección es hacia abajo, o sea, el signo negativo de la velocidad indica que el movimiento de la flecha es hacia abajo.

Analizando nuestro ejemplo anterior, podemos decir que cuando un objeto se lanza verticalmente hacia arriba, su movimiento de ascenso y descenso es simétrico, es decir:

- Tiempo de ascenso = Tiempo de descenso
- Las velocidades son de igual magnitud para cada tiempo (antes y después de alcanzar su altura máxima), pero de dirección contraria. Por lo tanto, la magnitud de la velocidad de lanzamiento es igual la magnitud de la velocidad de llegada a su punto de partida.

La figura 2.33 muestra el comportamiento de la flecha que estudiamos en el ejemplo anterior.

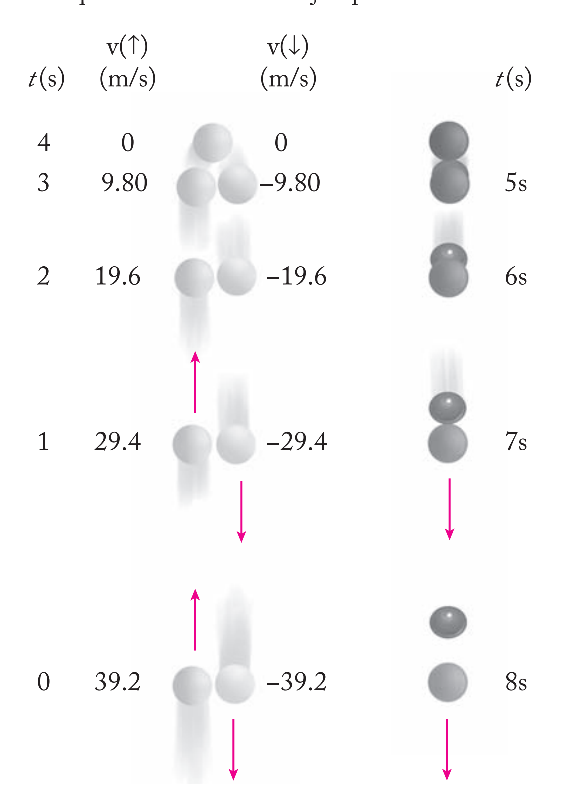
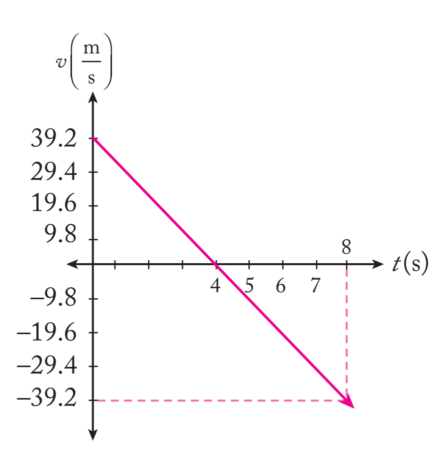


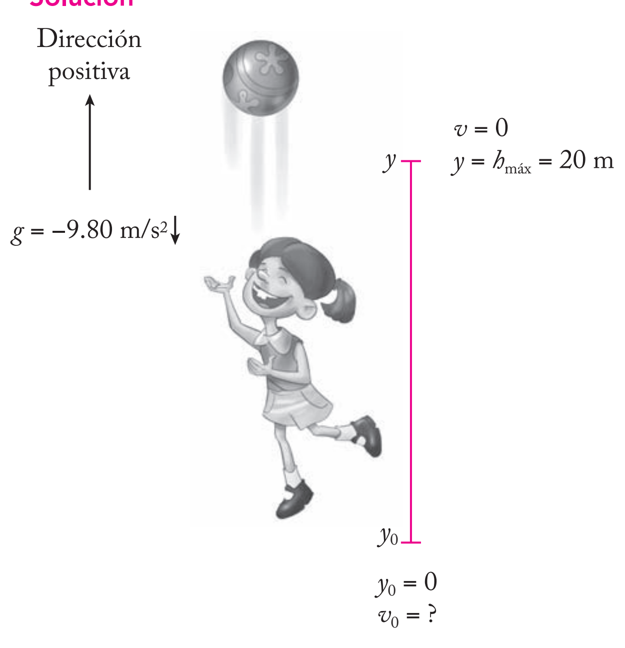
Figura 2.33

La siguiente figura corresponde a la gráfica de velocidad contra tiempo de nuestro ejemplo:



Ejemplo 2.24 Calcula la velocidad con la que se debe lanzar verticalmente hacia arriba una pelota para que alcance una altura máxima de 20 m.

Solución



$$2gh = v^2 - v_0^2$$

Dado que $y_0 = 0$ y $v = 0$, entonces:

$$2gh = -v_0^2$$

$$2\left(-9.80\,\text{m/s}^2\right)20\,\text{m} = -v_0^2$$

Multiplicamos por −1 ambos miembros de la ecuación anterior:

$$v_0^2 = 2\left(9.80\right)\left(20\right)\text{m/s}^2$$

$$v = \sqrt{2\left(9.80\right)\left(20\right)\text{m}^2/\text{s}^2}$$

$$v = 19.79\,\text{m/s}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

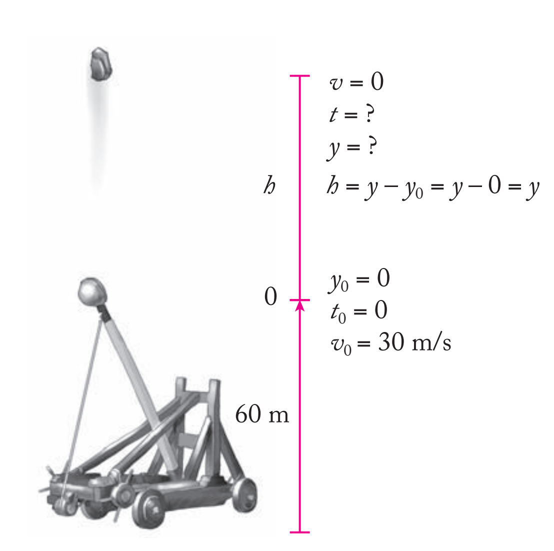
$v = 20$ m/s

Ejemplo 2.25 Desde la cima de un edificio de 60 m de altura, una catapulta lanza una piedra verticalmente hacia arriba a una velocidad de 30 m/s. Si la piedra apenas logra pasar el edificio durante su caída, contesta las siguientes preguntas.

a) Calcula el tiempo que tarda la piedra en alcanzar su altura máxima.

Solución

Dirección positiva ↑ $g = -9.80$ m/s²



$$h_{máx} = 60\,\text{m} + h$$

La figura de arriba muestra el sistema de referencia con origen en el punto desde donde se lanza la piedra verticalmente hacia arriba. Consideraremos como la dirección positiva del movimiento hacía arriba.

$$g = \frac{v - v_0}{t}$$

Dado que:

$$v = 0$$

$$g = \frac{-v}{t}$$

$$-v = gt$$

$$t = \frac{-v}{g}$$

$$t = \frac{-(30\,\text{m/s})}{-9.80\,\text{m/s}^2}$$

$$t = 3.06\,\text{s}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$t = 3.1$ s

b) Calcula la altura máxima que alcanza la piedra con respecto a la base del edificio.

Solución

Primero calculemos la altura máxima (h) que alcanza la piedra con respecto a su punto de partida.

$$h = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t$$

Donde:

$$v = 0,$$

Luego:

$$h = \left(\frac{v_0}{2}\right)t,$$

Luego:

$$h = \left(\frac{30}{2}\,\text{m/s}\right)(3.1\,\text{s})$$

$$h = 46.5\,\text{m}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$h = 46$ m

Nota: también puede ser $h = 47$ m.

Calculemos a continuación la altura máxima de la piedra con respecto a la base del edificio:

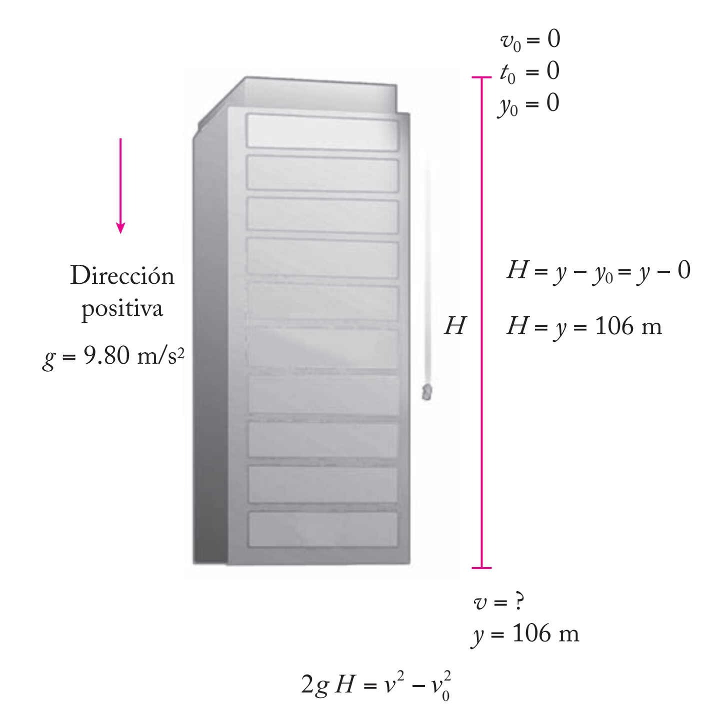
$$h_{máx} = 46\ m + 60\ m$$

$$h_{máx} = 106\ m$$

c) Calcula lo velocidad de la piedra cuando choca con el suelo.

Solución

Establezcamos un sistema de referencia cuyo origen sea el punto desde donde empieza a caer la piedra y consideremos la dirección positiva del movimiento hacia abajo.



$$2gH = v^2 - v_0^2$$

Dado que $v_0 = 0$, entonces:

$$v^2 = 2gH$$

$$v^2 = 2\left(9.80\,\text{m/s}^2\right)\left(106\,\text{m}\right)$$

$$v^2 = 2\left(9.80\right)\left(106\right)\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v^2 = \sqrt{2\left(9.80\right)\left(106\right)\text{m}^2/\text{s}^2} = 45.58\,\text{m/s}$$

Al expresar el resultado con dos cifras significativas queda 46 m/s.

d) Calcula el tiempo total de vuelo de la piedra.

Solución

$$t_{TOTAL} = t_{ASCENSO} + t_{DESCENSO}$$

$$t_{TOTAL} = 3.1\,\text{s} + t_{DESCENSO}$$

Calculemos a continuación el tiempo de descenso de la piedra. Para hacerlo, utilizaremos el sistema de referencia del inciso anterior.

$$g = \frac{v - v_0}{t}$$

Donde:

$$v_0 = 0$$

Luego:

$$g = \frac{v}{t}$$

Al despejar t de la ecuación anterior resulta:

$$gt = v$$

$$t = \frac{v}{g}$$

$$t = \frac{46\,\text{m/s}}{9.80\,\text{m/s}}$$

$$t = 4.65\,\text{s} \cong 4.7\,\text{s}$$

$$t_{\text{DESCENSO}} = 4.7\,\text{s}$$

Entonces el tiempo total es:

$$t_t = 3.1 + 4.7\,\text{s}$$

$$t_t = 7.8\,\text{s}$$

Concluyendo: si un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba, tenemos las siguientes fórmulas.

1. $g = \dfrac{v - v_0}{t}$

Cuando el objeto alcanza su altura máxima $v = 0$.

2. $h = \left(\dfrac{v + v_0}{2}\right)t$

3. $h = v_0 t + \dfrac{1}{2} g t^2$

4. $2gh = v^2 - v_0^2$

Si consideramos la dirección positiva hacia arriba, entonces el valor de g es

$$g = -9.80\ \text{m/s}^2$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

En la solución de los siguientes ejercicios, consideraremos $g = 9.80$ m/s^2.
Consideraremos también como dirección positiva hacia abajo cuando los objetos caen.
Si un objeto se lanza hacia arriba, consideremos la dirección positiva hacia arriba.

1. Se deja caer una piedra desde el borde de un barranco. Si la piedra tarda 3.60 segundos en llegar a la superficie, determina:

a) La velocidad con la cual choca la piedra contra el suelo:
- *a)* 38.5 m/s
- *b)* 30 m/s
- *c)* 35.3 m/s
- *d)* 41.2 m/s

c) 35.3 m/s

b) La profundidad del barranco:
- *a)* 70.4 m
- *b)* 63.5 m
- *c)* 69.4 m
- *d)* 72.6 m

b) 63.5 m

2. Luis deja caer desde el balcón de su ventana un balón de futbol. Si la altura del balcón es de 11 metros, responde las siguientes preguntas:

a) El tiempo que tarda el balón en llegar al suelo.
- *a)* 1.5 s
- *b)* 1.2 s
- *c)* 1.9 s
- *d)* 2.0 s

a) 1.5 s

b) La velocidad con la cual el balón choca contra el suelo.
- *a)* 15.8 m/s
- *b)* 12.5 m/s
- *c)* 13.5 m/s
- *d)* 14.7 m/s

d) 14.7 m/s

3. Una piedra que se deja caer desde la cima de un puente, choca con el agua 2.40 segundos después. Determina:

a) La velocidad con que la piedra choca con el agua.
- *a)* 23.5 m/s
- *b)* 24.8 m/s
- *c)* 20.0 m/s
- *d)* 27.2 m/s

a) 23.5 m/s

b) La altura del puente.
- *a)* 34.6 m
- *b)* 24.0 m
- *c)* 28.2 m
- *d)* 26.8 m

c) 28.2 m

4. Desde un globo aerostático se lanza verticalmente hacia abajo un saco de arena con una velocidad de 4.00 m/s. Si el saco llega al suelo 3.40 segundos después, calcula:

a) La velocidad a la cual el saco de arena choca con el suelo.
- *a)* 43.5 m/s
- *b)* 40.0 m/s
- *c)* 37.3 m/s
- *d)* 32.8 m/s

c) 37.3 m/s

b) La altura a la que se encuentra el globo con respecto al suelo.
- *a)* 70.2 m
- *b)* 65.1 m
- *c)* 74.6 m
- *d)* 64.5 m

a) 70.2 m

5. Una piedra se lanza verticalmente hacia el fondo de un pozo con una velocidad de 4.00 m/s. Si la piedra llega al suelo en 1.80 segundos, responde las siguientes preguntas:

a) Calcula la velocidad con que la piedra choca con el suelo.
- *a)* 18.4 m/s
- *b)* 27.1 m/s
- *c)* 19.4 m/s
- *d)* 21.6 m/s

d) 21.6 m/s

b) ¿Cuál es la profundidad del pozo?
- *a)* 26.0 m
- *b)* 23.0 m
- *c)* 20.9 m
- *d)* 25.6 m

b) 23.0 m

6. Si se deja caer un objeto desde lo alto de un edificio de 80.0 m de altura, determina:

a) El tiempo que tarda el objeto en llegar al suelo.
- *a)* 3.60 s
- *b)* 4.04 s
- *c)* 4.50 s
- *d)* 5.00 s

b) 4.04 s

b) La velocidad con la que el objeto llega al suelo.
- *a)* 32.4 m/s
- *b)* 39.6 m/s
- *c)* 44.5 m/s
- *d)* 35.2 m/s

b) 39.6 m/s

7. Nadia deja caer una piedra desde un puente de 60.0 m de altura con respecto al río. Determina:

a) El tiempo que tarda la piedra en llegar al agua.

- *a)* 3.0 s
- *b)* 4.0 s
- *c)* 4.5 s
- *d)* 3.50 s

d) 3.50 s

b) La velocidad con que la piedra choca con el agua.

- *a)* 34.3 m/s
- *b)* 30.5 m/s
- *c)* 38.0 m/s
- *d)* 36.1 m/s

a) 34.3 m/s

8. Desde la azotea de un edificio, se lanza verticalmente hacia abajo una pelota con una velocidad de 6.00 m/s. Si la pelota llega a la superficie 2.40 segundos después, calcula:

a) La velocidad con la cual la pelota choca con la superficie.

- *a)* 29.5 m/s
- *b)* 20.7 m/s
- *c)* 24.8 m/s
- *d)* 32.8 m/s

a) 29.5 m/s

b) La altura del edificio.

- *a)* 48.0 m
- *b)* 36.0 m
- *c)* 42.6 m
- *d)* 40.5 m

c) 42.6 m

9. Cynthia lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20.0 m/s. Determina:

a) El tiempo que tarda la pelota en alcanzar su altura máxima.

- *a)* 1.5 s
- *b)* 2.04 s
- *c)* 1.8 s
- *d)* 2.40 s

b) 2.04 s

b) La altura máxima que alcanza la pelota sobre su punto de partida.

- *a)* 20.4 m
- *b)* 16.0 m
- *c)* 24.1 m
- *d)* 18.5 m

a) 20.4 m

c) El tiempo total de vuelo de la pelota.

d) La velocidad con la que la pelota llega a su punto de partida.

e) La aceleración en el punto más alto de su trayectoria.

10. ¿Con qué velocidad se debe lanzar verticalmente hacia arriba un objeto para que alcance una altura de 16.0 m sobre su punto de partida?

a) 24.0 m/s
b) 16.0 m/s
c) 15.0 m/s
d) 17.7 m/s

d) 17.7 m/s

11. ¿Con qué velocidad se debe proyectar verticalmente hacia arriba una pelota de beisbol para que alcance una altura máxima de 30.0 m sobre su punto de partida?

a) 20.0 m/s
b) 18.4 m/s
c) 24.2 m/s
d) 22.0 m/s

c) 24.2 m/s

12. Cuando Antonio batea una pelota de beisbol, ésta se proyecta verticalmente hacia arriba a una velocidad de 40 m/s. Determina: (considera como positivo la dirección del movimiento hacia arriba).

a) El tiempo que tarda en alcanzar su altura máxima.

a) 4.1 s
b) 3.6 s
c) 4.5 s
d) 3.8 s

a) 4.1 s

b) La altura máxima que alcanza la pelota sobre su punto de proyección inicial.

a) 76 m
b) 90 m
c) 82 m
d) 88 m

c) 82 m

c) El tiempo total de vuelo de la pelota.

a) 6.4 s
b) 9.4 s
c) 10 s
d) 8.2 s

d) 8.2 s

d) La aceleración de la pelota en el punto más alto de su trayectoria.

a) 9.80 m/s^2
b) 0 m/s^2
c) -9.80 m/s^2

c) -9.80 m/s^2

e) La velocidad de la pelota a los 6.0 segundos.

a) –14 m/s
b) –15 m/s
c) –19 m/s
d) –20 m/s

c) –19 m/s

f) La velocidad de la pelota a los 7 s.

a) –29 m/s
b) –26 m/s
c) –30 m/s
d) –35 m/s

a) –29 m/s

g) La velocidad de la pelota cuando regresa a su punto de proyección inicial.

a) –45 m/s
b) –35 m/s
c) –38 m/s
d) –40 m/s

d) –40 m/s

13. Una piedra que se lanza verticalmente hacia arriba alcanza una altura máxima de 18.0 m sobre su punto de partida. Determina: (considera como positivo la dirección del movimiento hacia arriba).

a) Su velocidad de lanzamiento.
- *a)* 18.8 m/s
- *b)* 21.0 m/s
- *c)* 20.0 m/s
- *d)* 16.0 m/s

a) 18.8 m/s

b) El tiempo que tarda en regresar a su punto de partida.
- *a)* 3.83 s
- *b)* 4.20 s
- *c)* 3.40 s
- *d)* 4.50 s

a) 3.83 s

c) La aceleración de la piedra en el punto más alto de su trayectoria.
- *a)* 0 m/s^2
- *b)* 9.80 m/s^2
- *c)* −9.80 m/s^2

c) −9.80 m/s^2

d) La velocidad de la piedra cuando regresa a su punto de partida.
- *a)* −15.0 m/s
- *b)* −20.0 m/s
- *c)* −18.8 m/s
- *d)* −28 m/s

c) −18.8 m/s

14. Raúl lanza un balón de basquetbol verticalmente hacia arriba y regresa a su punto de partida 3.20 segundos después. Contesta las siguientes preguntas: (considera como positivo la dirección del movimiento hacia arriba).

a) La velocidad del lanzamiento.
- *a)* 20.0 m/s
- *b)* 15.7 m/s
- *c)* 14.5 m/s
- *d)* 21.0 m/s

b) 15.7 m/s

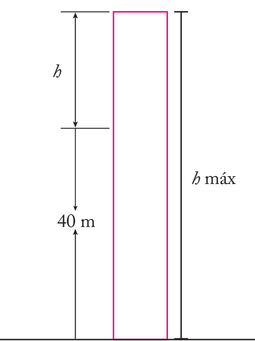
b) La altura máxima que alcanza la pelota sobre su punto de partida.
- *a)* 12.5 m
- *b)* 14.0 m
- *c)* 10.0 m
- *d)* 16.0 m

a) 12.5 m

15. Una piedra se arroja verticalmente hacia arriba desde la cima de un barranco de 40.0 m de profundidad. Si la velocidad del lanzamiento es de 16.2 m/s y en la caída la piedra apenas logra pasar el barranco, calcula:

a) El tiempo que tarda la piedra en alcanzar su altura máxima.

a) 1.65 s
b) 2.4 s
c) 1.4 s
d) 2.0 s



a) 1.65 s

b) La altura máxima ($h_{máx}$) que alcanza la piedra respecto a la cima del barranco.

a) 15.6 m
b) 12.0 m
c) 13.4 m
d) 17.0 m

c) 13.4 m

c) La altura máxima ($h_{máx}$) que alcanza la piedra respecto al fondo del barranco.

a) 52.0 m
b) 57.0 m
c) 49.0 m
d) 53.4 m

d) 53.4 m

d) El tiempo que tarda la piedra en llegar al fondo del barranco. (tiempo total de vuelo)

a) 4.95 s
b) 5.50 s
c) 4.00 s
d) 4.60 s

a) 4.95 s

e) La magnitud de la velocidad con la que la piedra llega al fondo del barranco.

a) 30.5 m/s
b) 32.3 m/s
c) 38.0 m/s
d) 26.0 m/s

b) 32.3 m/s

16. Elabora un cuadro de semejanzas y diferencias entre el MRUA
(El cuadro comparativo constituye una forma práctica de sintetizar la información, y facilita el comparar los elementos de un tema, ya sea considerando sus semejanzas o sus diferencias. El cuadro comparativo está constituido por columnas en las que se lee la *información en forma vertical y se establece la comparación entre los elementos de una y otra columna.*)

Cuadro de semejanzas y diferencias entre el MRUA		
Horizontal	Caída libre	Tiro vertical

17. Llena los siguientes cuadros de semejanzas y diferencias en el movimiento.

Semejanzas en el movimiento				
Tipo de movimiento	Ventilador	Automóvil	Brincar	Hojas secas
MRUA				
Caída libre				
Tiro vertical				
Circular				

Diferencia en el movimiento				
Tipo de movimiento	Ventilador	Automóvil	Brincar	Hojas secas
MRUA				
Caída libre				
Tiro vertical				
Circular				



Escribe en el paréntesis la letra que corresponda a la respuesta correcta.

1. ( ) Nombre de la aceleración que experimentan los objetos en la caída libre.
a) Peso
b) Aceleración centrípeta
c) Aceleración centrífuga
d) Aceleración de la gravedad

2. ( ) Se deja caer un objeto *A* desde una altura *h*. Un segundo después se deja caer del mismo lugar un objeto *B*. Si se desprecia la fricción del aire, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
a) La distancia entre los objetos permanecerá constante durante la caída de ambos.
b) La distancia entre los objetos mientras caen cada vez es menor.
c) La distancia disminuirá si el objeto *B* pesa más que *A*.
d) La distancia entre ellos será cada vez mayor mientras ambos estén cayendo.

3. Supongamos que un objeto *M* se deja caer en el planeta Marte desde una altura *h*. Otro objeto (*T*) se deja caer desde la misma altura pero en el planeta Tierra. Considera nula la resistencia del aire en la Tierra y sabiendo que la gravedad en el planeta Marte es de 3.8 m/s^2.

Determina cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas.

a) ( ) El objeto *T* tarda más tiempo en llegar a la superficie.
b) ( ) El objeto *M* llega con menor velocidad a la superficie.
c) ( ) La velocidad con que llega a la superficie el objeto *T* es 2.6 veces mayor que la velocidad con la que llega el objeto *M*.
d) ( ) La velocidad con la que llega a la superficie el objeto *T* es 1.6 veces mayor que la velocidad con la que llega el objeto *M*.

4. ( ) Dos objetos de 4 y 10 kg, respectivamente, se dejan caer desde el techo de una casa al mismo tiempo.

Determina cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Considera nula la fricción del aire.

a) ( ) El cuerpo de 10 kg cae primero al suelo.
b) ( ) La velocidad con que llega el objeto de 4 kg es menor que con la que llega el de 10 kg.
c) ( ) Ambos objetos caen al suelo al mismo tiempo.
d) ( ) Ambos objetos chocan con el suelo con la misma velocidad.
e) ( ) La aceleración que experimenta el cuerpo de 10 kg es mayor que la del cuerpo de 4 kg.
f) ( ) La aceleración de la gravedad que experimentan los cuerpos es de 9.80 m/s^2 y está dirigida verticalmente hacia arriba.
g) ( ) La gravedad que experimentan los cuerpos es de 9.80 m/s^2 y está dirigida verticalmente hacia abajo.
h) ( ) La velocidad con la que llegan al suelo depende de la altura desde la que caen.
i) ( ) El tiempo que tardan en llegar depende de la altura desde la que caen.

5. Si desde la superficie terrestre se lanza un objeto verticalmente hacia arriba, determina cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Considera nula la fricción del aire.
a) ( ) La aceleración del objeto es de 9.80 m/s^2 y está dirigida hacia arriba.
b) ( ) La aceleración del objeto es de 9.80 m/s^2 y está dirigida hacia el centro de la Tierra (hacia abajo).
c) ( ) La velocidad del objeto en el punto más alto de su trayectoria es cero.
d) ( ) La aceleración del objeto en el punto más alto es cero.
e) ( ) El tiempo de asenso del objeto es igual a la mitad de lo que tarda en caer.
f) ( ) El tiempo de ascenso es igual al tiempo de descenso.
g) ( ) La aceleración en el punto más alto es 9.80 m/s^2 y su dirección es vertical hacia arriba.
h) ( ) La aceleración en el punto más alto es 9.80 m/s^2 y su dirección es vertical hacia abajo.
i) ( ) A mayor velocidad de lanzamiento, mayor es la altura que alcanza el objeto.
j) ( ) Si tarda *t* segundos en regresar al punto de partida, entonces el tiempo que tarda en alcanzar su altura máxima es 2*t* segundos.
k) ( ) Si la velocidad de lanzamiento del objeto es +50 m/s, entonces cuando regrese a su punto de partida su velocidad seria de −50 m/s.

Se deja caer una piedra desde lo alto de un edificio y el objeto tarda 2.40 segundos en chocar con el suelo. Responde las preguntas 6 y 7.

6. ( ) Determina la velocidad de la piedra al chocar con el suelo.
a) 23.5 m/s
b) 25.5 m/s
c) 20.5 m/s
d) 26 m/s

7. ( ) Calcula la altura del edificio.
a) 28.2 m
b) 34.5 m
c) 24.6 m
d) 21.4 m

Por accidente, un trabajador deja caer desde un edificio de 70 m de altura un martillo. Contesta las preguntas 8 y 9.

8. ( ) Determina el tiempo que tarda el martillo en llegar al suelo.
a) 3.8 s
b) 3.2 s
c) 4.5 s
d) 4.8 s

9. ( ) Determina la velocidad del martillo justo cuando llega al suelo.
a) 43 m/s
b) 32 m/s
c) 40 m/s
d) 37 m/s

Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 49.0 m/s. Contesta las preguntas 10 a 16. Considera como dirección positiva hacia arriba.

10. ( )¿Cuál es la velocidad de la pelota en el punto más alto de su trayectoria?
a) 9.8 m/s
b) 19.6 m/s
c) 0 m/s
d) 49 m/s

11. ( ) ¿Cuál es la aceleración de la pelota en el punto más alto de su trayectoria?
a) 9.80 m/s^2 hacia arriba
b) 0 m/s^2
c) 9.80 m/s^2 hacia abajo
d) 4.90 m/s^2 hacia abajo

12. ( ) Determina la altura máxima que alcanza la pelota a partir de su punto de partida.
a) 123 m
b) 122 m
c) 129 m
d) *a* y *b* son respuestas correctas

13. ( ) Determina el tiempo que tarda la pelota en alcanzar su altura máxima.
a) 10.0 s
b) 4.00 s
c) 5.00 s
d) 6.00 s

14. ( ) Determina el tiempo que tarda la pelota en regresar a su punto de partida.
a) 10.0 s
b) 12.0s
c) 8.00 S
d) 14.0 s

15. ( ) Determina la velocidad del objeto a los 3.20 segundos.
a) 27 m/s
b) 40 m/s
c) 31.4 m/s
d) 28 m/s
e) 17.6 m/s

16. ( ) Determina la velocidad del objeto a los 6.40 segundos.
a) −13.7 m/s
b) −18.0 m/s
c) 18 m/s
d) −15.4 m/s
e) 13.7 m/s

17. ( ) ¿Con qué velocidad tiene que lanzarse un objeto verticalmente hacia arriba para que alcance una altura máxima de 13.7 m respeto a su punto de partida?
a) 16.4 m/s
b) 13.2 m/s
c) 18.4 m/s
d) 15.2 m/s

Tema 5

Movimiento en dos dimensiones

- proyectil
- tiro horizontal
- parábola
- movimiento de proyectiles que son lanzados hacia arriba con un ángulo con respecto a la horizontal.
- solución de problemas

Definición y aplicaciones

Un **proyectil** es cualquier objeto que se lanza al aire.

En este tema estudiaremos la descripción del movimiento en dos dimensiones cuando:

1. Se lanza o se arroja horizontalmente un objeto (tiro horizontal).
2. Cuando se lanza un objeto con un ángulo por encima de la horizontal.

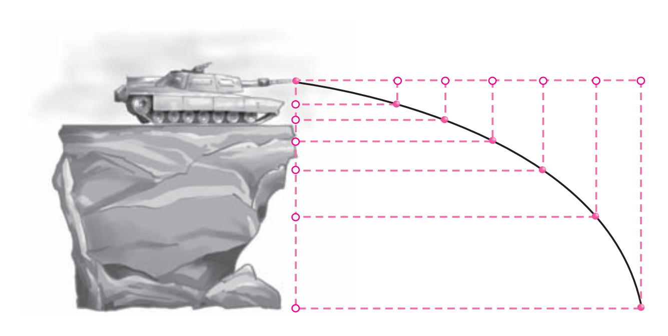


Figura 2.34 Tiro horizontal.

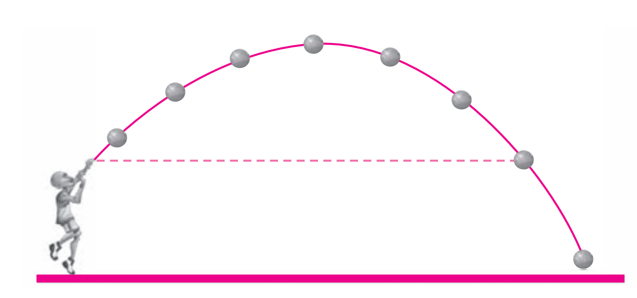


Figura 2.35 Lanzamiento con un ángulo.

En este libro no consideraremos los efectos de la resistencia del aire. Aunque esto no corresponde a la realidad, con frecuencia es una buena aproximación a la descripción real del movimiento de los proyectiles.

Movimiento horizontal de un proyectil (tiro horizontal)

En la obra *Discurso sobre dos ciencias,* Galileo estableció que el movimiento en dos dimensiones de un proyectil se puede considerar como dos movimientos independientes y que ambos ocurren simultáneamente: uno es horizontal con velocidad constante y el otro es vertical con aceleración constante (la aceleración de la gravedad).

Cuando un proyectil se arroja o lanza horizontalmente, una vez que está en el aire no experimenta aceleración en la dirección horizontal, y por lo tanto se desplaza en dicha dirección a una velocidad constante. Sin embargo, una vez en el aire, el proyectil experimenta la aceleración de la gravedad. Por esta razón, mientras se desplaza horizontalmente, el proyectil está en caída libre en una dirección vertical. Este hecho se puede comprobar dejando caer otro objeto al mismo tiempo y a la misma altura. Los dos proyectiles llegan al suelo simultáneamente; por lo tanto, los movimientos verticales son idénticos.

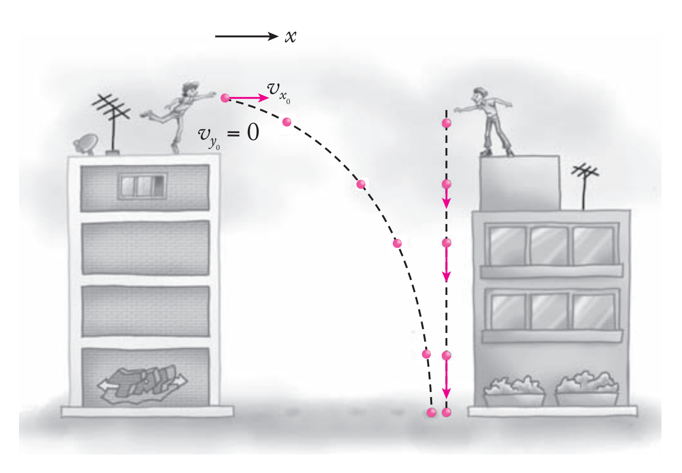


Figura 2.36 Lanzamiento de dos objetos al mismo tiempo.

La siguiente figura de dos esferas iluminadas con luz estroboscópica nos muestra sus trayectorias: una esfera se lanza horizontalmente y la otra sólo se deja caer.

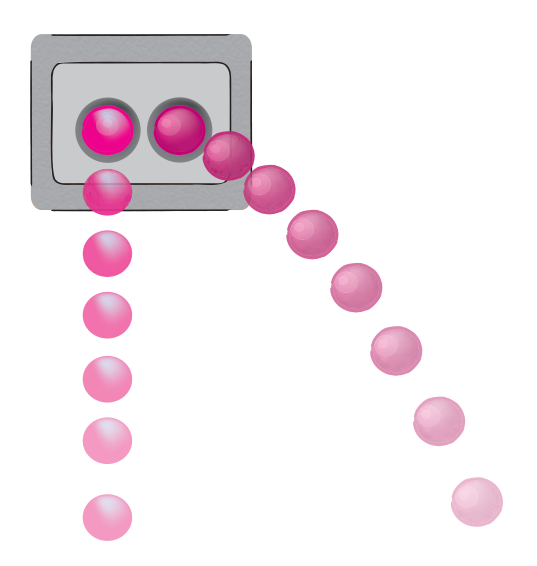


Figura 2.37 Imagen de la trayectoria de dos esferas iluminadas con luz estroboscópica.

Si analizamos detalladamente la imagen podemos observar lo siguiente:

1. La esfera que se lanza horizontalmente se desplaza la misma distancia horizontal durante los intervalos de tiempo iguales que transcurren entre destellos. Esto significa que la velocidad de la esfera en la dirección horizontal es constante.

2. Las dos esferas tienen la misma posición vertical en cada iluminación de la luz estroboscópica. Esto significa que en cada posición vertical la altura del proyectil que se deja caer es igual a la altura del que se lanza horizontalmente; de modo que ambos proyectiles llegarán de manera simultánea al suelo. Por lo tanto, la esfera que se lanza horizontalmente experimenta la misma aceleración hacia abajo que la que se deja caer; es decir, el movimiento vertical de la esfera que se lanza horizontalmente es idéntico al movimiento de la esfera que se deja caer.

En la siguiente figura se muestran diagramas separados para el movimiento vertical y el movimiento horizontal de la esfera que se lanza horizontalmente.

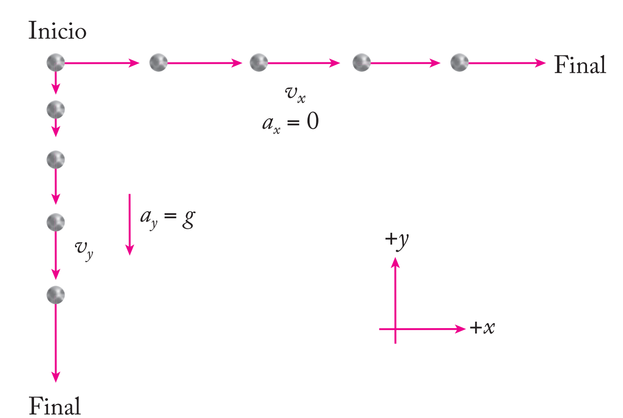


Figura 2.38

La suma vectorial de los componentes horizontal y vertical para formar el vector velocidad del proyectil que se lanza horizontalmente se muestra en la figura 2.39.

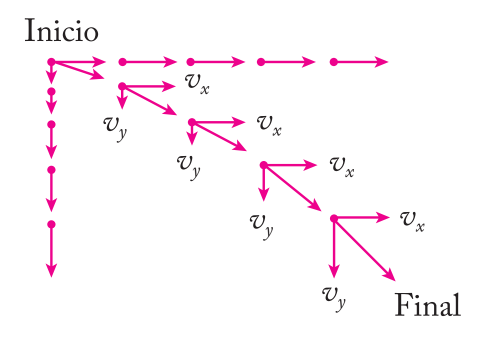


Figura 2.39

Observa que la velocidad horizontal constante y la aceleración de la gravedad producen la trayectoria curva del proyectil.

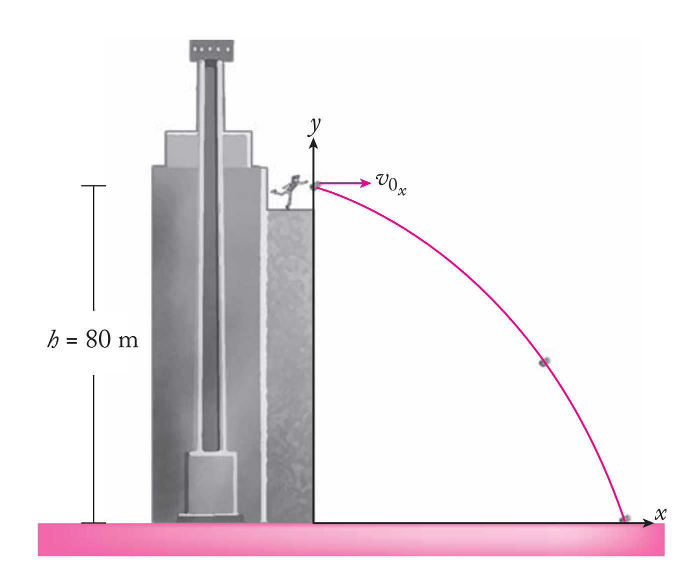
Por sus características geométricas, en matemáticas dicha curva recibe el nombre de **parábola**.

Para resolver problemas de tiro horizontal, de acuerdo con lo anterior, podemos considerar el movimiento del proyectil como dos movimientos independientes entre sí: uno horizontal con velocidad constante y el otro vertical en caída libre.

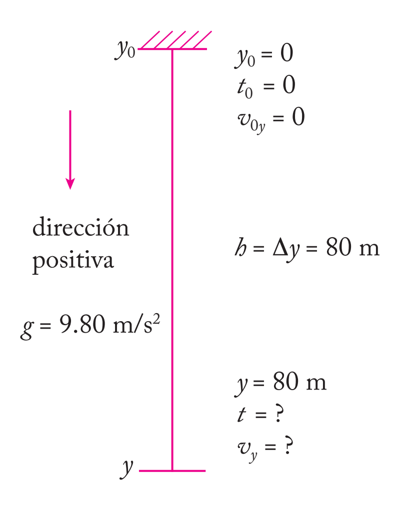
Ejemplo 2.26 Desde un edificio a 80 m de altura se lanza horizontalmente un proyectil con una velocidad de 30 m/s. Contesta las siguientes preguntas.

a) Calcula el tiempo que tarda el proyectil en llegar al suelo.

Solución



Para determinar el tiempo de vuelo consideramos por separado el movimiento vertical del proyectil y tomemos como origen del sistema de referencia el punto desde donde el proyectil se lanza al aire.



$$\Delta y = v_{0y}\,\Delta t + \frac{1}{2} g\,\Delta t^2$$

$$h = v_{0y} t + \frac{1}{2} g t^2$$

Dado que $v_{0y} = 0$, entonces:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

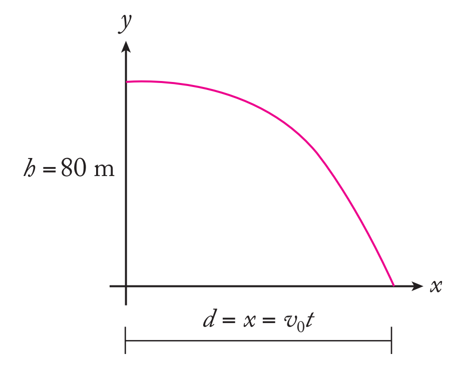
Despejemos t^2 en la ecuación anterior para obtener:

$$t^2 = \frac{2h}{g} = \frac{2(80\text{ m})}{9.80\text{ m/s}^2}$$

$$t = 4.0\,\text{s}$$

b) Calcula a qué distancia de la base del edificio cae el proyectil.

Solución



Para calcular esta distancia consideraremos por separado el movimiento horizontal del proyectil. Como la velocidad horizontal es constante; es decir, $v_{0x} = v_x$, entonces:

$$x = v_x t$$

$$x = (30\,\text{m/s})(4.0\,\text{s})$$

$$x = 120$$

Al expresar el resultado con dos cifras significativas queda:

$$x = 1.2 \times 10^2\text{ m}$$

c) Calcula la magnitud de la velocidad cuando el proyectil choca con el suelo.

Solución

Como los componentes del vector velocidad son perpendiculares, tenemos:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$v^2 = (30\,\text{m/s})^2 + v_y^2$$

Donde:

$$v_y = gt$$

$$v_y = (9.80\,\text{m/s}^2)(4.0\,\text{s}) = 39.2\,\text{m/s}$$

Al expresar el resultado con dos cifras significativas queda:

$v_y = (39\,\text{m/s})$, luego:

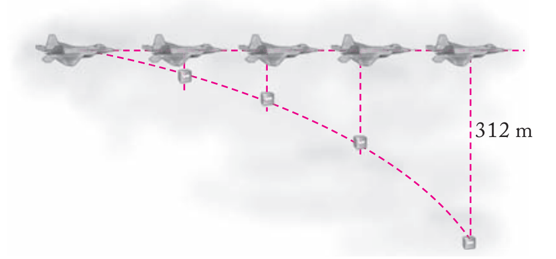
$v^2 = (30\,\text{m/s})^2 + (39\,\text{m/s})^2 = 49.2\,\text{m/s}$, luego

$$v = 49\,\text{m/s}$$

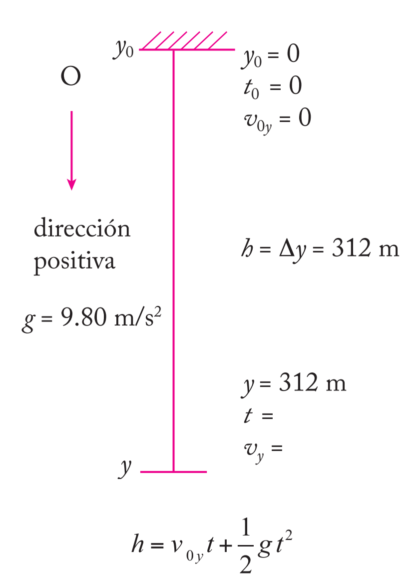
Ejemplo 2.27 Se deja caer un botiquín desde un avión que vuela horizontalmente a una velocidad de 198 km/h y a una altura de 312 m. Contesta las siguientes preguntas.

a) Calcula el tiempo que tarda en caer el botiquín.

Solución



Para calcular el tiempo que tarda en llegar el botiquín al suelo, consideraremos por separado el movimiento vertical del proyectil.



$$h = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

Dado que $v_{0y} = 0$, entonces:

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

Luego:

$$t^2 = \frac{2h}{g}$$

$$t^2 = \frac{2(312\,\text{m})}{9.80\,\text{m/s}^2} = 63.7\,\text{s}^2$$

Luego:

$$t = 7.98\ \text{s}$$

b) Determina la distancia que recorre el avión desde el instante en que se deja caer el botiquín hasta que choca con el suelo.

Solución

En la proyección horizontal del movimiento la velocidad es constante. Por lo tanto:

$$x = v_x t$$

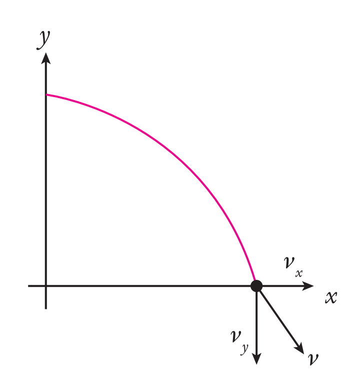
$$x = (198\,\text{km/h})(7.98\,\text{s})$$

$$x = (55.0\,\text{m/s})(7.98\,\text{s})$$

$$x = 439\,\text{m}$$

c) Calcula la magnitud de la velocidad del botiquín cuando choca con el suelo.

Solución



$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$v^2 = (55.0\,\text{m/s})^2 + v_y^2$$

Donde,

$$v_y = gt$$

$$v_y = (9.80\,\text{m/s}^2)(7.98\,\text{s})$$

$$v_y = 78.2\,\text{m/s}$$

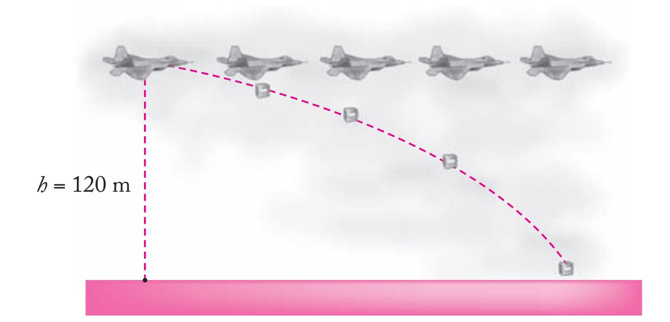
Por consiguiente:

$$v^2 = (55.0\,\text{m/s})^2 + (78.2\,\text{m/s})^2$$

$$v = 95.6\,\text{m/s}$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Un aeroplano de abastecimiento que vuela a 80.0 m/s y desciende a 120 m de elevación, donde, en vuelo horizontal libera un bulto de medicamentos para que caiga en una señal. Halla:



a) El tiempo que tarda en llegar el bulto al suelo.
- *a)* 6.00 s
- *b)* 3.50 s
- *c)* 4.95 s
- *d)* 4.25 s

c) 4.95 s

---

b) ¿A qué distancia del campamento el piloto debe soltar el bulto?
- *a)* 396 m
- *b)* 415 m
- *c)* 380 m
- *d)* 410 m

a) 396 m

---

2. Desde un avión que vuela horizontalmente a 1400 m con una velocidad de 140 m/s se deja caer un bulto de alimentos. Hallar:

a) El tiempo que tarda el bulto en llegar al suelo.
- *a)* 16.9 s
- *b)* 14.0 s
- *c)* 18.5 s
- *d)* 20.0 s

a) 16.9 s

---

b) El alcance del bulto.
- *a)* 2.90×10^3 m
- *b)* 2.65×10^3 m
- *c)* 2.37×10^3 m
- *d)* 2.00×10^3 m

c) 2.37×10^3 m

---

c) La magnitud de la velocidad con que llega el bulto al suelo.
a) 200 m/s
b) 225 m/s
c) 220 m/s
d) 217 m/s

d) 217 m/s

3. Una bala se dispara horizontalmente con una velocidad de 200 m/s desde una altura de 1.60 m sobre el suelo. Determina:
a) El tiempo que la bala permanece en el aire.
a) 0.571 s
b) 1.45 s
c) 0.862 s
d) 0.350 s

a) 0.571 s

b) El alcance horizontal de la bala.
a) 120 m
b) 108 m
c) 114 m
d) 100 m

c) 114 m

4. Desde un helicóptero que vuela horizontalmente con una velocidad de 40.0 m/s se deja caer un proyectil desde una altura de 200 m. Encuentra:
a) El tiempo que tarda el proyectil en chocar con el suelo.
a) 7.50 s
b) 6.39 s
c) 6.00 s
d) 7.00 s

b) 6.39 s

b) La distancia horizontal que recorre el proyectil.
a) 270 m
b) 240 m
c) 248 m
d) 256 m

d) 256 m

c) La magnitud de la velocidad con que el proyectil llega a la superficie.
a) 68.5 m/s
b) 80.0 m/s
c) 65.0 m/s
d) 74.3 m/s

d) 74.3 m/s

5. Desde una torre de 75.0 m de altura se dispara horizontalmente una flecha con una velocidad de 30.0 m/s. Encuentra:
a) El tiempo que tarda la flecha en chocar con el suelo.
a) 4.50 s
b) 3.91 s
c) 3.50 s
d) 3.00 s

b) 3.91 s

b) El alcance horizontal de la flecha.
a) 117 m
b) 120 m
c) 110 m
d) 114 m

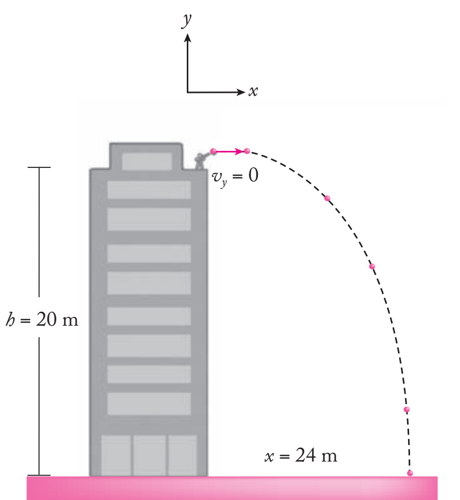
a) 117 m

c) La magnitud de la velocidad con la que la flecha choca con el suelo.

a) 48.7 m/s
b) 54.5 m/s
c) 41.6 m/s
d) 45.0 m/s

a) 48.7 m/s

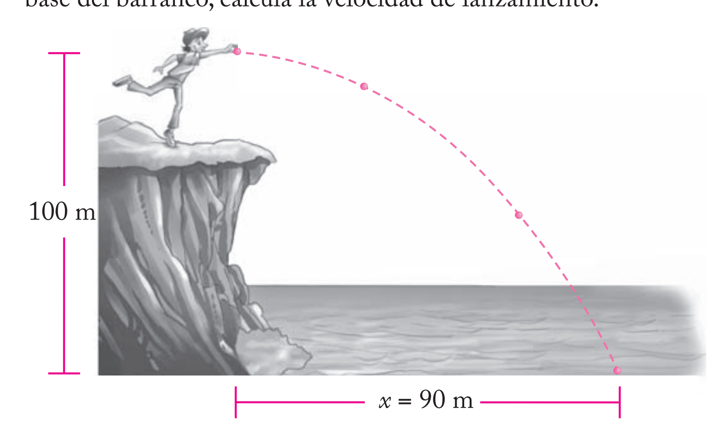
6. Desde un edificio, a 20 m de altura sobre el suelo, se lanza un proyectil horizontalmente que cae a 24 m de la base del edificio. Determina la velocidad de lanzamiento.



a) 8 m/s
b) 14 m/s
c) 12 m/s
d) 18 m/s

c) 12 m/s

7. Carlos arroja un proyectil horizontalmente desde un acantilado de 100 m de altura. Si choca a 90 m de distancia de la base del barranco, calcula la velocidad de lanzamiento.



a) 16 m/s
b) 24 m/s
c) 18 m/s
d) 20 m/s

d) 20 m/s

Movimiento de proyectiles que son lanzados hacia arriba con un ángulo con respecto a la horizontal

Cuando un proyectil se lanza hacia arriba con un ángulo (θ) respecto a la horizontal, el vector de la velocidad inicial tiene una componente horizontal designada por v_{0x} y una componente vertical designada por v_{0y} donde:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta$$

$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$$

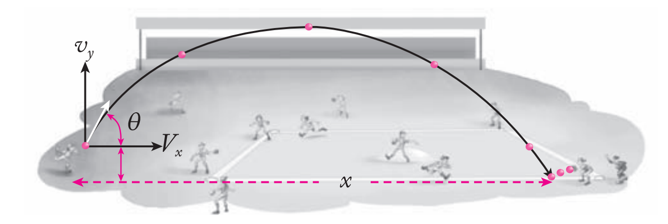


Figura 2.40

Este tipo de movimiento también se puede considerar como la combinación de dos movimientos: uno horizontal con velocidad constante y el otro como un tiro vertical con aceleración constante (la aceleración de la gravedad).

La figura 2.41 nos muestra que el movimiento de un proyectil que se lanza hacia arriba con un ángulo es la combinación de dos movimientos independientes uno del otro: uno horizontal con velocidad constante, y otro vertical con aceleración constante (tiro vertical).

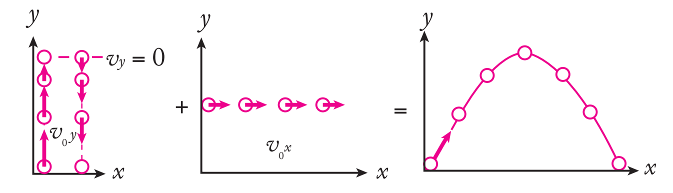


Figura 2.41

La curva que describe la trayectoria de un proyectil lanzado hacia arriba con un ángulo también es una parábola.

La figura 2.42 muestra diagramas separados para el movimiento vertical y horizontal. En cada punto de la dirección vertical, la velocidad del proyectil cuando se mueve hacia abajo tiene la misma magnitud que cuando se mueve hacia arriba, pero en sentido contrario. El diagrama del movimiento horizontal muestra que la velocidad del proyectil es constante en dicha dirección.

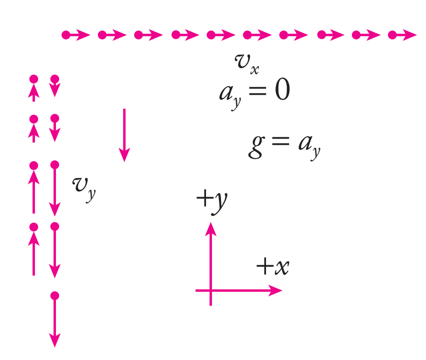


Figura 2.42

En la figura 2.43 se suman los componentes vertical y horizontal para formar el vector velocidad. Se puede observar que la combinación de la velocidad horizontal constante y la aceleración de la gravedad producen la trayectoria del proyectil, la cual es una parábola.

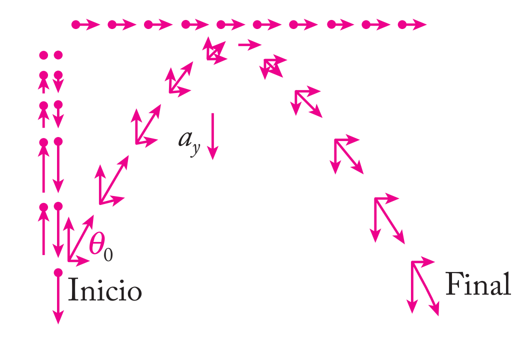


Figura 2.43

Observa que la resultante de la suma de los componentes v_x y v_y en cada posición apunta en la dirección del vuelo del proyectil.

Solución de problemas

Al igual que en el tiro horizontal, para resolver problemas de proyectiles lanzados con un ángulo, podemos considerar el movimiento del proyectil como la combinación de dos movimientos: uno horizontal con velocidad constante y el otro como un tiro vertical.

Si T representa el tiempo que transcurre para que un proyectil que se lanza hacia arriba con un ángulo regrese al mismo nivel desde donde fue proyectado, H la altura máxima (que es la altura del proyectil cuando la componente vertical de la velocidad es cero), y R el alcance (la distancia horizontal del recorrido del proyectil, desde su punto de proyección hasta el otro punto de la parábola que está a su mismo nivel), demostraremos las siguientes fórmulas cinemáticas.

1. Tiempo total de vuelo.

$$T = \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

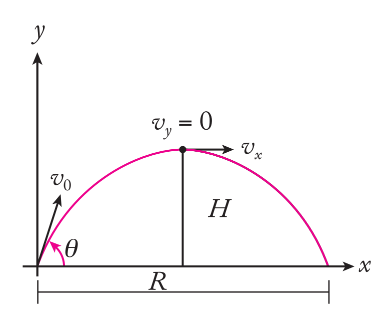
2. Altura máxima que alcanza el proyectil.

$$H = \frac{(v_0 \operatorname{sen}\theta)^2}{2g} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2g}$$

3. Alcance del proyectil.

$$R = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

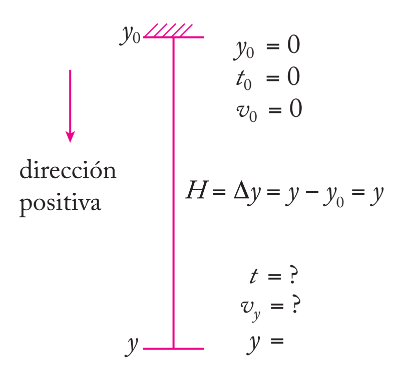
v_0 representa la magnitud de la velocidad inicial, y θ, el ángulo de lanzamiento con respecto a la horizontal.



Primero demostraremos la fórmula:

$$T = \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Como el tiempo de ascenso es igual al de descenso, analicemos la proyección del movimiento de la caída libre.



$$v_y = v_{0y} + g\,\Delta t$$

Dado que:

$$v_y = v_{0y} + g\,\Delta t$$

$$v_{0y} = 0 \text{ y } t_0 = 0$$

Entonces:

$$v_y = gt$$

Luego,

$$t = \frac{v_y}{g}$$

$$t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Como el tiempo de ascenso es igual al de descenso, el tiempo total de vuelo (T) está dado por la expresión:

$$T = \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Demostraremos ahora la fórmula.

$$R = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

Debido a que en la proyección horizontal del movimiento la velocidad es constante, tenemos:

$$x = v_{0x}\, t$$

Luego:

$$x = v_0 \cos\theta \left(\frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g} \right)$$

$$x = \frac{v_0^2 (2\operatorname{sen}\theta\cos\theta)}{g}$$

De acuerdo con la identidad trigonométrica $2\operatorname{sen}\theta\cos\theta = \operatorname{sen} 2\theta$ obtenemos:

$$R = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

En la expresión anterior, observa que si $\theta = 45°$, entonces: $R = v_0^2 \operatorname{sen} 90°$

$$R = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 90°}{g}$$

Por consiguiente:

$$R = \frac{v_0^2}{g}$$

De acuerdo con lo anterior:

Para una velocidad inicial v_0, el alcance máximo de un proyectil se produce cuando $\theta = 45°$.

La figura 2.44 ilustra las trayectorias de un objeto lanzado hacia arriba con la misma magnitud de la velocidad inicial pero con diferentes ángulos. En ella se observa que el alcance es máximo cuando el ángulo mide 45°.

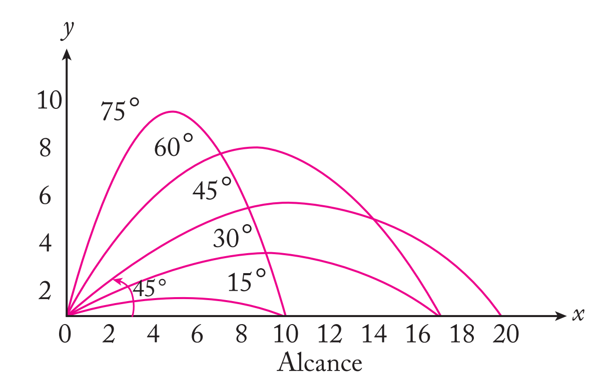


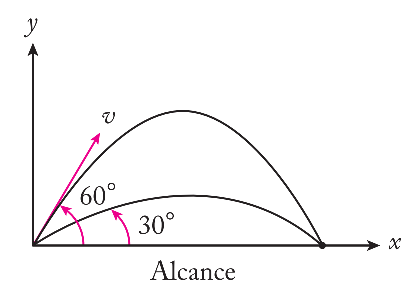
Figura 2.44 Trayectorias de un objeto lanzado hacia arriba con la misma magnitud de la velocidad inicial pero con diferentes ángulos.

Otro hecho importante del movimiento parabólico es el siguiente:

Por trigonometría sabemos que si dos ángulos A y B son complementarios $(A + B = 90°)$, entonces: sen $2A$ = sen $2B$

Por ejemplo, si $< A = 40°$ y $< B = 50°$, entonces: sen 80° = sen 100°

Con base en la información anterior, deducimos que si se lanza un proyectil con una velocidad inicial v_0, el alcance del proyectil es igual si se lanza con un ángulo θ que con ángulo α si y sólo si $\theta + \alpha = 90°$.



A la trayectoria real de los proyectiles la afectan diversos factores, como el giro y la resistencia del aire. Si tomamos en cuenta la resistencia del aire, disminuyen la altura y el alcance máximos del proyectil y, por consecuencia, su trayectoria ya no describirá una parábola.

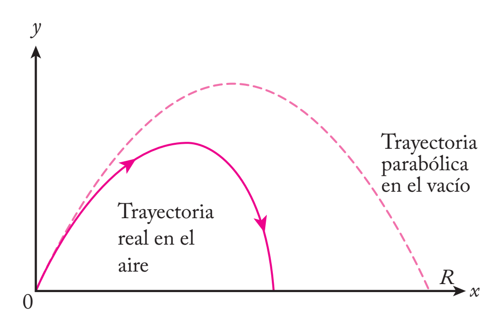
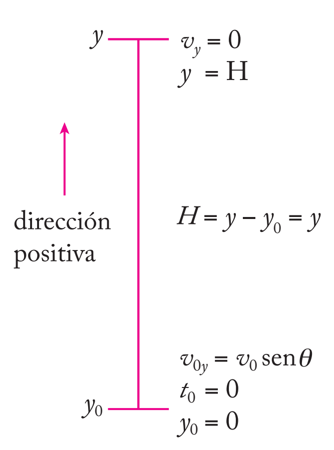


Figura 2.45 Efecto de la resistencia del aire en el movimiento de un proyectil.

Demostremos, por último, la fórmula para calcular la altura máxima H:

$$H = \frac{(v_0 \operatorname{sen}\theta)^2}{2g} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{2g}$$

La altura del proyectil es máxima cuando la componente vertical de la velocidad es cero; luego:



$$2g\,\Delta y = v_y^2 - v_{0y}^2$$

Dado que:

$$v_y = 0, y_0 = 0 \text{ y } a_y = -g$$

Tenemos:

$$2(-g)\,y = 0 - v_{0y}^2$$

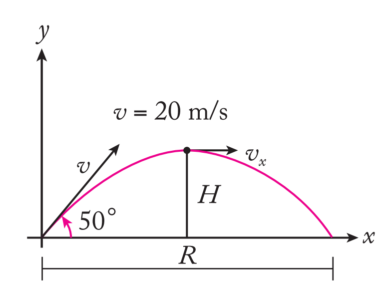
$$-2g\,H = -v_{0y}^2$$

$$H = \frac{-v_{0y}^2}{-2g}$$

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

$$H = \frac{(v_0 \operatorname{sen}\theta)^2}{2g} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2g}$$

Ejemplo 2.28 Luis lanza una pelota de béisbol con una velocidad de 20 m/s a un ángulo de 50° con la horizontal. Calcula:



a) El tiempo total de vuelo.

Solución

$$T = \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

$$T = \frac{2(20\,\text{m/s})\operatorname{sen}50°}{9.80\,\text{m/s}^2}$$

$$T = 3.1\,\text{s}$$

b) La altura máxima que alcanza la pelota.

Solución

$$H = \frac{(v_0 \operatorname{sen}\theta)^2}{2g}$$

$$H = \frac{[(20\,\text{m/s})(\operatorname{sen}50°)]^2}{2(9.80\,\text{m/s}^2)}$$

$$H = 11.97\,\text{m} \approx 12\text{m}$$

c) El alcance de la pelota.

Solución

$$R = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}2\theta}{g}$$

$$R = \frac{(20\,\text{m/s})^2 \operatorname{sen}100°}{(9.80\,\text{m/s}^2)}$$

$$R = 40.2\,\text{m} \approx 40\text{m}$$

d) El alcance de la pelota si se lanza con la misma velocidad a 40° con la horizontal.

Solución

Como 40° y 50° son ángulos complementarios, el alcance es igual en ambas condiciones. ¡Verifícalo!

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Un proyectil se lanza con una velocidad de 20 m/s con un ángulo de 50° con la horizontal. Calcula.

a) El tiempo que el proyectil permanece en el aire.

- *a)* 2.5 s
- *b)* 3.1 s
- *c)* 3.5 s
- *d)* 4.0 s

b) 3.1 s

b) La altura máxima que alcanza el proyectil.

a) 12 m
b) 15 m
c) 10 m
d) 9.0 m

a) 12 m

c) El alcance horizontal.

a) 50 m
b) 45 m
c) 36 m
d) 40 m

d) 40 m

d) El alcance horizontal si el proyectil se lanza con la misma velocidad a 40° con la horizontal.

a) 50 m
b) 45 m
c) 36 m
d) 40 m

d) 40 m

2. Se dispara un proyectil con una velocidad de 30 m/s con un ángulo de 40° con la horizontal. Determina:

a) El tiempo total de vuelo del proyectil.

- *a)* 3.0 s
- *b)* 4.8 s
- *c)* 5.0 s
- *d)* 3.9 s

d) 3.9 s

b) El tiempo que tarda el proyectil en alcanzar su altura máxima.

- *a)* 1.8 s
- *b)* 1.9 s
- *c)* 2.0 s
- *d)* *b* y *c* son respuestas correctas

c) 2.0 s

c) La altura máxima que alcanza el proyectil.

- *a)* 2.5 m
- *b)* 19 m
- *c)* 15 m
- *d)* 30 m

b) 19 m

d) El alcance horizontal.

- *a)* 90 m
- *b)* 80 m
- *c)* 85 m
- *d)* 95 m

a) 90 m

e) El alcance horizontal del proyectil si se lanza con la misma velocidad a 50° con la horizontal.

- *a)* 90 m
- *b)* 80 m
- *c)* 85 m
- *d)* 95 m

a) 90 m

3. Se lanza una pelota de golf con una velocidad de 40 m/s con un ángulo de 45°. Determina:

a) El tiempo que la pelota permanece en el aire.
- *a)* 4.0 s
- *b)* 5.0 s
- *c)* 5.8 s
- *d)* 6.5 s

c) 5.8 s

b) La altura máxima que alcanza la pelota.
- *a)* 36 m
- *b)* 39 m
- *c)* 41 m
- *d)* 47 m

c) 41 m

c) Su alcance horizontal.
- *a)* 1.4×10^2 m
- *b)* 1.6×10^2 m
- *c)* 1.5×10^2 m
- *d)* 1.3×10^2 m

b) 1.6×10^2 m

d) El alcance del proyectil si se lanza con la misma velocidad a 30° con la horizontal.
- *a)* 1.6×10^2 m
- *b)* 1.5×10^2 m
- *c)* 1.3×10^2 m
- *d)* 1.4×10^2 m

d) 1.4×10^2 m

e) El alcance si se lanza con la misma velocidad de 60° con la horizontal.
- *a)* 1.6×10^2 m
- *b)* 1.5×10^2 m
- *c)* 1.3×10^2 m
- *d)* 1.4×10^2 m

d) 1.4×10^2 m

4. Si un balón de futbol americano se lanza con una velocidad de 24 m/s con un ángulo de elevación de 60°. Calcula:

a) El tiempo que dura en el aire.

a) 4.2 s
b) 3.4 s
c) 5.0 s
d) 5.5 s

a) 4.2 s

b) La altura máxima que alcanza el balón.

a) 18 m
b) 20 m
c) 25 m
d) 22 m

d) 22 m

c) El alcance horizontal.

a) 56 m
b) 51 m
c) 40 m
d) 49 m

b) 51 m

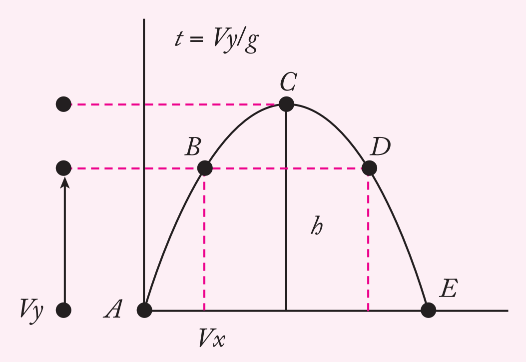
Realiza una actividad donde se pueda observar el movimiento parabólico.



Escribe en el paréntesis la letra que corresponda a la respuesta correcta.

1. ( ) ¿Qué tipo de trayectoria sigue una pelota de béisbol al ser bateada oblicuamente antes de caer al suelo?
   a) Una elipse
   b) Una línea recta
   c) Una línea recta vertical
   d) Un círculo
   e) Una parábola
2. ( ) En la proyección vertical del tiro horizontal se considera que:
   a) La velocidad inicial es cero.
   b) La velocidad inicial es constante.
   c) La aceleración es cero.
   d) La velocidad inicial es de 9.8 m/s^2.
   e) La magnitud de la velocidad va disminuyendo hasta llegar al punto más alto de su trayectoria.
3. ( ) Un objeto *A* se lanza horizontalmente y al mismo tiempo se deja caer libremente otro objeto *B*. En ausencia de la fricción del aire se puede afirmar que:
   a) El tiempo que tarda en caer el objeto A es mayor que el tiempo que tarda en caer el objeto B.
   b) El tiempo que tarda en caer el objeto B es mayor que el tiempo que tarda en caer el objeto A.
   c) El tiempo que tarda en caer el objeto A es el doble del que tarda en caer el objeto B.
   d) El tiempo que tarda en caer el objeto B es el doble del que tarda en caer el objeto A.
   e) El tiempo que tarda en caer el objeto A es igual al tiempo que tarda en caer el objeto B.
4. ( ) El movimiento parabólico de un proyectil, en ausencia del aire, se puede considerar como la combinación de dos movimientos independientes entre sí:
   a) Uno horizontal a velocidad constante y otro vertical a velocidad constante.
   b) Uno horizontal a velocidad constante y otro vertical con aceleración constante e igual a *g*.
   c) Un movimiento horizontal con aceleración constante y otro vertical con velocidad constante
   d) Tanto en el eje *x* como en el eje *y* el movimiento es con aceleración constante e igual a *g*.
   e) Solamente hay movimiento en el eje *y* con aceleración constante e igual a *g*.
5. ( ) En el tiro horizontal, al analizar el movimiento de un proyectil (en ausencia del aire) la proyección del movimiento horizontal es:
   a) Con aceleración constante.
   b) Con velocidad igual a cero.
   c) Con velocidad constante.
   d) Con aceleración igual a *g*.
   e) Uniformemente retardado.
6. ( ) Cuando un proyectil es lanzado hacia arriba con un ángulo con la horizontal, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
   a) La magnitud de la velocidad en el punto más alto de la trayectoria del proyectil es igual a cero.
   b) La magnitud de la aceleración del proyectil en el punto más alto de su trayectoria es igual a cero.
   c) En el punto más alto de la trayectoria del proyectil, la componente vertical de la velocidad es igual a cero.
   d) La componente horizontal de la velocidad en el punto más alto es cero.
7. ( ) El máximo alcance horizontal de un proyectil se obtiene cuando el ángulo con respecto a la horizontal:
   a) Mide 30°
   b) Mide 90°
   c) Mide 45°
   d) Su medida es mayor que 45°
8. ( ) Una pelota de béisbol viaja hacia el jardín derecho al ser bateada. Durante el vuelo, la magnitud de la aceleración de la proyección vertical de su movimiento es:
   a) La misma durante todo el trayecto.
   b) Depende de si la pelota va en ascenso o en descenso.
   c) Máxima en el punto más alto de su trayectoria.
   d) Es cero.
   e) Es máxima al final de su trayectoria.

La siguiente figura muestra la trayectoria de una pelota. Con base en ella, contesta las preguntas 9, 10, 11, 12 y 13.



9. ( ) En el punto *C* donde la altura es máxima, la pelota:
   a) Tiene velocidad resultante cero, pero su aceleración es diferente de cero.
   b) Su velocidad resultante no es cero, pero la aceleración sí es cero.
   c) La magnitud de la velocidad resultante es cero.
   d) La magnitud de la velocidad resultante es igual que la del componente horizontal de la velocidad inicial.

10. ( ) ¿En qué punto(s) la velocidad de la pelota tiene mayor magnitud?
a) En el punto *B*
b) En el punto *C*
c) En el punto *D*
d) En los puntos *A* y *E*
e) En los puntos *B* y *D*

11. ( ) ¿En qué punto la velocidad horizontal es mayor?
a) En lo puntos *A* y *E*
b) En el punto *B*
c) En el punto *C*
d) En el punto *D*
e) En todos los puntos es la misma.

12. ( ) ¿En qué punto la magnitud de su velocidad vertical es menor?
a) En el punto *A*
b) En el punto *B*
c) En el punto *C*
d) En el punto *D*
e) En el punto *E*

13. ( ) ¿En qué punto la magnitud de la velocidad del proyectil es igual que la de su vector componente horizontal.
a) *A*
b) *B*
c) *C*
d) *D*
e) *E*

Martín lanza horizontalmente una piedra desde lo alto de un acantilado de 130 m de altura con velocidad de 20.0 m/s. Determina (preguntas 14, 15 y 16):

14. ( ) El tiempo que tarda en llegar a la superficie:
a) 10.3 s
b) 4.00 s
c) 3.81 s
d) 5.15 s
e) 6.48 s

15. ( ) El alcance horizontal.
a) 98 m
b) 103 m
c) 70 m
d) 86 m
e) 110 m

16. ( ) La magnitud de la velocidad con que la piedra choca con el suelo:
a) 58.2 m/s
b) 46.9 m/s
c) 54.3 m/s
d) 60.1 m/s
e) 50.8 m/s

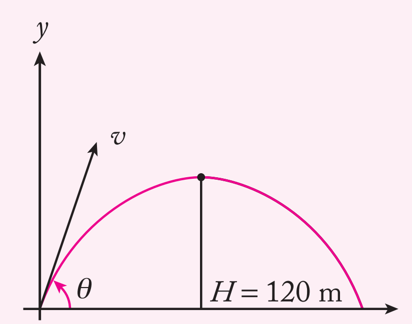
Un jugador de golf golpea una pelota con una velocidad de 36.0 m/s a 40° con la horizontal. Responde las preguntas 17, 18 y 19.

17. ( ) Determina el tiempo que permanece en el aire la pelota.
a) 7.04 s
b) 6.41 s
c) 2.36 s
d) 4.72 s
e) 5.20 s

18. ( ) Determina la altura máxima que alcanza la pelota.
a) 24.6 m
b) 27.3 m
c) 35.1 m
d) 42 m
e) 31.6 m

19. ( ) El alcance horizontal.
a) 140 m
b) 127 m
c) 130 m
d) 135 m
e) 117 m

Se dispara una flecha a 50.0 m/s formando un ángulo θ con la horizontal. Si la altura máxima que alcanzó fue de 120 m, contesta las preguntas 20, 21 y 22.



20. ( ) Determina el ángulo de elevación a la que fue proyectada la flecha.
a) 56.2°
b) 48.5°
c) 64.6°
d) 75.9°
e) 80.0°

21. ( ) Calcula el tiempo total que la flecha permanece en el aire.
a) 9.90 s
b) 8.6 s
c) 14 s
d) 5 s
e) 12 s

22. ( ) Halla el alcance horizontal.
a) 120.5 m
b) 116.4 m
c) 120 m
d) 124 m
e) 121 m

Tema 6 Movimiento circular

- desplazamiento angular
- velocidad angular media
- aceleración angular media
- grados sexagesimales
- radián
- movimiento circular uniforme
- velocidad lineal
- velocidad tangencial
- frecuencia
- hertz
- periodo
- aceleración centrípeta
- aceleración angular
- aceleración tangencial
- fórmulas del movimiento circular uniforme
- fórmulas del movimiento circular uniformemente acelerado

Definición y aplicaciones

El movimiento de una partícula material que describe una trayectoria circular es un movimiento en dos dimensiones, y por lo tanto se puede describir mediante sus componentes rectangulares, como en el movimiento parabólico.

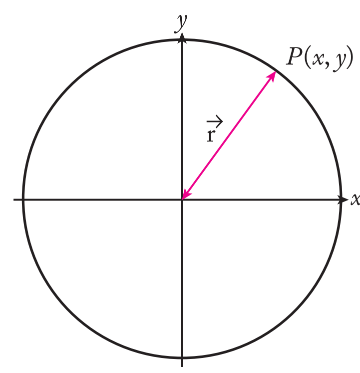


Figura 2.46

Observa en la figura 2.46 que la magnitud del vector de posición **r** es igual al valor del radio de la circunferencia.

Para determinar la posición de una partícula material en el movimiento circular, también se pueden utilizar las coordenadas polares $P(r, \theta)$, donde:

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\,\text{sen}\,\theta$$

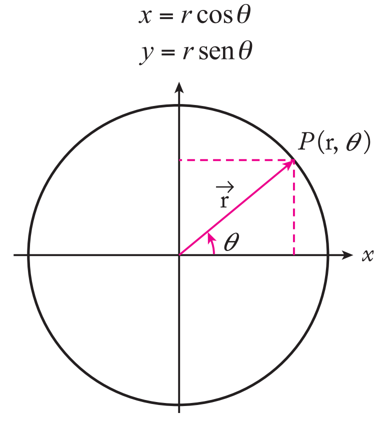


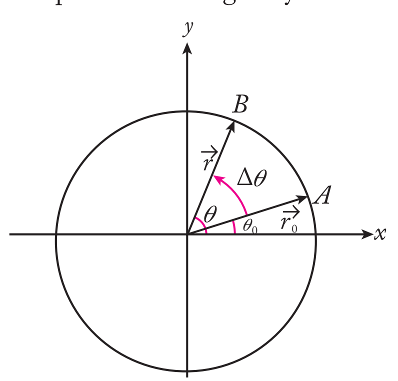
Figura 2.47

Sin embargo, resulta más conveniente describir el movimiento circular en función de las magnitudes angulares. La descripción del movimiento angular es análoga a la del movimiento rectilíneo, pero se utilizan símbolos diferentes para señalar que las cantidades físicas tienen significados diferentes.

A continuación definiremos los conceptos de **desplazamiento angular, velocidad angular media** y **aceleración angular media.**

Desplazamiento angular

Supongamos que una partícula material se mueve describiendo una trayectoria circular respecto a un sistema de coordenadas cuyo origen coincide con el centro de la circunferencia. Así, por ejemplo, si en el instante $t_0 = 0$ un objeto se localiza en el punto A y un tiempo (t) después en el punto B, entonces el vector de posición **r** gira un ángulo, al cual se le denomina desplazamiento angular y se denota por $\Delta\theta$.



$\mathbf{r}_0$ = vector de posición inicial **r** = vector de posición final

Observa que:

$$\theta_0 + \Delta\theta = \theta$$

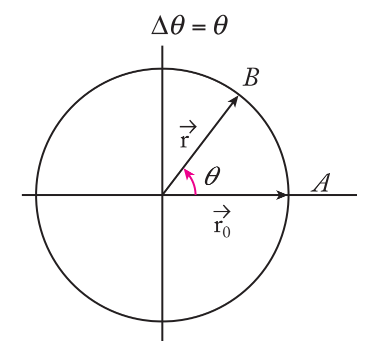
Luego:

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0$$

Si $\theta_0 = 0$

Entonces:

$$\Delta\theta = \theta$$



El ángulo que gira el vector de posición de un objeto que se mueve con movimiento circular se llama desplazamiento angular.

El desplazamiento angular se puede medir en **grados sexagesimales**; sin embargo, es más recomendable utilizar como cantidad de medida angular el **radián**.

El radián se define como la medida del ángulo central que subtiende un arco de igual longitud que el radio de la circunferencia.

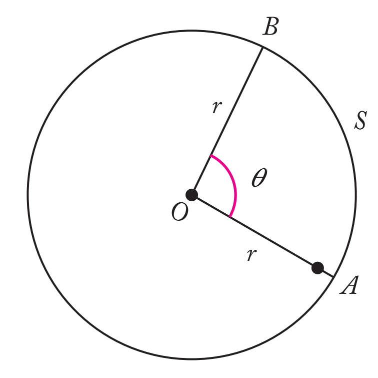
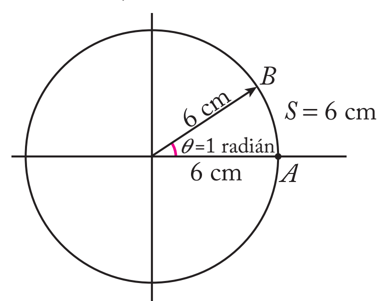


Figura 2.48

Si la longitud del arco $\widehat{AB}$ de la circunferencia de la figura 2.48 es de igual magnitud que el radio, entonces: $\theta = 1$ radián.

Ejemplo 2.29 Consideremos que el vector de posición de un objeto que se mueve con movimiento circular gira 360° (1 revolución). Dado que en una circunferencia hay $\frac{2\pi r}{r}$ radianes, tenemos:



$$2\pi \text{ rad} = 360°$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360°}{2\pi}$$

$$1 \text{ rad} = 57.3°$$

Asimismo, el número de radianes (θ) subtendidos por un arco de longitud s es igual al número de radios que caben en *s*, es decir:

$$\theta = \frac{s}{r} \text{rad}$$

Observa que $\frac{s}{r}$ es la razón de dos longitudes. Esto significa que una medición de θ en radianes es *adimensional*, o sea, no tiene unidades y por lo tanto es sólo un número.

Velocidad angular

La velocidad angular (ω) indica qué tan rápidamente gira el vector de posición de un objeto que se desplaza con movimiento circular. La velocidad angular media ($\bar{\omega}$) se define como el desplazamiento angular dividido entre el tiempo total para girar dicho ángulo.

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

Si

$$t_0 = 0 \text{ y } \theta_0 = 0$$

Entonces:

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t}$$

Aceleración angular media

La aceleración angular media es análoga a la aceleración media en el movimiento rectilíneo. Corresponde al cambio de velocidad angular dividido entre el intervalo de tiempo que tarda en efectuarse ese cambio. Si $\bar{\alpha}$ representa la aceleración angular media, ω la velocidad angular final, ω_0 la velocidad angular inicial y Δt el intervalo de tiempo que tarda en efectuarse el cambio de velocidad angular, entonces:

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

Si

$$t_0 = 0,$$

Tenemos:

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

Movimiento circular uniforme

Cuando una partícula material describe una trayectoria circular respecto a un punto y además desplazamientos angulares iguales en intervalos de tiempo iguales, es decir, su velocidad angular es constante, decimos que se desplaza con un **movimiento circular uniforme**. Es importante precisar que la rapidez del objeto también es constante.

Relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular en el movimiento circular uniforme

En el estudio de la descripción del movimiento circular uniforme, además de considerar la velocidad angular del objeto o partícula material, se debe tomar en cuenta la velocidad con que se desplaza de un punto a otro de su trayectoria. A esta velocidad se le conoce como **velocidad lineal** y expresa el cambio de posición (desplazamiento) que describe el objeto o partícula material por unidad de tiempo.

Consideremos que una partícula material con movimiento circular uniforme en el instante $t_0 = 0$ se localiza en el punto A y un tiempo (t) después, en el punto B, como lo ilustra la figura 2.49.

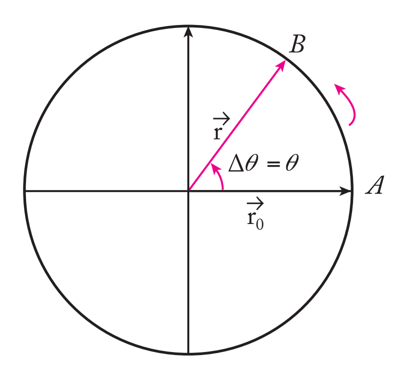


Figura 2.49

De acuerdo con la figura, $\mathbf{r}_0$ representa el vector de posición inicial y $\mathbf{r}$ el vector de posición final. Dado que $\theta_0 = 0$, entonces $\Delta\theta = \theta$. Asimismo, $t_0 = 0$.

En consecuencia, la velocidad angular constante de la partícula material está dada por:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

La figura 2.50 muestra el cambio de posición de la partícula material, o sea, su desplazamiento. Este cambio de posición lo denotamos $\overrightarrow{\Delta r}$.

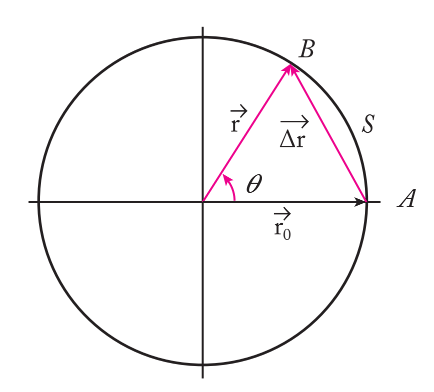


Figura 2.50

Donde

s = longitud del arco AB y por geometría sabemos que:

$$s = r\theta$$

Observa en la figura 2.50 que:

$$r_0 + \Delta r = r$$

Luego:

$$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_0$$

La magnitud de la velocidad media de la partícula material está dada por:

$$\bar{v} = \Delta r / \Delta t = \Delta r / t$$

Ahora consideremos lo siguiente:

Si el vector de posición cambia de $\mathbf{r}_0$ a $\mathbf{r}$ en un intervalo de tiempo (Δt) muy pequeño; es decir, si Δt tiende a cero, entonces el desplazamiento angular (θ) también es muy pequeño, al igual que la longitud s del arco $\widehat{AB}$ es aproximadamente igual a la magnitud de $\Delta\mathbf{r}$, es decir:

Si

$$\Delta r \to 0$$

Entonces:

$$\Delta r \cong s$$

Luego,

$$V = \frac{s}{t}$$

Pero

$$s = r\theta$$

Por lo tanto:

$$V = r\theta / t$$

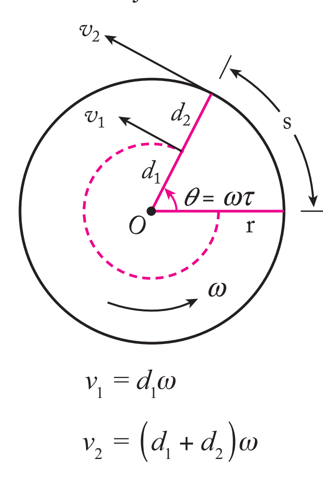
Luego, debido a que:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Entonces:

$$v = r\omega$$

La fórmula anterior sólo es válida si el desplazamiento angular se ha medido en radianes. Observa que todas las partículas de un objeto en rotación angular con movimiento circular uniforme tienen la misma velocidad angular, pero la magnitud de la velocidad lineal es diferente para distancias diferentes del eje de rotación.

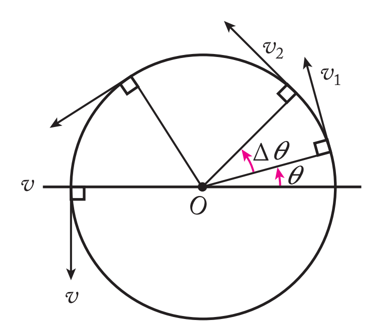


$$v_1 = d_1\omega$$

$$v_2 = (d_1 + d_2)\omega$$

Observa que $v_1 \neq v_2$.

Como lo hemos señalado, en el movimiento circular uniforme la magnitud de la velocidad lineal del objeto es constante; sin embargo, su dirección varía continuamente de punto a punto de la trayectoria. Cuando Δt tiende a cero, el ángulo que gira el vector de posición es muy pequeño; por lo tanto, prácticamente el segmento de recta correspondiente al vector del desplazamiento coincide con el arco que describe el objeto. Por consiguiente, podemos establecer que la dirección del vector de la velocidad lineal en cualquier punto en particular es tangente a la trayectoria en dicho punto, es decir, es perpendicular al vector de posición en dicho punto (perpendicular al radio en ese punto). Por esta razón, a la velocidad lineal se le llama también **velocidad tangencial**.



Frecuencia y periodo

En el movimiento circular es común expresar la velocidad angular en función de la frecuencia de rotación. La **frecuencia**, *f*, es el número de vueltas completas o revoluciones que el objeto realiza por unidad de tiempo. Si en un tiempo t el objeto efectúa n revoluciones, la frecuencia, f, está dada por la expresión:

$$f = \frac{n}{t}$$

Por ejemplo, si $f = 60$ rpm, esto significa que el objeto gira 60 revoluciones por minuto, es decir, que en un minuto el objeto da 60 vueltas completas. En el sistema SI, la unidad de la frecuencia es el **hertz** (Hz). Una frecuencia de 1 hertz corresponde a una revolución por segundo y debe expresarse como s^{-1}.

El **periodo**, *P*, de un objeto con movimiento circular uniforme es el tiempo que tarda en efectuar una vuelta completa o revolución. Si en un tiempo t una partícula material efectúa n revoluciones, el periodo P está dado por la expresión:

$$P = \frac{t}{n}$$

El periodo y la frecuencia son recíprocos, esto es:

$$Pf = 1$$

$$f = \frac{1}{p}$$

$$P = \frac{1}{f}$$

Los conceptos *periodo* y *frecuencia* se aplican a los procesos que ocurren periódica o cíclicamente. Por ejemplo, el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra, o de ésta alrededor del Sol no es circular uniforme, pero sí periódico en una muy buena aproximación. Por consiguiente, el periodo es el tiempo que tarda un proceso en completar un ciclo y la frecuencia en hertz es el número de ciclos por segundo.

Cálculo de la velocidad angular (ω) cuando se conoce la frecuencia (f)

Cada vez que una partícula material en movimiento circular da una vuelta completa, su vector de posición gira 360°, o sea, 2π rad. Esto significa que si gira n revoluciones en t unidades de tiempo, tendremos:

$$\theta = 2\pi n \text{ rad}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t} \text{ luego}$$

$$\omega = 2\pi\left(\frac{n}{t}\right), \text{ donde}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Si la unidad de tiempo es el segundo, entonces la unidad de la velocidad angular será rad/s.

Cálculo de la velocidad angular cuando se conoce el periodo

Como $f = \frac{1}{P}$, entonces:

$$\omega = \frac{2\pi}{P}$$

Ejemplo 2.30 Un disco de 20.0 cm de diámetro gira con movimiento circular uniforme a 150 rpm (150 revoluciones por minuto). Contesta las siguientes preguntas.

a) Determina la frecuencia del disco en Hertz.

Solución

$$f = 150\frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}$$

$$f = 2.50\frac{\text{rev}}{\text{s}}$$

$$f = 2.50\,\text{rps} = 2.50\frac{\text{rev}}{\text{s}} = 2.50^{-1} = 2.50\,\text{hz}$$

b) Determina la velocidad angular del disco en rad/s.

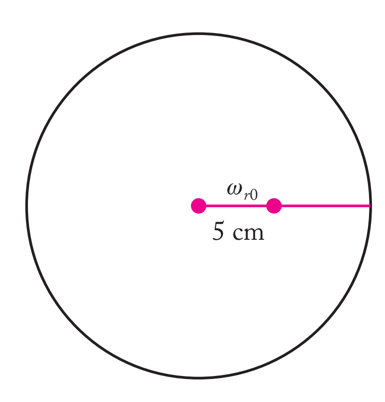
Solución

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi(2.50)\,\text{rad/s}$$

$$\omega = 15.7\,\text{rad/s}$$

c) Calcula la velocidad lineal o tangencial de un punto que se localiza a 5.00 cm del centro del disco.



Solución

$$v = r\omega$$

$$v = (5.00\,\text{cm})(15.7\,\text{rad/s})$$

$$v = 78.5\,\text{cm/s}$$

d) Determina la velocidad lineal de un punto situado en la periferia del disco.

Solución

$$v = r\omega$$

$$v = (10.0\,\text{cm})(15.7\,\text{rad/s})$$

$$v = 157\,\text{cm/s}$$

e) Calcula el periodo del disco.

$$P = \frac{1}{f}$$

$$P = \frac{1}{2.50}\,\text{s}$$

$$P = 0.40\,\text{s}$$

Ejemplo 2.31 Un auto se mueve con una velocidad constante de 30 m/s. Si el radio de cada una de sus llantas es de 0.40 m, calcula la velocidad angular de cada llanta en rad/s.

$$v = r\omega \text{ luego;}$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$\omega = \frac{30\,\text{m/s}}{0.40\,\text{m}}$$

$$\omega = 75\,\text{rad/s}$$

Ejemplo 2.32 Con respecto al movimiento de rotación de la Tierra sobre su propio eje, calcula la velocidad lineal de un objeto que está en el Ecuador. Considera que el radio de la Tierra es de 6.37×10^6 m y que su periodo es de 24 horas.

Solución

$$v = r\omega$$

Donde

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{P}$$

$$v = \frac{r(2\pi)}{P}$$

$$v = \frac{2\pi r}{P}$$

$$v = \frac{2\pi \left(6.37 \times 10^6 \text{ m}\right)}{24\,\text{h}}$$

Expresemos ahora 24 h en segundos:

$$24\,\text{h} \times \frac{3600\,\text{s}}{1\,\text{h}} = 8.64 \times 10^4 \text{ s}$$

De acuerdo con lo anterior:

$$v = \frac{2\pi \left(6.37 \times 10^6 \text{ m}\right)}{8.64 \times 10^4 \text{ s}}$$

$$v = 463\,\text{m/s}$$

Ejemplo 2.33 En relación con el problema 2.32, calcula la velocidad angular del objeto.

$$v = r\omega$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$\omega = \frac{463\,\text{m/s}}{6.37 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$\omega = 72.7 \times 10^{-6}\,\text{rad/s}$$

$$\omega = 7.27 \times 10^{-5}\,\text{rad/s}$$

Aceleración centrípeta

Como se explicó, la magnitud de la velocidad lineal de un objeto con movimiento circular uniforme es constante. Sin embargo, su dirección cambia continuamente de punto a punto de su trayectoria y, por consiguiente, experimenta una aceleración. Ésta se conoce como **aceleración centrípeta** porque la dirección de su vector correspondiente siempre apunta hacia el centro de la circunferencia.

La figura 2.51 muestra los vectores de velocidad $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_2$ de una partícula material que se mueve con movimiento circular uniforme al principio y al final de un intervalo de tiempo.

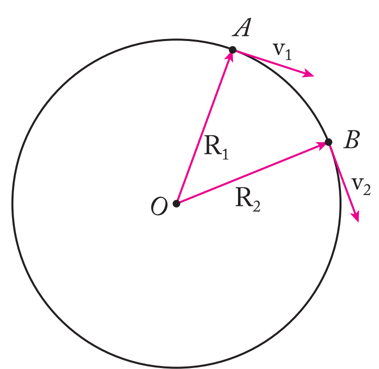


Figura 2.51

El cambio de velocidad lineal, $\Delta\mathbf{V}$ se obtiene gráficamente al restar $\mathbf{V}_1$ de $\mathbf{V}_2$, como lo ilustra la figura 2.52.

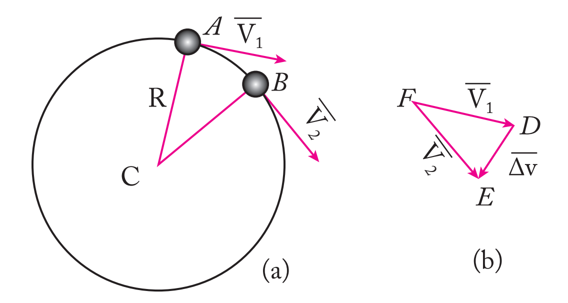


Figura 2.52

Observa que el sentido de $\overline{\Delta V}$ es hacia el centro de la circunferencia.

Para obtener una fórmula que nos permita determinar la magnitud de la aceleración centrípeta, comparemos el triángulo que se forma con los vectores de posición $\mathbf{R}_1$ y $\mathbf{R}_2$, y el desplazamiento $\Delta\mathbf{R}$ con el triángulo que se forma con los vectores de velocidad $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$ y el cambio de velocidad $\Delta\mathbf{V}$, los cuales se ilustran en la figura 2.53.

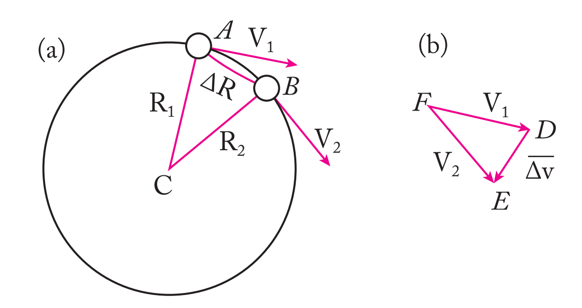


Figura 2.53

Dado que $\mathbf{V}_1$ es perpendicular a $\mathbf{R}_1$ y $\mathbf{V}_2$ a $\mathbf{R}_2$, deducimos por geometría que los triángulos son semejantes, por ser ambos triángulos isósceles y por tener igual medida los ángulos comprendidos por los lados de igual longitud. Por lo tanto, las razones entre las longitudes de los pares de lados correspondientes son iguales, es decir:

$$\frac{\Delta V}{\Delta R} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2}$$

Dado que $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2$ y $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$, consideraremos la proporción:

$$\Delta\mathbf{v}/\Delta\mathbf{r} = \mathbf{v}/\mathbf{r}$$

Al despejar $\Delta\mathbf{v}$ en la ecuación anterior resulta:

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}\,\Delta\mathbf{r}/\mathbf{r}$$

Dividimos a continuación ambos miembros de la ecuación anterior entre Δt, luego:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V\,\Delta R}{\Delta t\,R}$$

Como:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = a \text{ y } \frac{\Delta R}{\Delta t} = V$$

Entonces:

$$a = \frac{V(V)}{R}$$

$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

La fórmula anterior nos permite calcular la aceleración centrípeta cuando se conoce la magnitud de la rapidez y el radio de la circunferencia.

Mientras un objeto gira con movimiento circular uniforme, la dirección y el sentido del vector de la aceleración centrípeta cambian, pero su magnitud es constante. Como el vector de la aceleración centrípeta siempre apunta hacia el centro de la circunferencia, entonces, en un punto dado, el vector de la aceleración y el de la velocidad siempre son perpendiculares entre sí. Observa la figura 2.54.

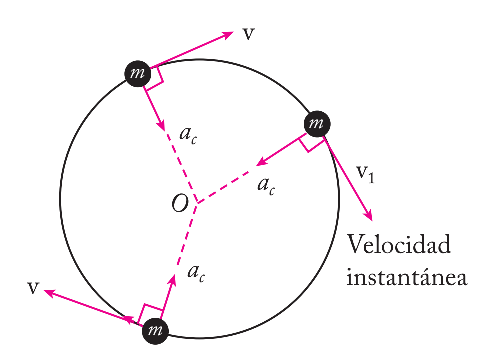


Figura 2.54

Ejemplo 2.34 Un objeto unido al extremo de una cuerda de 0.60 m de largo gira 10 revoluciones en 20 segundos con rapidez constante. Realiza lo solicitado en cada uno de los siguientes incisos.

a) Calcula la velocidad angular del objeto en rad/s.

Solución

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{10(2\pi)\,\text{rad}}{20\,\text{s}}$$

$$\omega = 3.1\,\text{rad/s}$$

b) Calcula la velocidad lineal del objeto.

Solución

$$v = r\omega$$

$$v = (0.60\,\text{m})(3.1\,\text{rad/s})$$

$$v = 1.86\,\text{m/s}$$

Redondeamos el resultado con dos cifras significativas para obtener:

$$v = 1.9\,\text{m/s}$$

c) Calcula la magnitud de la aceleración centrípeta.

Solución

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a_c = \frac{(1.9\,\text{m/s})^2}{0.60\,\text{m}}$$

$$a_c = 6.0\,\text{m/s}^2$$

Ejemplo 2.35 Un auto se desplaza con una rapidez constante de 10.0 m/s por una curva de 50 m de radio. Calcula su aceleración centrípeta.

Solución

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a_c = \frac{(10.0\,\text{m/s})^2}{50\,\text{m}}$$

$$a_c = 2.0\,\text{m/s}^2$$

Ejemplo 2.36 La distancia promedio de la Tierra a la Luna es de 3.84×10^8 m. Si el periodo de la Luna cuando gira alrededor de nuestro planeta es de 28 días, responde lo solicitado en los siguientes incisos. Considera el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra como circular uniforme.

a) Calcula la velocidad angular de la Luna en rad/s.

Solución

$$\omega = 2\pi f$$

Donde:

$$f = \frac{1}{P}$$

Luego:

$$\omega = \frac{2\pi}{P}$$

Expresemos ahora el periodo en segundos:

$$28 \text{ días} \times \frac{24h}{1 \text{ día}} \times \frac{3600\,\text{s}}{1\,\text{h}} = 2.4 \times 10^6 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{2.4 \times 10^6} \text{rad/s}$$

$$\omega = 2.62 \times 10^{-6} \text{ rad/s}$$

b) Calcula la velocidad lineal de la Luna.

Solución

$$v = r\omega$$

$$v = \left(3.84 \times 10^8 \text{ m}\right)\left(2.62 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}\right)$$

$$v = 10.06 \times 10^2 \text{ m/s}$$

$$v = 10.1 \times 10^2 \text{ m/s}$$

c) Calcula la aceleración centrípeta de la Luna.

Solución

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a_c = \frac{\left(10.1 \times 10^2 \text{ m/s}\right)^2}{3.84 \times 10^8 \text{ m}}$$

$$a_c = 2.66 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Resumen de fórmulas del MCU	
1. $\omega = \frac{\theta}{t}$	ω = velocidad angular θ = desplazamiento angular en radianes t = tiempo
2. $f = \frac{n}{t}$	f = frecuencia n = número de revoluciones t = tiempo
3. $fP = 1$	f = frecuencia P = periodo
4. $\omega = 2\pi f$	f = frecuencia en Hertz $\left(\frac{\text{revoluciones}}{\text{segundo}}\right)$ ω = velocidad angular en $\left(\frac{\text{radianes}}{\text{segundo}}\right)$
5. $\omega = 2\pi P$	ω = velocidad angular P = periodo
6. $v = r\omega$	v = velocidad lineal r = radio ω = velocidad angular
7. $a_c = \frac{v^2}{r}$	a_c = aceleración centrípeta v = velocidad lineal r = radio
8. 1 radián = 57.3°	
9. 1 revolución = 2π radianes = 6.28 radianes.	
10. Para convertir de rpm (revoluciones/min) a radianes por segundo se multiplica por 6.28 y se divide por 60 como se observa a continuación:	

$$1\text{rpm} = 1\frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{1\text{min}}{60\text{s}} \times \frac{6.28\text{rad}}{1\text{rev}}(2\pi)$$

$$1\text{rpm} = \frac{6.28}{60}\text{rad/seg}$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Se ata un tapón a una cuerda de 0.80 m de largo y se hace girar con rapidez constante. Si da seis vueltas completas en 4.0 segundos, determina:



a) La frecuencia del objeto (tapón) en hertz (rev/s).
a) 1.2 Hz
b) 0.67 Hz
c) 1.5 Hz
d) 1.8 Hz

c) 1.5 Hz

b) El periodo del tapón.
a) 4.0 s
b) 0.50 s
c) 0.90 s
d) 0.67 s

d) 0.67 s

c) La velocidad angular en rad/s.
a) 9.4 rad/s
b) 8.6 rad/s
c) 9.8 rad/s
d) 8.0 rad/s

a) 9.4 rad/s

d) La velocidad lineal del tapón en m/s.
a) 7.5 m/s
b) 7.0 m/s
c) 8.0 m/s
d) 6.7 m/s

a) 7.5 m/s

e) La aceleración centrípeta del tapón en m/s^2.
a) 60 m/s^2
b) 75 m/s^2
c) 65 m/s^2
d) 70 m/s^2

d) 70 m/s^2

2. Una piedra atada al extremo de una cuerda de 0.30 m de largo se hace girar con rapidez constante. Si el periodo de la piedra es de 4.0 s. Determina.

a) La frecuencia de la piedra.
- *a)* 0.25 Hz
- *b)* 0.30 Hz
- *c)* 4.0 Hz
- *d)* 0.20 Hz

a) 0.25 Hz

b) La velocidad angular en rad/s.
- *a)* 2.0 rad/s
- *b)* 1.4 rad/s
- *c)* 1.6 rad/s
- *d)* 1.9 rad/s

c) 1.6 rad/s

c) La velocidad lineal de la piedra en m/s.
- *a)* 0.72 m/s
- *b)* 0.48 m/s
- *c)* 0.25 m/s^2
- *d)* 0.35 m/s^2

b) 0.48 m/s

d) La aceleración centrípeta de la piedra en m/s^2.
- *a)* 0.77 m/s^2
- *b)* 0.85 m/s^2
- *c)* 0.70 m/s^2
- *d)* 0.65 m/s^2

a) 0.77 m/s^2

3. Una rueda de 0.30 m de radio gira a 600 rpm (revoluciones por minuto) con rapidez constante. Determina:

a) La frecuencia de la rueda en Hertz.
- *a)* 12 Hz
- *b)* 9.0 Hz
- *c)* 13 Hz
- *d)* 10 Hz

d) 10 Hz

b) El periodo de la rueda.
- *a)* 0.10 s
- *b)* 0.20 s
- *c)* 0.30 s
- *d)* 0.40 s

a) 0.10 s

c) La velocidad angular de la rueda en rad/s.
- *a)* 60 rad/s
- *b)* 63 rad/s
- *c)* 58 rad/s
- *d)* 65 rad/s

b) 63 rad/s

d) La velocidad lineal de un punto situado en la periferia de la rueda en m/s.
- *a)* 19 m/s
- *b)* 16 m/s
- *c)* 21 m/s
- *d)* 18 m/s

a) 19 m/s

e) La velocidad lineal de un punto situado a 10 cm del centro de la rueda en m/s.
- *a)* 6.0 m/s
- *b)* 5.8 m/s
- *c)* 6.7 m/s
- *d)* 6.3 m/s

d) 6.3 m/s

f) La velocidad lineal de un punto situado a 24 cm del centro de la rueda en m/s.
- *a)* 12 m/s
- *b)* 20 m/s
- *c)* 15 m/s
- *d)* 19 m/s

c) 15 m/s

g) La velocidad lineal de un punto situado en el centro de la rueda.
- *a)* 19 m/s
- *b)* 21 m/s
- *c)* 18 m/s
- *d)* 0 m/s

d) 0 m/s

h) La aceleración centrípeta de un punto situado en la periferia de la rueda en m/s^2.
- *a)* 1.2×10^3 m/s^2
- *b)* 1.4×10^3 m/s^2
- *c)* 1.0×10^3 m/s^2
- *d)* 1.5×10^3 m/s^2

a) 1.2×10^3 m/s^2

4. Un auto se mueve por una pista circular de 50.0 m de radio con rapidez constante. Si el auto tarda 10.0 s en dar una vuelta completa, determina:

a) La velocidad angular del auto en rad/s.

a) 0.740 rad/s
b) 0.800 rad/s
c) 0.710 rad/s
d) 0.628 rad/s

d) 0.628 rad/s

b) La velocidad lineal del auto en m/s.

a) 31.4 m/s
b) 24.6 m/s
c) 35.5 m/s
d) 30.5 m/s

a) 31.4 m/s

c) La aceleración centrípeta del auto en m/s^2.

a) 21.5 m/s^2
b) 16.8 m/s^2
c) 19.7 m/s^2
d) 23.0 m/s^2

c) 19.7 m/s^2

5. Un volante gira a 120 rpm (revoluciones por minuto) con rapidez constante. Calcula su desplazamiento angular al cabo de 4.00 s. Expresa el resultado en radianes.

a) 45.6 rad
b) 50.2 rad
c) 60.4 rad
d) 54.4 rad

b) 50.2 rad

6. Un disco de 20 cm de radio con movimiento circular uniforme gira 15.0 rad en 6.0 s. Determina:

a) La velocidad angular del disco en radianes por segundo
- *a)* ω = 3.0 rad/s
- *b)* ω = 2.9 rad/s
- *c)* ω = 2.0 rad/s
- *d)* ω = 2.5 rad/s

d) ω = 2.5 rad/s

b) La frecuencia del disco en hertz.
- *a)* 0.20 Hz
- *b)* 0.40 Hz
- *c)* 0.30 Hz
- *d)* 0.50 Hz

b) 0.40 Hz

c) El periodo del disco.
- *a)* 2.5 s
- *b)* 2.0 s
- *c)* 3.0 s
- *d)* 3.5 s

a) 2.5 s

d) El tiempo que tarda el disco en girar 40 radianes.
- *a)* 16 s
- *b)* 14 s
- *c)* 20 s
- *d)* 18 s

a) 16 s

e) El tiempo que tarda el disco en girar un ángulo de 16 radianes.
- *a)* 5.4 s
- *b)* 5.0 s
- *c)* 6.4 s
- *d)* 6.8 s

c) 6.4 s

f) El tiempo que tarda el disco en dar 20 vueltas completas (1 vuelta = 6.28 radianes).
- *a)* 50 s
- *b)* 60 s
- *c)* 48 s
- *d)* 45 s

a) 50 s

g) La velocidad lineal de un punto que está en la periferia del disco.
a) 0.50 m/s
b) 0.45 m/s
c) 0.58 m/s
d) 0.40 m/s

a) 0.50 m/s

h) La velocidad lineal de un punto que está a 10 cm del centro del disco.
a) 0.50 m/s
b) 0.45 m/s
c) 0.40 m/s
d) 0.25 m/s

d) 0.25 m/s

i) La velocidad de un punto que está en el centro del disco.
a) 0.50 m/s
b) 0.25 m/s
c) 0.16 m/s
d) 0 m/s

d) 0 m/s

j) La aceleración centrípeta de un punto que está en la periferia del disco.
a) 1.2 m/s^2
b) 1.3 m/s^2
c) 1.4 m/s^2
d) *a* y *b* son respuestas correctas

Movimiento angular uniformemente acelerado

Cuando la velocidad angular de una partícula material que describe una trayectoria circular no es constante, dicha partícula experimenta una **aceleración angular**.

Como ya hemos señalado, la aceleración angular media ($\bar{\alpha}$) está dada por la expresión:

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_f - \omega_0}{t - t_0}$$

O sea,

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Si la aceleración angular es constante, decimos que el movimiento de la partícula material es circular uniformemente acelerado.

Las fórmulas que describen el movimiento circular uniformemente acelerado son análogas a las que se aplican en el movimiento rectilíneo.

1. $\alpha = \dfrac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$, si $t_0 = 0$, entonces:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

2. $\Delta\theta = \left(\dfrac{\omega + \omega_0}{2}\right)\Delta t$, si $t_0 = 0$ y $\theta_0 = 0$, entonces:

$$\theta = \left(\frac{\omega + \omega_0}{2}\right)t$$

3. $\Delta\theta = \omega_0 \Delta t + \dfrac{1}{2}\alpha\,\Delta t^2$, si $t_0 = 0$ y $\theta_0 = 0$, entonces:

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

4. $2\alpha\,\Delta\theta = \omega^2 - \omega_0^2$, si $\theta_0 = 0$, entonces

$$2\alpha\theta = \omega^2 - \omega_0^2$$

Ejemplo 2.37 La polea de un motor que parte del reposo se acelera uniformemente y alcanza una velocidad angular de 1440 rpm después de 6.0 s. Calcula:

a) La aceleración angular en rad/s^2.

Solución

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\alpha = \frac{1440\text{ rpm} - 0}{6.0\text{ s}}$$

Expresemos 1440 rpm en rad/s:

$$1440\frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{1\text{ min}}{60\text{ s}} \times \frac{6.28\text{ rad}}{1\text{ rev}} = 150.72\text{ rad/s} = 151\text{rad/s}$$

$$\alpha = \frac{151\text{ rad/s} - 0}{6.0\text{ s}}$$

$$\alpha = 25.1\text{rad/s}^2$$

b) El desplazamiento angular en radianes.

Solución

$$\theta = \left(\frac{151\text{ rad/s} + 0}{2}\right)6.0\text{s}$$

$$\theta = 453\text{ rad}$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Un motor cambia uniformemente su velocidad angular de 480 rpm a 1200 rpm en 5.0 segundos. Determina:

a) La aceleración angular en rad/s^2.
- *a)* 10 rad/s^2
- *b)* 20 rad/s^2
- *c)* 15 rad/s^2
- *d)* 14 rad/s^2

b) El desplazamiento angular.
- *a)* 70 rev ≈ 440 rad
- *b)* 65 rev ≈ 408 rad
- *c)* 72 rev ≈ 452 rad
- *d)* 75 rev ≈ 471 rad

c) 15 rad/s^2

a) 440 rad

2. Un motor que gira a 1800 rpm, tarda 40.0 segundos para detenerse. Determina:

a) La aceleración angular si es constante.

a) -3.50 rad/s^2
b) -4.75 rad/s^2
c) -4.70 rad/s^2
d) -4.71 rad/s^2

d) -4.71 rad/s^2

b) El desplazamiento angular.

a) 605 rev = 3799.4 rad
b) 600 rev = 3768 rad
c) 620 rev = 3893.6 rad
d) 610 rev = 3831 rad

b) 3768 rad

3. Un rotor acelera uniformemente desde el reposo. Si después de 50 segundos su velocidad angular es de 1800 rpm, determina:

a) La aceleración angular.

a) 3.5 rad/s^2
b) 3.8 rad/s^2
c) 2.5 rad/s^2
d) 3.6 rad/s^2

b) 3.8 rad/s^2

b) El desplazamiento angular.

a) 4.5×10^3 rad
b) 4.3×10^3 rad
c) 4.8×10^3 rad
d) 4.7×10^3 rad

d) 4.7×10^3 rad

4. La velocidad angular de un motor disminuye uniformemente de 900 rpm a 300 rpm en 10.0 segundos. Determina:

a) La aceleración angular.

a) -6.28 rad/s^2
b) -5.80 rad/s^2
c) -4.60 rad/s^2
d) -5.90 rad/s^2

a) -6.28 rad/s^2

b) El desplazamiento angular que gira la rueda el motor en los 10.0 segundos

a) 650 rad
b) 590 rad
c) 550 rad
d) 628 rad

d) 628 rad

5. Una rueda que parte del reposo se acelera uniformemente a razón de 0.60 rad/s^2. Determina:

a) La velocidad angular de la rueda a los 50 segundos.

a) 28 rad/s
b) 30 rad/s
c) 25 rad/s
d) 34 rad/s

b) 30 rad/s

b) El desplazamiento angular que gira la rueda en los 50 segundos en radianes.

a) 7.2×10^2 rad
b) 7.5×10^2 rad
c) 7.4×10^2 rad
d) 6.9×10^2 rad

b) 7.5×10^2 rad

6. Una rueda que gira a 1500 rpm disminuye uniformemente su velocidad angular hasta detenerse después de 30 segundos. Determina:

a) La aceleración angular en rad/s^2.

a) −5.2 rad/s^2
b) −4.8 rad/s^2
c) −5.5 rad/s^2
d) −5.0 rad/s^2

a) −5.2 rad/s

b) El desplazamiento angular que gira la rueda en los 30 s.

a) 2263 rad = 2.3×10^3 rad
b) 2400 rad = 2.6×10^3 rad
c) 2134 rad =2.13×10^3 rad
d) 2355 rad =2.3×10^3 rad

d) 2355 rad =2.3×10^3 rad

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Características de cuerpos en movimiento

1. Con base en las características de los cuerpos en movimiento que se mencionan realiza la siguiente actividad; marca en la segunda columna el o los tipos de movimiento al que corresponde.

Cuerpo	Tipo de movimiento
Ventilador	• Movimiento en línea recta • Movimiento circular • Movimiento curvo • Movimiento rápido • Movimiento de caída • Tiro vertical • Tiro parabólico • Tiro horizontal • Movimiento lento

Cuerpo	Tipo de movimiento
Automóvil	• Movimiento en línea recta • Movimiento circular • Movimiento curvo • Movimiento rápido • Movimiento de caída • Tiro vertical • Tiro parabólico • Tiro horizontal • Movimiento lento
Hojas secas de los árboles	• Movimiento en línea recta • Movimiento circular • Movimiento curvo • Movimiento rápido • Movimiento de caída • Tiro vertical • Tiro parabólico • Tiro horizontal • Movimiento lento
La piedra atada a una cuerda girando	• Movimiento en línea recta • Movimiento circular • Movimiento curvo • Movimiento rápido • Movimiento de caída • Tiro vertical • Tiro parabólico • Tiro horizontal • Movimiento lento
Una flecha lanzada hacia arriba verticalmente	• Movimiento en línea recta • Movimiento circular • Movimiento curvo • Movimiento rápido • Movimiento de caída • Tiro vertical • Tiro parabólico • Tiro horizontal • Movimiento lento
Una flecha lanzada verticalmente con un ángulo	• Movimiento en línea recta • Movimiento circular • Movimiento curvo • Movimiento rápido • Movimiento de caída • Tiro vertical • Tiro parabólico • Tiro horizontal • Movimiento lento

Cuerpo	Tipo de movimiento
Un saco de arena lanzado desde un avión que vuela horizontalmente	• Movimiento en línea recta • Movimiento circular • Movimiento curvo • Movimiento rápido • Movimiento de caída • Tiro vertical • Tiro parabólico • Tiro horizontal • Movimiento lento

2. Investiga información sobre aparatos caseros o industriales donde se presente un movimiento circular y buscar en ellos información referente a las revoluciones por minuto (rpm) y diámetro o radio del objeto que gira y llena la siguiente tabla.

Aparatos	revoluciones por minuto (rpm)	Diámetro o radio
Caseros		
Industriales		



Circula la letra que corresponda a la respuesta correcta.

1. Ángulo central que subtiende un arco de igual longitud que el radio de la circunferencia.
   a) Grado sexagesimal
   b) Revolución
   c) Radián
   d) Ninguno de los anteriores

2. Es el ángulo que gira el vector de posición de un objeto que se mueve con movimiento circular.
   a) Desplazamiento lineal
   b) Desplazamiento angular
   c) Frecuencia
   d) Periodo

3. Es el desplazamiento angular dividido entre el tiempo que se tarda en girar dicho ángulo.
   a) Velocidad tangencial
   b) Aceleración centrípeta
   c) Frecuencia
   d) Velocidad angular media
   e) Aceleración angular media

4. Es el cambio de velocidad angular dividido entre el intervalo de tiempo que tarda en efectuarse ese cambio.
   a) Aceleración centrípeta
   b) Aceleración tangencial
   c) Aceleración angular media
   d) Desplazamiento angular
   e) Velocidad angular media

5. ¿A cuántos radianes equivalen 240°?
   a) 4.19 rad
   b) 5.24 rad
   c) 2.89 rad
   d) 4.72 rad

6. ¿A cuántos grados sexagesimales equivalen 3.41 radianes?
   a) 186.2°
   b) 129°
   c) 195.4°
   d) 208.3°

7. Cuando un objeto da una vuelta completa en el movimiento circular, ¿cuál es su desplazamiento angular en radianes?
   a) 3.14 rad
   b) 5.0 rad
   c) 6.28 rad
   d) 12.56 rad

8. Es el número de vueltas completas o revoluciones que efectúa un objeto por unidad de tiempo en el movimiento circular uniforme.
a) Desplazamiento angular
b) Periodo
c) Frecuencia
d) Velocidad lineal

9. Unidad de la frecuencia en el SI.
a) Hertz
b) rad/s
c) rad/min
d) rad/s^2

10. Un Hz equivale a:
a) 1 rad/s
b) 1 rev/s
c) 1 rev/min
d) 1 rad/min

11. Es el tiempo que tarda un objeto en efectuar una vuelta completa o revolución en el movimiento circular uniforme.
a) Periodo
b) Frecuencia
c) Desplazamiento angular
d) Velocidad angular

12. Expresión matemática que relaciona la frecuencia y el periodo en el movimiento circular uniforme.
a) $\frac{P}{f} = 1$
b) $Pf = 1$
c) $P + f = 1$
d) $f - P = 1$

13. Aceleración que experimenta un objeto en el movimiento circular uniforme.
a) Aceleración tangencial
b) Gravedad
c) Aceleración centrífuga
d) Aceleración centrípeta

14. Una rueda con movimiento circular uniforme gira 80 revoluciones en 20 s. ¿Cuántas vueltas completas da en 35 s?
a) 1.5×10^2
b) 1.4×10^2
c) 1.3×10^2
d) 1.6×10^2

Un disco de 20 cm de radio con movimiento circular uniforme gira 16 rad en 5.0 segundos. Responde las preguntas 15-25.

15. Determina la velocidad angular del disco.
a) 4.1 rad/s
b) 3.2 rad/s
c) 0.3 rad/s
d) 3.8 rad/s

16. Determina la frecuencia del disco.
a) 2 Hz
b) 4 Hz
c) 1 Hz
d) 0.51 Hz

17. Determina el periodo del disco.
a) 0.5 s
b) 0.25 s
c) 1.96 s ≈ 2.0s
d) 1 s

18. Calcula el tiempo que tarda el disco en girar 48 radianes.
a) 15 s
b) 18 s
c) 20 s
d) 12 s

19. Calcula el tiempo que tarda el disco en girar 4590°
a) 30 s
b) 18 s
c) 25 s
d) 28 s

20. Calcula el tiempo que tarda el disco en dar 22 vueltas completas.
a) 50 s
b) 35 s
c) 40 s
d) 43 s

21. Calcula el desplazamiento angular que gira el disco en 50 segundos.
a) 1.6×10^2 rad
b) 1.5×10^2 rad
c) 1.8×10^2 rad
d) 1.4×10^2 rad

22. Calcula la velocidad lineal de un punto que está en la periferia del disco. Expresa el resultado en m/s.
a) 0.80 m/s
b) 0.54 m/s
c) 0.64 m/s
d) 0.70 m/s

23. Calcula la velocidad lineal de un punto que está a 10 cm del centro del disco. Expresa el resultado en m/s.
a) 0.32 m/s
b) 0.64 m/s
c) 0 m/s
d) 0.70 m/s

24. Calcula la velocidad lineal de un punto ubicado en el centro del disco.
a) 0.32 m/s
b) 0.64 m/s
c) 0 m/s
d) 0.70 m/s

25. Calcula la aceleración centrípeta de un punto que está en la periferia del disco.
a) 2.048 m/s^2 ≈ 2.0 m/s^2
b) 1.8 m/s^2
c) 1.5 m/s^2
d) 2.4 m/s^2

Una polea de 12.0 cm de radio gira con una rapidez constante de 540 rpm. Responde las preguntas 26-31. Determina:

26. La frecuencia de la polea en Hertz (rps).
a) 7.0 Hz
b) 8.0 Hz
c) 10 Hz
d) 9.0 Hz

27. La velocidad angular de la polea en rad/s.
a) 56.5 rad/s
b) 62.4 rad/s
c) 42.8 rad/s
d) 60 rad/s

28. La velocidad lineal de un punto situado en la periferia de la polea.
a) 6.1 m/s
b) 5.4 m/s
c) 6.8 m/s
d) 7.6 m/s

29. La velocidad lineal de un punto que está a 5.0 cm del centro de la polea.
a) 2.8 m/s
b) 1.6 m/s
c) 2.4 m/s
d) 3.0 m/s

30. La velocidad lineal de un punto situado en el centro de la polea.
a) 0 m/s
b) 1.2 m/s
c) 6.8 m/s
d) 1.4 m/s

31. La aceleración centrípeta de un punto que está en la periferia de la polea.
a) 385 m/s^2
b) 340 m/s^2
c) 400 m/s^2
d) 316 m/s^2

32. Una piedra atada a una cuerda de 0.80 m de largo gira con rapidez constante a 90 rpm. Calcula la aceleración centrípeta de la piedra.
a) 100 m/s^2
b) 96 m/s^2
c) 71 m/s^2
d) 70 m/s^2

Una polea que parte del reposo se acelera uniformemente y alcanza una velocidad angular de 1560 rpm después de 15.0 segundos. Determina lo solicitado en las preguntas 33 y 34.

33. La aceleración angular.
a) 12.5 rad/s^2
b) 10.9 rad/s^2
c) 13.4 rad/s^2
d) 9.2 rad/s^2

34. El desplazamiento angular.
a) 1840 rad
b) 1224.6 rad
c) 1205.1 rad
d) 1250.0 rad

Un ventilador que gira a 360 rpm se apaga y tarda en detenerse 15 segundos. Responde las preguntas 35 y 36.

35. Determina la aceleración angular del ventilador si es constante. Expresa el resultado en rad/s^2.
a) −3.0 rad/s^2
b) −2.5 rad/s^2
c) −4.0 rad/s^2
d) −3.8 rad/s^2
e) −1.9 rad/s^2

36. Determina el desplazamiento angular del ventilador desde que se apaga hasta que se detiene. Expresa el resultado en radianes.
a) 290 rad
b) 305 rad
c) 282.6 rad
d) 275 rad

Un motor que gira con una velocidad angular de 240 rpm se acelera uniformemente a razón de 3.0 rad/s^2 durante 10 segundos. Responde las preguntas 37 y 38.

37. Determina la velocidad angular del motor a los 10 s.
a) 22 rad/s
b) 55 rad/s
c) 25 rad/s
d) 38 rad/s
e) 16 rad/s^2

38. Determina el desplazamiento angular que gira en los 10 s.
a) 350 rad
b) 420 rad
c) 380 rad
d) 400.6 rad

Autoevaluación

Indicadores de desempeño	Nivel			
	Excelente	Bueno	Elemental	Insuficiente
Tema I				
1. Define el movimiento mecánico.				
2. Comprende el concepto de partícula material.				
3. Identifica la cinemática y la dinámica como las ramas de la mecánica que estudian el movimiento de los cuerpos.				
4. Diferencia la cinemática de la dinámica.				
5. Distingue entre rapidez y velocidad.				
6. Diferencia entre desplazamiento y distancia.				
7. Define los siguientes conceptos: • Distancia • Desplazamiento • Velocidad media • Rapidez media • Aceleración media • Velocidad instantánea • Aceleración instantánea				
8. Resuelve problemas de rapidez media y velocidad media.				
Tema II				
9. Identifica las características del movimiento rectilíneo uniforme (MRU).				
10. Describe el MRU mediante una gráfica de posición contra tiempo.				
11. Describe el MRU mediante una gráfica de velocidad contra tiempo.				
12. Analiza las gráficas de posición contra tiempo y de velocidad contra tiempo del MRU.				
13. Resuelve problemas referentes al MRU.				
Tema III				
14. Identifica las características del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.				
15. Describe el MRUA mediante una gráfica de velocidad contra tiempo.				
16. Describe el MRUA mediante una gráfica de posición contra tiempo.				
17. Describe el MRUA mediante una gráfica de aceleración contra tiempo.				
18. Aplica las fórmulas del MRUA en la solución de problemas.				

Indicadores de desempeño	Nivel			
	Excelente	Bueno	Elemental	Insuficiente
Tema IV				
19. Identifica las características de la caída libre.				
20. Identifica las características del tiro vertical hacia arriba y hacia abajo.				
21. Aplica las fórmulas de la caída libre en la solución de problemas.				
Tema V				
22. Identifica las características del tiro horizontal de un proyectil.				
23. Identifica las características del movimiento de un proyectil que es lanzado hacia arriba con un ángulo con respecto a la horizontal.				
24. Resuelve problemas del tiro horizontal.				
25. Resuelve problemas del movimiento de un proyectil que es lanzado hacia arriba con un ángulo con respecto a la horizontal.				
Tema VI				
26. Identifica las características del movimiento circular.				
27. Define el concepto de desplazamiento angular.				
28. Define el concepto de velocidad angular media.				
29. Define el concepto de aceleración angular media.				
30. Identifica las características del movimiento circular uniforme.				
31. Define el concepto de periodo.				
32. Define el concepto de frecuencia.				
33. Aplica las fórmulas del movimiento circular uniforme en la solución de problemas.				
34. Identifica las características del movimiento angular uniformemente acelerado.				
35. Aplica las fórmulas del movimiento angular uniformemente acelerado en la resolución de problemas.				

Bloque 3

Leyes de Newton y de la gravitación universal

Conocimientos

- Leyes de la dinámica
- Leyes de Kepler
- Ley de la gravitación universal

Desempeños

- Comprendes el movimiento de los cuerpos a partir de las leyes de la dinámica de Newton.
- Identificas en los diferentes tipos de movimiento las fuerzas involucradas en el movimiento de los cuerpos.
- Aplicas las leyes de la dinámica de Newton, en la solución y explicación del movimiento de los cuerpos, observables en su entorno inmediato.
- Utilizas la ley de la gravitación universal para entender el comportamiento de los cuerpos bajo la acción de fuerzas gravitatorias.
- Explicas el movimiento de los planetas en el Sistema Solar utilizando las leyes de Kepler.

Competencias que se busca desarrollar

- Establece la interrelación entre la ciencia, la tecnología, la sociedad y el ambiente en contextos históricos y sociales específicos.
- Fundamenta opiniones sobre los impactos de la ciencia y la tecnología en su vida cotidiana asumiendo consideraciones éticas.
- Identifica problemas, formula preguntas de carácter científico y plantea las hipótesis necesarias para responderlas.
- Obtiene, registra y sistematiza la información para responder preguntas de carácter científico, por tanto, consulta fuentes relevantes y realiza experimentos pertinentes.
- Valora las preconcepciones personales o comunes sobre diversos fenómenos naturales a partir de evidencias científicas.
- Expone en forma explícita las nociones científicas que sustentan los procesos para la solución de problemas cotidianos.
- Explica el funcionamiento de máquinas de uso común a partir de nociones científicas.
- Diseña modelos o prototipos para resolver problemas locales, satisfacer necesidades o demostrar principios científicos.
- Relaciona las expresiones simbólicas de un fenómeno de la naturaleza y los rasgos observables a simple vista o mediante instrumentos o modelos científicos.
- Analiza las leyes generales que rigen el funcionamiento del medio físico.
- Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo al definir un curso de acción con pasos específicos.
- Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.
- Dialoga y aprende de personas con distintos puntos de vista y tradiciones culturales mediante la ubicación de sus propias circunstancias en un contexto más amplio.
- Asume que el respeto de las diferencias es el principio de integración y convivencia en los contextos local, nacional e internacional.



Responde las siguientes preguntas con base en lo que aprendiste de física en la secundaria y en lo que tu experiencia cotidiana te ha mostrado.

1. Escribe qué sabes respecto a los siguientes personajes históricos.

   a) Isaac Newton

   b) Johannes Kepler

   c) Tycho Brahe

   d) Galileo Galilei

2. ¿Crees que masa y peso significan lo mismo?; si no es así, ¿cuál es la diferencia?

3. Según tu experiencia cotidiana, si dos objetos de diferente masa golpean una pared, ¿cuál pegará más fuerte, el de mayor o el de menor masa?

4. Si dos objetos de la misma masa pero que se mueven con diferente aceleración golpean una pared, ¿cuál golpeará más fuerte, el de mayor o el de menor aceleración?

5. ¿Qué entiendes por fuerza?

6. ¿Qué es la gravedad?

7. ¿Por qué cualquier objeto inanimado que se suelta en el aire cae?

Tema I

Leyes de Newton

- fuerza
- masa
- dinámica
- fuerza gravitacional
- fuerza electromagnética
- fuerza eléctrica
- fuerza magnética
- fuerza nuclear fuerte
- fuerza nuclear débil
- fuerza neta
- fuerza equilibrada
- fuerza no equilibrada
- inercia
- fuerza de acción
- fuerza de reacción
- peso
- fuerza normal
- fricción
- fricción estática
- fricción cinética
- coeficiente de fricción estático
- coeficiente de fricción cinético
- diagrama de cuerpo libre
- ángulo de reposo
- peso aparente

Introducción

Los cambios que experimentan los objetos en su movimiento son resultado de ciertas condiciones. A su vez, estos cambios provocan ciertos efectos secundarios; dicho de otra manera, la aceleración con que se mueven los objetos la produce la acción de una fuerza o la conjugación de varias fuerzas.

En todo movimiento existen dos tendencias opuestas: la acción, denominada **fuerza**, y la reacción, o resistencia, llamada **masa**. Por lo tanto, el movimiento consiste justo en el conflicto entre la acción y la reacción; incluso el reposo relativo lo genera el equilibrio transitorio entre la acción y la reacción.

En consecuencia, aunque siempre manteniendo la abstracción de su carencia de dimensiones espaciales, a la noción de partícula material se le agrega la propiedad de tener masa que se contrapone a las fuerzas externas que tratan o tienden a producir un cambio en su estado de movimiento.

La consideración de las fuerzas que producen el cambio del estado del movimiento de un objeto o que se oponen a ello constituye el dominio de estudio de la **dinámica**.

La dinámica es la rama de la física clásica que estudia el movimiento de los objetos considerando las causas que lo producen o modifican.

¿Qué es una fuerza?

Intuitivamente, tenemos una idea de qué es una fuerza en términos de la acción de empujar, jalar o tirar de algún objeto. La experiencia cotidiana enseña que el movimiento de un objeto es resultado de sus interacciones con otros objetos circundantes. Cuando un jugador golpea una pelota existe una interacción con ésta que modifica su movimiento. La Luna se mueve alrededor de la Tierra debido a la interacción gravitacional que existe entre ambos, del mismo modo que la Tierra y los planetas giran alrededor del Sol. La trayectoria de un proyectil en las proximidades de la superficie terrestre es resultado de su interacción gravitacional con la Tierra. Los protones y neutrones de un átomo se mantienen unidos en su núcleo debido a su interacción nuclear. En física, las interacciones entre dos objetos se expresan cuantitativamente en términos del concepto llamado *fuerza*.

Una fuerza no puede observarse directamente; en realidad, sólo se percibe el efecto. La causa de cualquier interacción entre dos objetos es siempre una **fuerza**.

Una fuerza causa que un balón en reposo se ponga en movimiento cuando alguien lo patea, que un objeto se acelere, ya sea porque produce un cambio en la magnitud de la velocidad o en su dirección. Todos los cambios en el estado de movimiento de los objetos se deben a que sobre ellos se ejerce una fuerza.

Sin embargo, es importante considerar que las fuerzas no siempre producen el movimiento de un objeto. Por ejemplo, se puede empujar un automóvil y no moverlo. En algunos casos, se deforma un objeto sobre el cual se ejerce una fuerza, esto es, cambia su forma o tamaño, como cuando apretamos una pelota de esponja. Si las fuerzas son suficientemente grandes, las deformaciones pueden ser permanentes, como sucede cuando dos automóviles chocan.

Una definición operacional del concepto fuerza basada en los efectos que se observan en las interacciones entre

dos objetos es la siguiente: una fuerza es algo capaz de cambiar el estado de movimiento de un objeto o de deformarlo; no obstante, es importante aclarar que el término *capaz* no necesariamente se refiere a que siempre que se ejerza una fuerza sobre un objeto éste cambie su estado de movimiento, o bien, se deforme.

Fuerzas fundamentales en el universo

Las fuerzas en el universo se pueden explicar en función de cuatro interacciones básicas que ocurren entre los objetos:

1. La fuerza gravitacional.
2. La fuerza electromagnética.
3. La fuerza nuclear fuerte.
4. La fuerza nuclear débil.

La **fuerza gravitacional** es la fuerza de atracción mutua entre dos objetos por el simple hecho de tener masa. Es la causa de que los planetas se mantengan en órbita alrededor del Sol y la Luna en torno a la Tierra. La fuerza gravitacional que se ejerce entre la Tierra y un objeto próximo a la superficie terrestre es el peso del objeto. Las fuerzas gravitatorias de la Luna y el Sol sobre los océanos de la Tierra causan las mareas.



Figura 3.1 Las fuerzas gravitatorias que la Luna y el Sol ejercen sobre los océanos de la Tierra causan las mareas.

La **fuerza electromagnética** es la fuerza entre cargas eléctricas e incluye las fuerzas eléctricas y las fuerzas magnéticas. Las **fuerzas eléctricas** existen entre cargas eléctricas que están en reposo y las **fuerzas magnéticas** se producen por la interacción de cargas eléctricas en movimiento. Un ejemplo de las fuerzas eléctricas es la atracción entre un peine y pequeños trozos de papel cuando el peine se ha electrificado al pasarlo por el cabello. Los relámpagos son resultado de la fuerza electromagnética.



Figura 3.2 Los relámpagos son resultado de la fuerza electromagnética.

La **fuerza nuclear fuerte** resulta de la interacción entre partículas subatómicas y es la responsable de mantener unidas las partículas en los núcleos atómicos. La explosión de la bomba de hidrógeno es un ejemplo de la potencia de esta fuerza.

La **fuerza nuclear débil** es la que resulta de la interacción entre las partículas subatómicas durante algunos procesos de decaimiento radiactivo.

Fuerzas de acción a distancia y de contacto

Cuando no existe contacto físico entre los objetos que interactúan, se dice que la fuerza es de acción a distancia. Por ejemplo, la fuerza gravitacional entre dos objetos. Para que tengas una mejor idea de este tipo de fuerza, considera un imán. A pesar de que lo coloques lejos de un objeto metálico, es capaz de atraerlo.

La mayor parte de las fuerzas que observamos sobre los objetos que interactúan se ejercen por contacto directo, y por lo tanto las denominamos fuerzas de contacto. Estas fuerzas se ejercen entre las moléculas de la superficie de cada objeto.





Figura 3.3 Fuerzas de contacto.

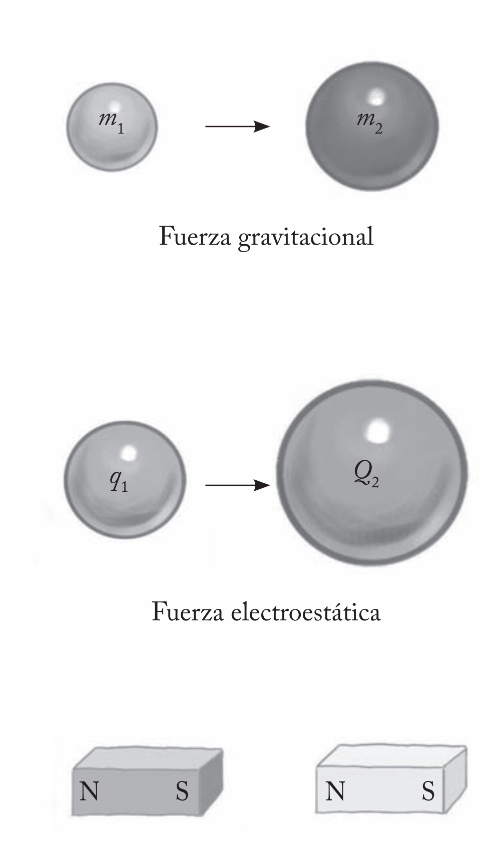


Figura 3.4 Fuerzas a distancia.

La fuerza es una cantidad vectorial

Cuando una fuerza se ejerce sobre un objeto, sus efectos dependen de su magnitud, así como de su dirección y sentido. Por ejemplo, si se aplica sobre un objeto una fuerza horizontalmente hacia la derecha, no produce el mismo efecto que si se aplicase la fuerza en la misma dirección pero hacia la izquierda. Asimismo, los efectos varían según la magnitud de la fuerza. Por esta razón, la fuerza es una cantidad física que queda perfectamente definida cuando se conocen su magnitud, dirección y sentido; es decir, la fuerza representa una cantidad vectorial.

Fuerza neta

Si varias fuerzas actúan simultáneamente sobre un objeto, el efecto resultante de combinarlas es el mismo que si se ejerciera únicamente la fuerza consecuencia de la suma vectorial de todas ellas sobre el objeto. A la fuerza resultante de un sistema de fuerzas que interactúan sobre un mismo objeto también se le llama **fuerza neta**.

Cuando la magnitud de la fuerza neta es cero, se dice que las fuerzas que interactúan con el objeto son **fuerzas equilibradas**. Una fuerza neta cuya magnitud no es cero, se refiere a una **fuerza no equilibrada**.

Inercia

Antes de Galileo, se creía necesaria la acción de una fuerza para que un objeto se moviera con velocidad constante. Sin embargo, Galileo formuló la siguiente idea: "Un objeto, una vez en movimiento y sin perturbarlo en adelante, continuará con velocidad constante por sí mismo". Concretamente, Galileo y luego Newton, reconocieron que si un objeto, inicialmente en reposo, se pone en movimiento mediante la acción de una fuerza y después ya no se ejerce fuerza alguna, el objeto se detiene debido a la fricción o rozamiento entre las superficies.

Para llegar a esta conclusión, Galileo recurrió a un experimento con dos planos inclinados colocados uno a continuación del otro, como lo ilustra la figura 3.5.

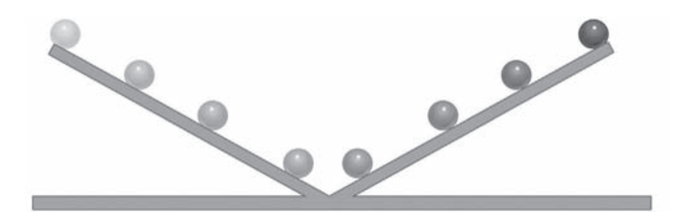


Figura 3.5

Desde lo alto de uno de los planos, hizo rodar una esfera, desde el reposo, por uno de los planos inclinados. La

esfera pasaba por el fondo y subía por el otro plano inclinado. Independientemente de la inclinación del segundo plano, Galileo observó que la esfera alcanzaba una altura vertical un poco menor que la esfera ubicada inicialmente en el otro plano.

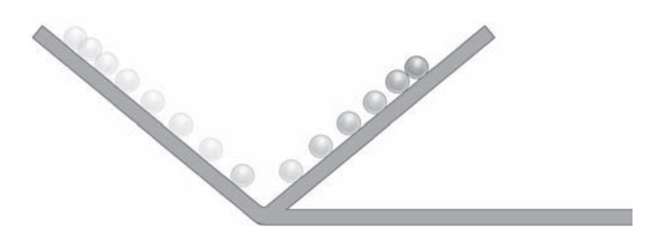


Figura 3.6

Galileo investigó a fondo la causa de la diferencia de alturas. Pulió la esfera y alisó la superficie de los planos. Así, observó que la diferencia de las alturas disminuía. Después de varios experimentos, concluyó que la causa era la fricción o rozamiento entre las superficies de los planos inclinados y de la esfera.

A continuación, Galileo redujo gradualmente el ángulo de inclinación de uno de los planos inclinados, de manera que la esfera rodara cada vez más lejos antes de llegar al reposo. Se cuestionó, ¿qué pasaría si las superficies de los planos inclinados y la de la esfera fueran complemente lisas, o sea, que no existiera la fricción y el segundo plano fuera horizontal? Intuyó e indujo la siguiente idea: en ausencia de la fricción entre las superficies, la esfera se movería perpetuamente con velocidad constante. Dicho de otro modo, una vez que un objeto se pusiera en movimiento, no podría detenerse. Su naturaleza sería resistirse a ser acelerado.

Galileo finalmente estableció que todo objeto se resiste a cambiar su estado de movimiento y a esta resistencia le llamó **inercia**.

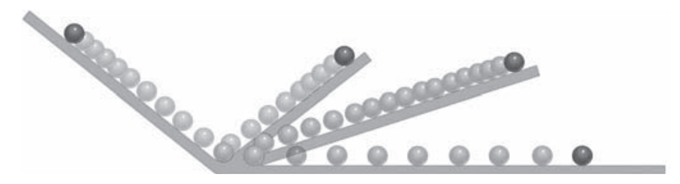


Figura 3.7 Galileo afirmó que si no existiera la fricción y el segundo plano fuera horizontal, la esfera se movería permanentemente con velocidad constante.

Esta propiedad se comprueba en situaciones cotidianas; por ejemplo, al viajar de pie en un autobús de pasajeros, cuando éste arranca se siente que nuestro cuerpo se mueve hacia atrás tratando de permanecer en reposo. Si por el contrario, el autobús está en movimiento con una velocidad constante y de repente frena, nuestro cuerpo se mueve hacia delante tratando de permanecer con la misma velocidad que tenía cuando el camión estaba en movimiento.

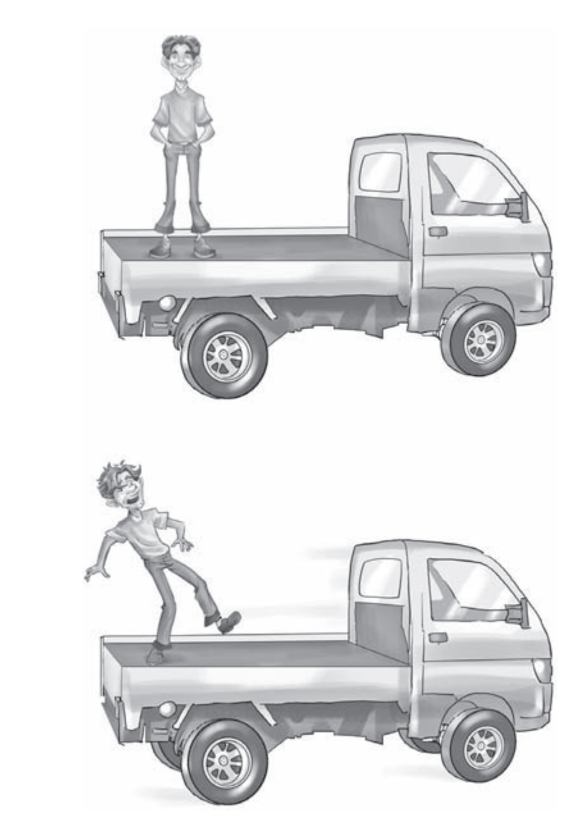


Figura 3.8





Figura 3.9

El uso del cinturón de seguridad en el automóvil evita que, en caso de un accidente o un frenazo repentino, se salga disparado por el parabrisas. El cinturón de seguridad ha evitado la muerte de muchas personas.



Figura 3.10 El uso del cinturón de seguridad ha evitado la muerte de miles de personas que sufren un accidente automovilístico.

La masa como medida de la inercia

Si intentamos cambiar el estado de movimiento de un objeto, éste se resistirá a dicho cambio.

Es más fácil mover un objeto cuya masa es de 20 kg que otro de 60 kg. Del mismo modo, una vez que ambos están en movimiento, se requeriría de mayor esfuerzo para detener el objeto de mayor masa que el de menor. Por lo tanto, se dice que el objeto de 60 kg tiene más inercia que el de 20 kg.

Cuanta más masa tenga un objeto, tanto mayor será la resistencia de un objeto a ser acelerado; por esta razón, se dice que:

La masa es una medida cuantitativa de la inercia.

Leyes del movimiento

Las leyes del movimiento que se estudiarán a continuación son generalizaciones que surgen del análisis de los movimientos que se observan en nuestro rededor. Las observaciones se extrapolan a ciertos experimentos ideales o simplificados.

Las leyes del movimiento las formuló Isaac Newton (1642-1727), aunque Galileo ya las había planteado desde mucho antes, pero de una manera diferente.

Estas leyes son válidas para determinar el movimiento de los objetos cuando éstos se mueven con velocidades de magnitud pequeña en comparación con la de la luz.

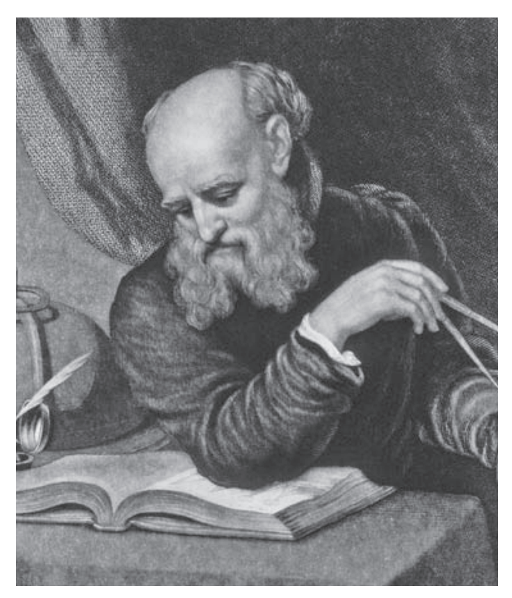




Figura 3.11 A pesar de que Isaac Newton fue quien realizó un planteamiento formal de las leyes del movimiento, Galileo fue el primero en trabajar la teoría de estas leyes.

Primera ley de Newton o de la inercia

La primera ley de Newton es un enunciado de causa-efecto que relaciona la fuerza y el movimiento. Una fuerza neta no equilibrada que actúa sobre un objeto es la causa de un cambio en el estado de movimiento del objeto. Su enunciado es el siguiente:

Un objeto en reposo o en movimiento rectilíneo con velocidad constante permanecerá en reposo o en movimiento con velocidad constante, a menos que sobre él actúe una fuerza neta no equilibrada.

Segunda ley de Newton

Esta ley se refiere a la relación matemática entre la fuerza neta que se ejerce sobre un objeto, su masa y la aceleración que experimenta.

El enunciado de esta ley es el siguiente:

> Cuando una fuerza neta no equilibrada actúa sobre un objeto, la aceleración del objeto es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza neta e inversamente proporcional a su masa.

Toma en cuenta que si la magnitud de la fuerza neta es cero, entonces la de la aceleración también lo es.

La expresión matemática de esta ley es:

$$a = \frac{F}{m}$$

O bien,

$$F = ma$$

De acuerdo con esta ley, si una fuerza neta F ocasiona que un objeto se mueva con una aceleración a, entonces una fuerza de magnitud $2F$ producirá una aceleración $2a$, y así sucesivamente.

$$\overset{\vec{a}}{\boxed{m}} \rightarrow \vec{\mathrm{F}} \quad \overset{\vec{2a}}{\boxed{m}} \rightarrow 2\vec{\mathrm{F}} \quad \overset{\vec{3a}}{\boxed{m}} \rightarrow 3\vec{\mathrm{F}}$$

Por otra parte, si una fuerza neta F ocasiona que un objeto de masa m se mueva con una aceleración a, entonces si se ejerce sobre un objeto de masa $2m$, le produciría una aceleración de magnitud $\frac{a}{2}$, y así sucesivamente. La masa se resiste a ser acelerada.

$$\overset{\vec{a}}{\boxed{m}} \rightarrow \vec{\mathrm{F}} \quad \overset{\vec{a/2}}{\boxed{2m}} \rightarrow \vec{\mathrm{F}} \quad \overset{\vec{a/3}}{\boxed{3m}} \rightarrow \vec{\mathrm{F}}$$

Dado que la fuerza es una cantidad vectorial, la ecuación $F_n = ma$ (donde F_n es la fuerza resultante o neta del conjunto de fuerzas que actúan simultáneamente sobre un objeto) puede expresarse en términos de sus componentes rectangulares en el plano; esto es:

$$\Sigma F_x = ma_x \text{ y } \Sigma F_y = ma_y$$

$$F_n^2 = (S\Sigma_x^2) + (\Sigma F_y^2)$$

Unidad de fuerza en el SI

La unidad de fuerza en el SI es el newton, el cual denotamos con la letra N.

Un newton se define como la fuerza que aplicada a una masa de 1 kg produce una aceleración de 1 m/s^2.

$$a = 1\ \mathrm{m/s^2} \qquad F = ma$$

$$\boxed{1\ kg} \rightarrow F = 1\mathrm{N} \qquad F = 1\mathrm{kg}\left[1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$$

$$F = 1\mathrm{N}$$

Tercera ley de Newton

Esta ley establece que si un cuerpo A ejerce cierta fuerza F_a sobre cualquier B, entonces también el cuerpo B ejerce sobre el cuerpo A una fuerza F_b de igual magnitud, pero de sentido contrario; o sea, $F_\mathrm{b} = -F_\mathrm{a}$. De esta manera, puede verse que es posible aplicar fuerzas iguales a cuerpos de masas diferentes.

Generalmente, a una de las fuerzas se le llama **fuerza de acción,** y a la otra, **fuerza de reacción**. Estas fuerzas son resultado de una sola interacción que actúa sobre cuerpos diferentes al mismo tiempo.

Esta ley se puede enunciar de la siguiente manera:

> A todo fuerza de acción le corresponde otra reacción de igual magnitud, pero en sentido contrario.

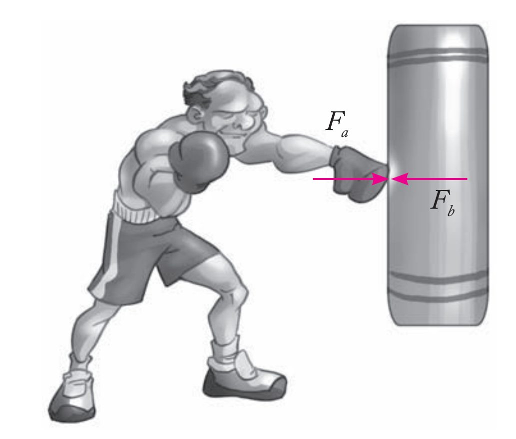


Figura 3.12 Si golpeas un objeto con una determinada fuerza, éste te golpeará con la misma fuerza.

El peso

Cuando un cuerpo cae libremente hacia la superficie terrestre, experimenta la aceleración de la gravedad. De

acuerdo con la primera ley de Newton, debe haber una fuerza que provoque dicha aceleración. Esta fuerza es la atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobe dicho cuerpo.

El **peso** de un objeto es la fuerza gravitacional que ejerce un cuerpo de grandes dimensiones (como la Tierra o la Luna) sobre él. Dado que el peso representa una fuerza, se considera una cantidad vectorial cuya dirección es la de la fuerza gravitacional, es decir, está dirigida hacia el centro del cuerpo de mayores dimensiones.

Su magnitud, de acuerdo con la segunda ley de Newton, está dada por la expresión:

$$\omega = mg$$

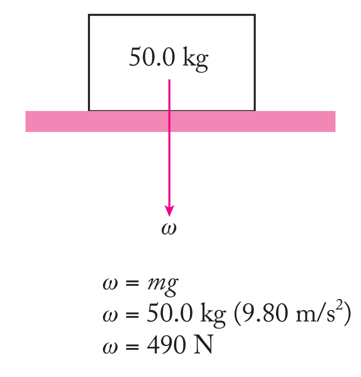
Donde:

ω = Magnitud del peso del objeto.
m = Masa del objeto.
g = Aceleración de la gravedad.

Ejemplo 3.1 Calcula el peso de un objeto de 50.0 kg si está situado:

a) En la Tierra

Solución



$\omega = mg$
$\omega = 50.0\text{ kg }(9.80\text{ m/s}^2)$
$\omega = 490\text{ N}$

b) En la Luna.

Solución

Dado que en la Luna el valor de la aceleración de la gravedad es de 1.6 m/s^2, tenemos:

$\omega = 50.0\text{ kg }(1.60\text{ m/s}^2)$
$\omega = 80.0\text{ N}$

De acuerdo con la expresión $\omega = mg$, observa que el peso de un objeto es proporcional a su masa. Por ello, en el lenguaje cotidiano se usan generalmente las unidades de masa para expresar el peso de un cuerpo; sin embargo, dichos conceptos no significan lo mismo. La masa de un objeto es una propiedad física única y exclusiva del objeto; asimismo, su magnitud será la misma en cualquier lugar. Por ejemplo, si en la Tierra una roca tiene una masa de 2 kg, en la Luna no habría ningún cambio en su magnitud.

Por el contrario, el peso de un objeto no es constante, depende del valor de g. En párrafos posteriores aprenderás que el valor de la gravedad (g) depende principalmente de los siguientes factores:

- La distancia que hay desde el centro del cuerpo de gran masa hasta donde se localiza el objeto.
- La masa del cuerpo.

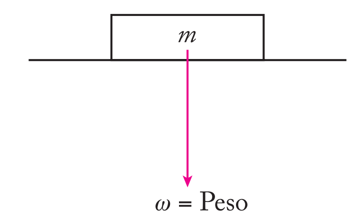
Tomando en cuenta estos factores, el peso de un mismo objeto es diferente en la Luna que en la Tierra. Incluso como el valor de g varía de un punto a otro en diferente planeta, el peso de un objeto de masa m cambia en diversos lugares.

El siguiente cuadro muestra la variación de la gravedad con la latitud al nivel del mar.

Latitud	0°	10°	20°	30°	40°
g (m/s^2)	9.78	9.781	9.786	9.793	9.80
Latitud	**50°**	**60°**	**70°**	**80°**	**90°**
g (m/s^2)	9.81	9.82	9.826	9.830	9.832

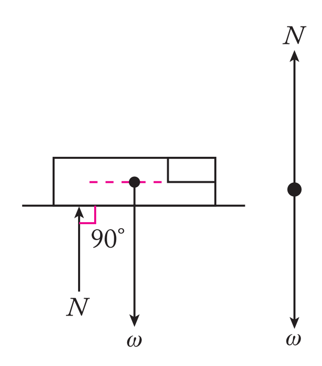
La fuerza normal

Consideremos que un objeto está en reposo sobre una superficie horizontal. Sabemos que la fuerza gravitacional actúa sobre él atrayéndolo hacia el centro de la Tierra, a pesar de que su aceleración es cero.



De acuerdo con la segunda ley de Newton, la fuerza neta que actúa sobre el objeto es cero; por lo tanto, debe existir otra fuerza que actúe sobre el objeto e impida que éste se hunda en la superficie; es decir, debe existir otra fuerza que se oponga a la fuerza gravitacional. Esta fuerza la produce la superficie y actúa perpendicularmente a la superficie de contacto; por esta razón, se le llama **fuerza normal**.

La fuerza normal es la resistencia de la superficie al movimiento del objeto por la acción de la fuerza gravitacional. Esta fuerza siempre actúa perpendicularmente con la superficie de contacto.



De acuerdo con la segunda ley de Newton, tenemos:

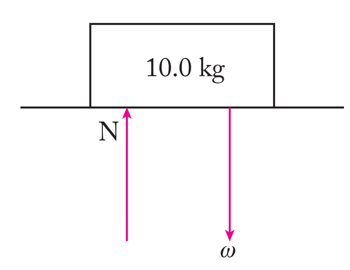
$\Sigma F_y = 0$
$N - \omega = 0$ o $\omega - N = 0$
$N = \omega$
$N = mg$

Cuando un objeto descansa sobre una superficie horizontal y en el eje vertical, únicamente actúan sobre él la fuerza normal y el peso. Por lo tanto, siempre se cumple que

$$N = \omega$$

Ejemplo 3.2 Un objeto de 10.0 kg está en reposo sobre una superficie horizontal. Determina la magnitud de la fuerza normal que ejerce la superficie sobre el objeto.

Solución

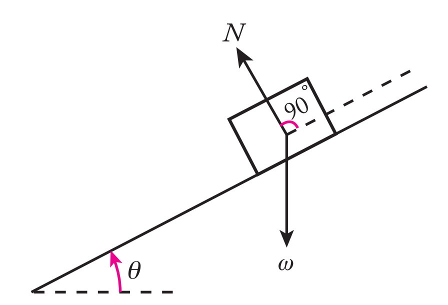


De acuerdo con la segunda ley de Newton, tenemos:

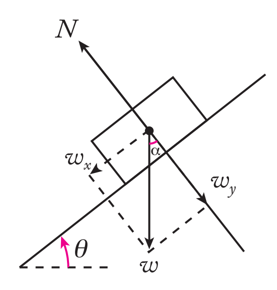
$\Sigma F_y = ma_y$
$N - \omega = 0$
$N = \omega$
$N = mg$
$N = 10.0$ kg (9.80 m/s^2
$N = 98.0$ N

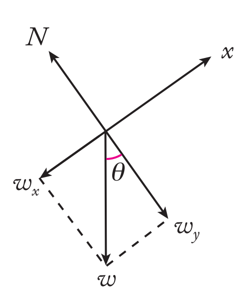
Magnitud de la fuerza normal en el plano inclinado

Supongamos que un objeto descansa sobre una superficie inclinada y que sobre él únicamente actúan la fuerza gravitacional (el peso) y la normal, como se ilustra a continuación:



Si se establece un sistema de coordenadas donde el eje x sea paralelo a la superficie inclinada, y el eje y perpendicular a ésta, es posible descomponer el vector del peso en sus componentes rectangulares ω_x y ω_y, respectivamente, como se muestra a continuación:





Por geometría podemos demostrar que $m \sphericalangle \theta = m \sphericalangle \alpha$. De acuerdo con la fracción anterior, tenemos que:

$$\cos\alpha = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\omega_y}{\omega}$$

Luego:

$$\omega_y = \omega\cos\alpha$$

Dado que $\omega = mg$ y $m \sphericalangle \alpha = m \sphericalangle \theta$, entonces:

$$\omega_y = mg\cos\theta$$

Del mismo modo:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\omega_x}{\omega}$$

Luego:

$$\omega \operatorname{sen}\alpha = \omega_x$$

$$\omega_x = mg\operatorname{sen}\theta$$

Para determinar la expresión matemática de la magnitud de la fuerza normal, se aplica la segunda ley de Newton en el eje *y*.

$$\sum F_y = ma_y$$

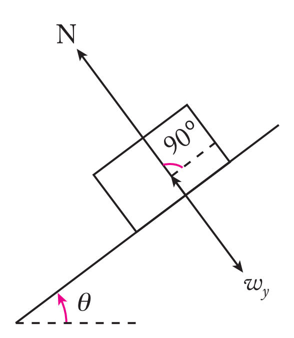
Como no hay movimiento en la dirección perpendicular a la superficie, $a_y = 0$; luego:

$$N - \omega_y = 0$$

Luego:

$$N = \omega_y$$

$$N = mg\cos\theta$$



La fricción

Si lanzamos una bola de boliche de manera que una vez suelta ruede sobre una superficie horizontal, la experiencia nos indica que después de soltarla, su velocidad disminuye hasta que se detiene. Esta desaceleración, de acuerdo con la primera ley de Newton, indica la existencia de una fuerza que se opone al movimiento. Esta fuerza recibe el nombre de **fricción** o **rozamiento**. Cuando la fricción impide que un objeto en reposo se ponga en movimiento por la acción de una fuerza se llama **fricción estática,** y cuando se opone a un movimiento en acción se denomina **fricción cinética**.

La fricción ofrece muchas ventajas. Sin ella, sería imposible caminar o manejar un automóvil. De hecho, cuando un automóvil se mueve sobre una carretera con curvas, la fuerza de rozamiento que ejerce la superficie sobre las llantas es lo que impide que el auto pierda el control al tomar las curvas. Sin la fricción, los clavos y los tornillos resultarían inútiles porque no podrían mantenerse unidos a la madera o al concreto; incluso no se podrían sostener las cosas con las manos.

Sin embargo, no siempre es ventaja la existencia de la fricción. Intuitivamente se sabe que es muy peligroso tratar de caminar sobre un piso lleno de aceite. También que los lubricantes, como el aceite en el motor de un automóvil, reducen el rozamiento entre sus partes móviles con el fin de disminuir el desgaste y reducir el consumo de energía. Un motor sin aceite no puede funcionar.



Figura 3.13 Sin el efecto de la fricción, los autos perderían el control.

Fricción estática

Consideremos un bloque (en reposo) sobre la superficie horizontal de una mesa, como lo ilustra la figura 3.14.

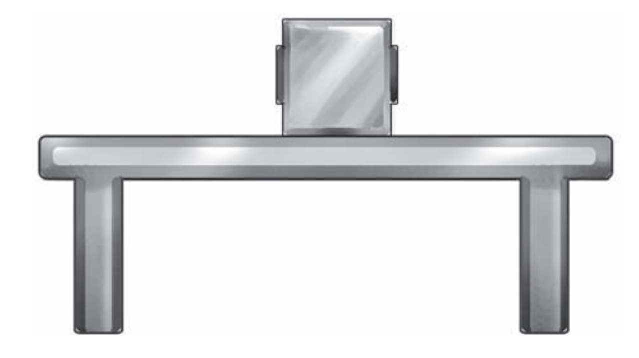


Figura 3.14

Las únicas fuerzas que actúan sobre el objeto son la gravitacional y la normal. Si se aplica una pequeña fuerza horizontal, como lo ilustra la figura 3.15, y el objeto no se desliza, de acuerdo con la segunda ley de Newton, debe estar actuando sobre él otra fuerza de igual magnitud y dirección pero en sentido contrario, de manera que la fuerza neta es cero. La fuerza de fricción estática que ejerce la superficie sobre el objeto es lo que impide su movimiento.

Así, tenemos que:

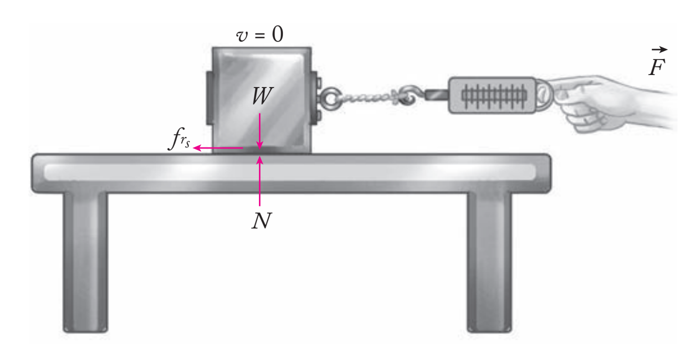


Figura 3.15

Si al aplicar la fuerza F el objeto no se mueve, entonces:

$$F = f_s$$

Si la magnitud de la fuerza aplicada sobre el objeto aumenta y tampoco se mueve, significa que la magnitud de la fricción estática aumenta en la misma medida, de manera que también la magnitud de la fuerza neta es cero. Si se sigue incrementando la magnitud de la fuerza en algún momento, el objeto estará a punto de deslizarse. En ese instante, la magnitud de la fricción estática es máxima.

Mediante experimentos se han verificado las siguientes leyes de la fricción estática:

1. La fuerza de fricción estática, denotada por f_s, entre superficies paralelas en contacto actúa en la dirección de la fuerza aplicada, pero en sentido contrario.
2. La magnitud de la fricción estática máxima es directamente proporcional a la fuerza normal. La constante de proporcionalidad se llama **coeficiente de fricción estático** y se representa por μ_s. Esto es:

$$f_{s_{máx}} = \mu_s N$$

3. La magnitud de la fuerza de fricción estática toma valores del intervalo $0 \leq f_s \leq f_{s_{máx}}$.
4. La magnitud de la fricción estática es cero, es decir, no existe cuando no se aplica una fuerza externa que pretenda poner el objeto en movimiento.
5. La magnitud de la fuerza de fricción estática es máxima cuando, por medio de la acción de una fuerza paralela a las superficies en contacto, un objeto está a punto de iniciar su movimiento.

Fricción cinética

Una vez que el objeto está en movimiento y se desliza sobre una superficie, actúa la fuerza de fricción cinética representada por f_k. Esta fuerza actúa en la misma dirección que el movimiento, pero en sentido contrario y con una magnitud dada por:

$$f_k = \mu_s N$$

donde μ_k es el coeficiente de **fricción cinética**.

Si un objeto se desliza sobre una superficie y se le aplica una fuerza F paralela a la superficie se pueden presentar las siguientes situaciones.

1. $F = f_{r_k}$
En este caso, el objeto se desliza con velocidad constante.
2. $F > f_{r_k}$
En este caso, el objeto se acelera.
3. $F < f_{r_k}$
En este caso, el objeto se desacelera hasta que se detiene.
4. Si se deja de aplicar la fuerza, la fuerza de fricción cinética desaceleraría el objeto y, finalmente, lo llevará al reposo.
5. El coeficiente de fricción estática es mayor que el coeficiente de fricción cinético; esto es:

$$\mu_s > \mu_k$$

Aplicaciones de las leyes de Newton

A continuación analizaremos algunos ejemplos de aplicación de las leyes de Newton. Las estrategias de solución que usaremos te servirán de modelo para resolver los problemas propuestos en este texto.

El siguiente método te facilitará el proceso de solución de problemas relacionados con la dinámica.

1. Identifica el objeto del problema cuyo estado de movimiento se quiere analizar.
2. Identifica todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.
3. Utiliza el modelo de partícula material, de modo que puedas suponer que todas las fuerzas que actúan sobre el objeto lo hacen en un punto.
4. Establece un sistema de referencia cuyo origen sea el punto que representa la partícula material (objeto). Los ejes deben orientarse de manera que la solución del problema resulte más sencilla.
5. Muestra en el sistema de referencia todas las fuerzas que actúan sobre el objeto. Esta representación recibe el nombre de **diagrama de cuerpo libre** o aislado. Para problemas donde se involucra más de un objeto, se debe trazar un diagrama de cuerpo libre para cada uno de ellos.
6. Aplica la segunda ley de Newton, $\Sigma F = ma$, en la forma de componentes y resuelve las ecuaciones que resulten; esto es:

$$\sum F_x = ma_x; \quad \sum F_y = ma_y$$

Debido a que la aceleración que experimenta un objeto se debe a la fuerza neta del conjunto de fuerzas que se ejercen sobre él, es importante saber cómo determinar la fuerza neta. El siguiente cuadro te permitirá identificar los tipos de fuerzas más comunes:

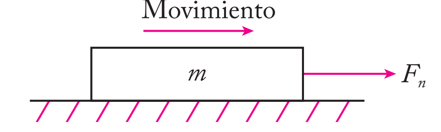
Fuerza	Símbolo	Definición	Dirección y sentido
Peso	ω	Fuerza de largo alcance producida por la atracción gravitacional entre dos objetos, uno de ellos de gran masa; por lo regular, la Tierra y un objeto.	Vertical hacia abajo y hacia el centro de la Tierra. *a*) ω *b*) m ω *c*) ω
Normal	N	Fuerza de contacto que ejerce la superficie sobre un objeto.	Perpendicular y hacia fuera de la superficie *a*) N *b*) 90° N
Fricción cinética	f_k	Fuerza de contacto que se opone al deslizamiento de un objeto sobre una superficie.	Paralela a la superficie y opuesta al movimiento. *a*) Movimiento f_k *b*) Movimiento f_{rk} *c*) Movimiento f_{rk} *d*) Movimiento f_{rk}

Fuerza	Símbolo	Definición	Dirección y sentido
Tensión	T	Tirón ejercido por un resorte, cuerda o cable cuando está unido o atado a un objeto y se tensiona.	Hacia fuera del objeto y paralela al resorte, cuerda o cable en el punto de unión.
Empuje	F	Término general que se da a las fuerzas que mueven objetos, tales como autos, aviones y personas.	En la misma dirección y sentido del objeto contra cualquier fuera resultante.

Ejemplo 3.3 (Movimiento horizontal) Calcula la magnitud de la fuerza neta que se debe aplicar sobre un objeto de 10 kg para que se mueva con una aceleración de 1.4 m/s^2.

Solución

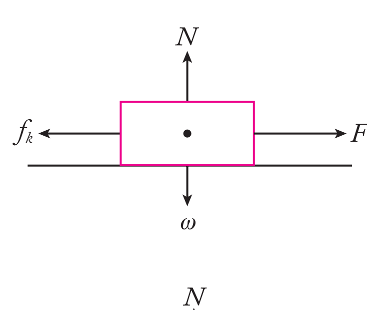
$$F_n = ma$$
$$F_n = 10\text{ kg}(1.4\text{ m/s}^2)$$
$$F_n = 14\text{ N}$$

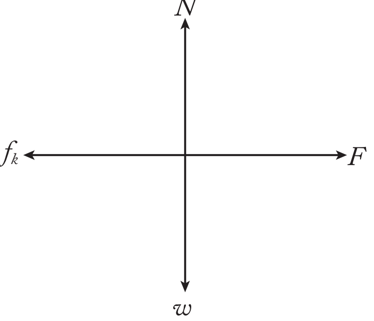


Ejemplo 3.4 Calcula la magnitud de la fuerza horizontal que se debe aplicar sobre un objeto de 10 kg para que se deslice con velocidad constante sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinético es 0.20.

Solución

Primero debemos trazar el diagrama de cuerpo libre.





De acuerdo con la segunda ley de Newton, en el eje *y*:

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$N - \omega = 0$$
$$N = \omega$$
$$N = mg$$
$$N = 10\text{ kg }(9.80\text{ m/s}^2)$$
$$N = 98.0\text{ N}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$N = 98\text{ N}$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton, en el eje *x*:

$$\Sigma F_x = ma_x$$
$$F - f_k = ma$$

Luego:

$$F = 0 + f_k$$
$$F = f_k$$
$$F = \mu_k N$$
$$F = 0.20(98\text{ N})$$
$$F = 19.6\text{ N}$$

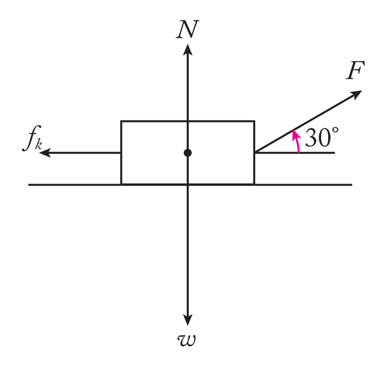
Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

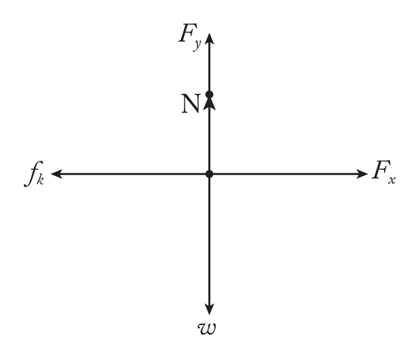
$$F = 20\text{ N}$$

Ejemplo 3.5 Sobre un objeto de 18.0 kg que se desliza sobre una superficie horizontal se aplica una fuerza de 40.0 N a 30° con la horizontal. Calcula la aceleración del objeto si el coeficiente de fricción cinético es de 0.10.

Solución

Diagrama de cuerpo libre.





De acuerdo con la segunda ley de Newton, en el eje *y*:

$$\Sigma F_y = 0$$
$$N + F_y - \omega = 0$$

Luego:

$$N = \omega - F_y$$

Donde:

$$F_y = F \operatorname{sen} \theta$$

Por lo tanto:

$$N = \text{mg} - F \operatorname{sen} \theta,$$
$$N = 18.0\text{ kg }(9.80\text{ m/s}^2) - 40.0 \operatorname{sen} 30°$$
$$N = 156.4$$

Redondeamos tres cifras significativas para obtener:

$$N = 156\text{ N}$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton, para el eje *x:*

$$\Sigma F_x = ma_x$$
$$F_x - f_k = ma$$

Luego:

$$a = \frac{F_x - f_k}{m}$$

Donde:

$$F_x = F\cos\theta \quad \text{y} \quad f_k = \mu_k N$$

Por lo tanto:

$$a = \frac{F\ \cos\theta - \mu_k N}{m}$$

$$a = \frac{40.0\text{N}(\cos 30°) - 0.10(156\text{N})}{18.0\text{ kg}}$$

$$a = 1.05\text{m/s}^2$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$a = 1.0\text{ m/s}^2, \text{ o también: } a = 1.1\text{ m/s}^2$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

En los siguientes ejercicios, considera que $g = 9.80$ m/s^2

1. Una fuerza neta de 120 N actúa sobre un objeto de 30 kg. Calcula la magnitud de la aceleración del objeto.
a) 0.25 m/s^2
b) 4.0 m/s^2
c) 4.5 m/s^2
d) 5.0 m/s^2

b) 4.0 m/s^2

2. Calcula la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre un objeto de 15.0 kg.
a) 145 N
b) 140 N
c) 138 N
d) 147 N

d) 147 N

3. Calcula el peso de una persona de 20.0 kg.
a) 150 N
b) 185 N
c) 196 N
d) 190 N

c) 196 N

4. Calcula el peso de un objeto de 40.0 kg.
a) 392 N
b) 390 N
c) 295 N
d) 400 N

a) 392 N

5. El peso de una persona es de 687 N. Calcula su masa si estuviera en la Luna ($g_L = 1.62$ m/s^2).
a) 75.6 kg
b) 424 kg
c) 68.5 kg
d) 70.1 kg

d) 70.1 kg

6. Una fuerza neta 30 N acelera un objeto a razón de 5.0 m/s^2. Determina su peso.
a) 55 N
b) 60 N
c) 54 N
d) 59 N

d) 59 N

7. Una fuerza neta de 16.0 N acelera un objeto a razón de 1.6 m/s^2. Calcula la fuerza que se debe aplicar para que se acelere a razón de 2.0 m/s^2.

a) 15 N
b) 20 N
c) 19 N
d) 25 N

b) 20 N

8. Un objeto de 10 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal.

a) Si se le aplica una fuerza horizontal de 30 N y no se mueve, determina la magnitud de la fricción estática.

a) 0 N
b) 98 N
c) 30 N
d) 40 N

c) 30 N

b) Si se le aplica una fuerza horizontal de 75 N, determina si el objeto se mueve. $\mu_s = 0.82$.

a) No se mueve
b) Sí se mueve

9. Se ejerce una fuerza horizontal de 30.0 N sobre una caja de 12.0 kg y ésta se desliza con velocidad constante sobre una superficie horizontal. Determina el coeficiente de fricción cinético.

a) 0.201
b) 0.304
c) 0.283
d) 0.255



d) $\mu_k = 0.255$

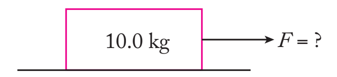
10. Sobre un bloque de 20.0 kg que se desliza sobre una superficie horizontal, se le aplica una fuerza paralela a la superficie de 100 N. Calcula la aceleración del bloque si el coeficiente de fricción cinético es de 0.350.



a) 1.57 m/s²
b) 1.40 m/s²
c) 1.65 m/s²
d) 2.00 m/s²



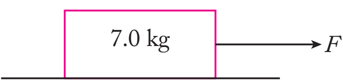
11. Una caja de 10.0 kg se desliza sobre una superficie horizontal con una aceleración de 1.20 m/s² por la acción de una fuerza paralela a la superficie. Si el coeficiente de fricción cinético es de 0.320, determina la magnitud de la fuerza.



a) 52.3 N
b) 48.5 N
c) 43.4 N
d) 40.8 N

c) 43.4 N

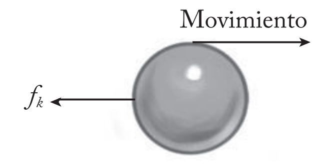
12. Un bloque de 7.0 kg se desliza horizontalmente con velocidad constante por la acción de una fuerza paralela a la superficie de 26 N. Calcula el coeficiente de fricción cinético.



a) $\mu_k = 0.38$
b) $\mu_k = 0.27$
c) $\mu_k = 0.32$
d) $\mu_k = 0.30$

a) $\mu_k = 0.38$

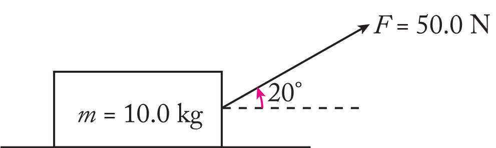
13. Una bola de boliche se lanza con una velocidad inicial de 6.0 m/s y rueda 30 m sobre una superficie horizontal antes de detenerse. Determina el coeficiente de fricción por rodadura.



a) 0.025
b) 0.032
c) 0.061
d) 0.042

c) 0.061

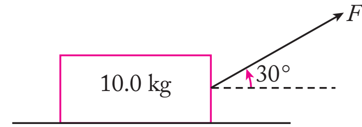
14. Un bloque de 10.0 kg se desliza sobre una superficie horizontal por la acción de una fuerza de 50.0 N inclinada 20° con la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinética es 0.400, calcula la aceleración del bloque.



a) 1.46 m/s^2
b) 1.2 m/s^2
c) 1.40 m/s^2
d) 1.90 m/s^2



15. Un bloque de 10.0 kg se desliza sobre una superficie horizontal por la acción de una fuerza de 40.0 N a 30° con respecto a la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinético es 0.200, calcula la aceleración.



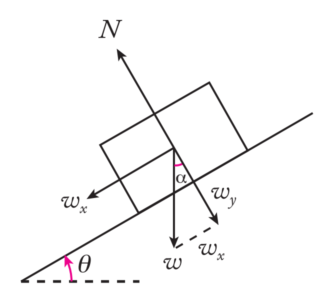
a) 1.90 m/s^2
b) 1.75 m/s^2
c) 1.80 m/s^2
d) 1.98 m/s^2

a) 1.90 m/s^2

Ejemplo 3.6 (Plano inclinado) Un bloque de 8.0 kg se mueve hacia arriba sobre un plano inclinado 30° con respecto a la horizontal debido a la acción de una fuerza paralela al plano. Si el coeficiente de fricción cinético es 0.35, resuelve los siguientes problemas:

a) Calcula la magnitud de la componente ω_x del peso.

Solución



Como $\theta = \alpha$, entonces:

$$\text{sen}\theta = \frac{\omega_x}{\omega}$$

Luego:

$$\omega \,\text{sen}\theta = \omega_x$$

$$\omega_x = mg\,\text{sen}\theta$$

$$\omega_x = 8.0\left(9.80\,\text{m/s}^2\right)\text{sen}\,30°$$

$$\omega_x = 39.2\text{N}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$\omega_x = 39\text{N}$$

b) Calcula la magnitud de la componente ω_y del peso.

Solución

De acuerdo con la figura anterior:

$$\cos\theta = \frac{\omega_y}{\omega}$$

Luego:

$$\omega_y = \omega\cos\theta$$

$$\omega_y = mg\cos\theta$$

$$\omega_y = 8.0\,\text{kg}\left(9.80\,\text{m/s}^2\right)\cos 30°$$

$$\omega_y = 67.9\text{N}$$

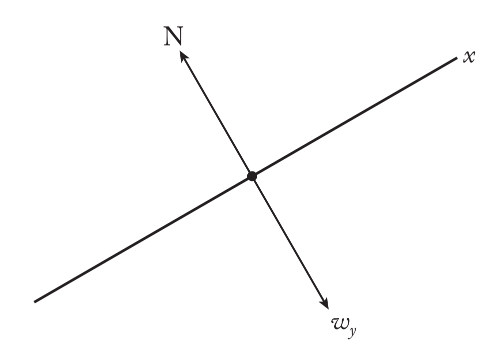
Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$\omega_y = 68\text{N}$$

c) Calcula la magnitud de la fuerza normal.

Solución

De acuerdo con la figura anterior y con la segunda ley de Newton en el eje *y*, tenemos:



$$\sum F_y = 0$$

$$N - \omega_y = 0$$

$$N = \omega_y$$

$$N = 68\text{ N}$$

d) Calcula la magnitud de la fuerza de fricción cinética.

Solución

$$f_k = \mu_k N$$

$$f_k = 0.35\left(68\text{ N}\right)$$

$$f_k = 23.8\text{ N}$$

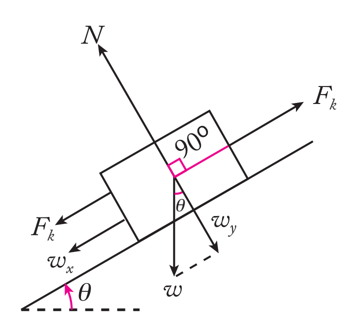
Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

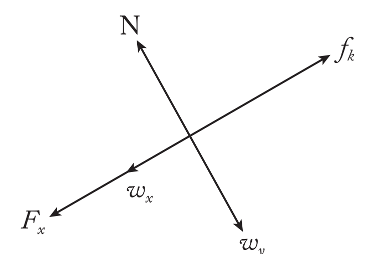
$$f_k = 24\text{ N}$$

e) Calcula la magnitud de la fuerza paralela al plano que hacia arriba se debe ejercer sobre el bloque par que se deslice con una aceleración de 1.0 m/s^2.

Solución

Diagrama de cuerpo libre:





De acuerdo con la segunda ley de Newton, para el eje x:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$F - w_k - f_k = ma$$

$$F = ma + w_x + f_k$$

$$F = 8.0\ kg\ (1.0\,\text{m/s}^2) + 39\ \text{N} + 24\ \text{N}$$

$$F = 71\ \text{N}$$

Ángulo de reposo y deslizamiento uniforme

Cuando un objeto sobre un plano inclinado empieza a deslizarse hacia abajo por la acción de su peso, el ángulo que se forma por el plano y la horizontal se conoce como **ángulo de reposo**.

Este ángulo se relaciona con el coeficiente de fricción estático como se demostrará a continuación.

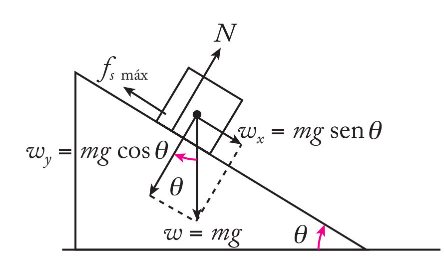


Figura 3.16

Cuando el bloque empieza a deslizarse, la magnitud de la componente del peso paralela al plano, o sea ω_x, debe ser igual que la fuerza de fricción estática máxima, de modo que:

$$w_x = f_{s\,MÁX}$$

$$mg\,\text{sen}\,\theta = \mu_s N$$

$$mg\,\text{sen}\,\theta = \mu_s mg\ \cos\theta$$

Al despejar μ_s resulta:

$$\mu_s = \frac{\text{sen}\ \theta}{\cos\ \theta}$$

Por trigonometría sabemos que:

$$\frac{\text{sen}\ \theta}{\cos\ \theta} = \tan\theta$$

Entonces:

$$\mu_s = \tan\ \theta$$

En lo sucesivo, al ángulo de reposo lo denotaremos por θ_r.

Del mismo modo, si para un ángulo θ_u un objeto sobre un plano inclinado se desliza hacia abajo con velocidad constante, podemos demostrar que:

$$\mu_k = \tan\ \theta_u$$

θ_u se denomina **ángulo de deslizamiento uniforme**.

Ejemplo 3.7 El ángulo de deslizamiento uniforme de una caja colocada sobre la superficie de un plano inclinado es de 20°. Determina el coeficiente de fricción cinético.

Solución

$$\mu_k = \tan\ \theta_m$$

$$\mu_k = \tan\ 20°$$

$$\mu_k = 0.3639$$

Redondeamos a tres cifras significativas para obtener:

$$\mu_k = 0.364$$

Ejemplo 3.8 El ángulo de reposo de un objeto colocado sobre la superficie de un plano inclinado es de 30°. Determina el coeficiente de fricción estático.

Solución

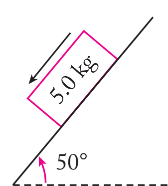
$$\mu_s = \tan\ \theta_r$$

$$\mu_s = \tan\ 30°$$

$$\mu_s = 0.577$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

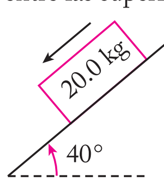
1. Una caja de 5.0 kg se desliza hacia abajo por la acción de su propio peso por un plano inclinado a 50° con la horizontal. Si su aceleración es de 5.6 m/s^2, calcula el coeficiente de fricción cinético.



a) 0.20
b) 0.18
c) 0.30
d) 0.40

c) $\mu_k = 0.30$

2. El ángulo de reposo de un objeto colocado sobre una tabla es de 38°. Determina el coeficiente de fricción estático entre las superficies en contacto.



a) $\mu_s = 0.45$
b) $\mu_s = 0.78$
c) $\mu_s = 0.60$
d) $\mu_s = 0.65$

b) $\mu_s = 0.78$

3. Un esquiador de 70.0 kg se desliza hacia abajo por la acción de su propio peso por una pendiente de 36°. Si el coeficiente de fricción cinético es 0.140, determina la aceleración del esquiador.



a) 4.65 m/s^2
b) 4.04 m/s^2
c) 3.85 m/s^2
d) 5.00 m/s^2

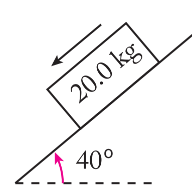
a) 4.65 m/s^2

4. El ángulo de deslizamiento uniforme de una caja de metal sobre una tabla de roble es de 26°. Determina el coeficiente de fricción cinético entre las superficies.

a) 0.40
b) 0.29
c) 0.49
d) 0.42

c) 0.49

5. Un objeto de 20.0 kg se desliza hacia abajo por la acción de su propio peso por un plano inclinado a 40° con la horizontal. Determina la aceleración del bloque si el coeficiente de fricción cinético es 0.240.

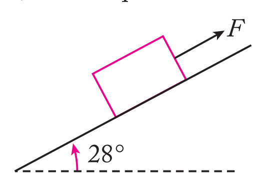


a) 5.20 m/s^2
b) 4.50 m/s^2
c) 4.00 m/s^2
d) 5.42 m/s^2

b) 4.50 m/s^2

6. Un bloque de 30.0 kg está sobre un plano inclinado de 28° con la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinético entre las superficies en contacto es de 0.200, calcula la magnitud de la fuerza paralela al plano que se requiere aplicar sobre el bloque para que:

a) El bloque suba con velocidad constante.



a) 200 N
b) 190 N
c) 182 N
d) 205 N

b) 190 N

b) El bloque suba con una aceleración de 1.60 m/s^2.
- *a)* 238 N
- *b)* 250 N
- *c)* 225 N
- *d)* 220 N

a) 238 N

7. Un objeto de 10.0 kg está sobre un plano inclinado a 15° con respecto a la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinético es 0.200, determina la fuerza paralela al plano que se debe aplicar sobre el objeto para que:

a) El objeto suba con velocidad constante.
- *a)* 44.3 N
- *b)* 40.0 N
- *c)* 49.5 N
- *d)* 50.0 N

a) 44.3 N

b) El objeto suba con una aceleración de 2.00 m/s^2.
- *a)* 60.0 N
- *b)* 69.5 N
- *c)* 64.3 N
- *d)* 70.0 N

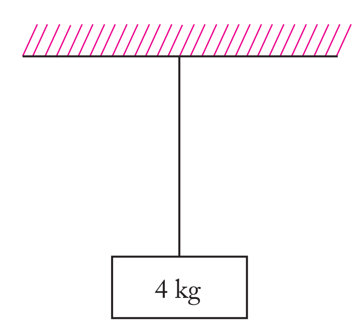
c) 64.3 N

Movimiento de objetos que cuelgan del extremo de una cuerda o cable

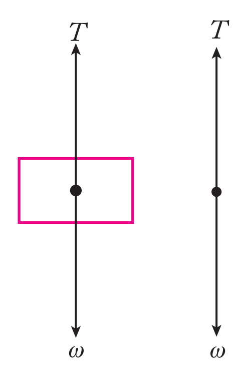
Ejemplo 3.9 Si un objeto de 4.0 kg cuelga del extremo de una cuerda, calcula:

a) La tensión en la cuerda si el objeto sube con una aceleración de 0.80 m/s^2.

Solución



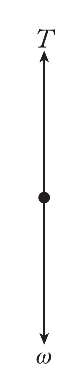
Si se jala un cuerpo por medio de un cable o cuerda atada o unida a él, ésta ejerce una fuerza sobre dicho cuerpo que actúa hacia fuera de él y es paralela a la cuerda en el punto de unión. La magnitud de este tipo de fuerzas se llama *tensión* y se representa generalmente por la letra T.
Diagrama de cuerpo libre:



Si consideramos la dirección positiva hacia arriba, de acuerdo con la segunda ley de Newton resulta:

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$T - \omega = ma$$
$$T = ma + \omega$$
$$T = ma + mg$$
$$T = m(a + g)$$
$$T = 4.0 \text{ kg}(0.80 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2)$$
$$T = 42.4 \text{ N} \approx 42 \text{ N}$$

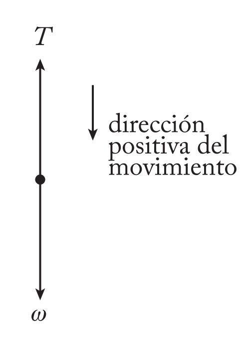
b) Calcula la tensión en la cuerda si sube con velocidad constante.



$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$T - \omega = 0$$
$$T = \omega$$
$$T = mg$$
$$T = 4.0 \text{ kg}(9.80 \text{ m/s}^2)$$
$$T = 39.2 \text{ N} \approx 39 \text{ N}$$

c) La tensión en la cuerda si baja con una aceleración de 0.80 m/s^2.

Solución



Si consideramos la dirección positiva del movimiento hacia abajo y de acuerdo con la segunda ley de Newton tenemos:

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$\omega - T = ma$$

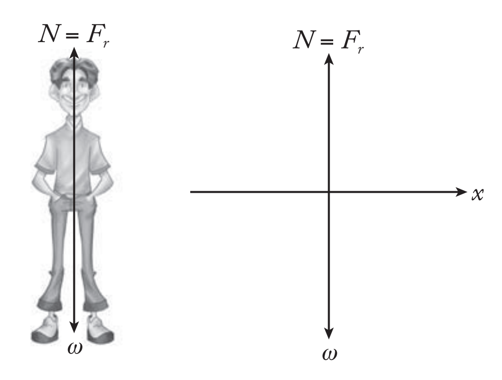
Luego:

$$\omega - ma = T$$
$$T = mg - ma$$
$$T = m(g - a)$$
$$T = 4.0 \text{ kg}(9.80 \text{ m/s}^2 - 0.80 \text{ m/s}^2)$$
$$T = 36 \text{ N}$$

Ejemplo 3.10 Jorge pesa 50.0 kg y está parado sobre una balanza de resorte. Determina la lectura de la balanza.

Solución

La siguiente figura nos muestra las fuerzas que actúan sobre Jorge.



La fuerza hacia arriba que ejerce la balanza sobre Jorge es la fuerza del resorte y, dado que está en reposo, de acuerdo con la segunda ley de Newton, tenemos:

$$F_{res} - \omega = 0$$

$$F_{res} = \omega$$

$$F_{res} = mg$$

$$F_{res} = 50.0 \text{ kg}(9.80 \text{ m/s}^2)$$

$$F_{res} = 490 \text{ N}$$

Hemos determinado que la magnitud de la fuerza del resorte es igual al peso de Jorge; esto significa que una balanza de resortes mide el peso y no la masa. Si Jorge estuviera en la Luna, la compresión del resorte sería diferente y la lectura de la balanza sería:

$$F_{res} = mg_L$$

$$F_{res} = 50.0 \text{ kg } (1.6 \text{ m/s}^2)$$

$$F_{res} = 80 \text{ N}$$

Nota: La aceleración de la gravedad en la Luna es de 1.6 m/s^2.

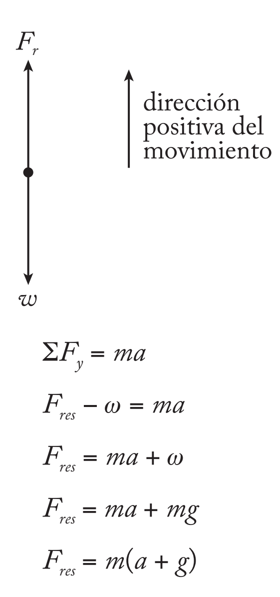
Peso aparente

Imagina que estás parado sobre una balanza de resortes en un ascensor. Mientras el ascensor esté en reposo o tenga una velocidad constante, la lectura de la balanza corresponde a la magnitud de tu peso.

Si el ascensor se acelera, la lectura de la balanza no representará tu peso real. Este hecho lo demostraremos a continuación.

Primero supongamos que el ascensor sube con una aceleración constante *a*.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, tenemos:



$$\Sigma F_y = ma$$

$$F_{res} - \omega = ma$$

$$F_{res} = ma + \omega$$

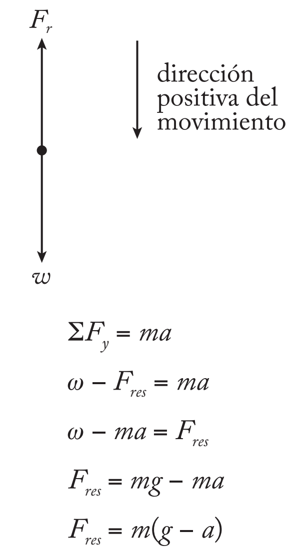
$$F_{res} = ma + mg$$

$$F_{res} = m(a + g)$$

De acuerdo con la expresión anterior, la lectura de la balanza indicaría una fuerza mayor que la de tu peso; esto significa que el peso presiona más fuerte sobre tus pies, o sea, te sientes más pesado.

Veamos qué sucede si el ascensor se acelera uniformemente hacia abajo.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, tenemos:



$$\Sigma F_y = ma$$

$$\omega - F_{res} = ma$$

$$\omega - ma = F_{res}$$

$$F_{res} = mg - ma$$

$$F_{res} = m(g - a)$$

De acuerdo con la expresión anterior, la lectura de la balanza es menor que la magnitud de tu peso, por lo que te sentirás más ligero.

A la fuerza ejercida por una balanza de resortes sobre una persona u objeto cuando el ascensor está acelerado se le llama **peso aparente**.

Imagina ahora que el cable que sostiene el ascensor se rompe. En esta situación, la balanza contigo sobre ella

aceleraría con $a = -g$. De acuerdo con la solución obtenida cuando el ascensor sube, tenemos:

$$F_{res} = m(g + a)$$

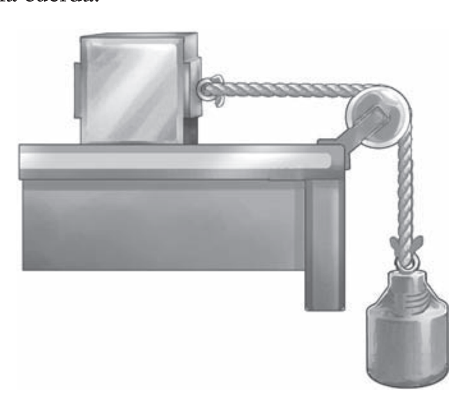
$$F_{res} = 0$$

Cuando el cable del ascensor se rompe, la lectura de la balanza indicaría cero; o sea, tu peso aparente sería cero y podríamos decir que estás ingrávido, esto significa que no existen fuerzas de contacto empujando sobre ti; sin embargo, de ninguna manera significa que tu peso sea de magnitud cero.

A continuación resolveremos problemas de aplicación de la segunda ley de Newton con dos objetos. Este tipo de problemas se resuelven trazando un diagrama de cuerpo libre para cada objeto y después se aplica la segunda ley de Newton para cada uno de ellos.

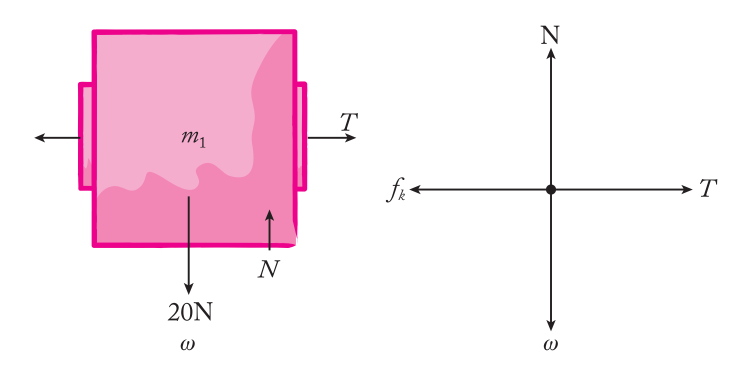
Ejemplo 3.11 En el sistema que se ilustra en la siguiente figura, considera que la masa de la cuerda y de la polea son despreciables y que la superficie de la polea sino tiene fricción.

Si m_1 = 20.0 kg, m_2 = 10.0 kg y el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la superficie es 0.200, determina la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda.



Si no se consideran los efectos de la polea, las magnitudes de las tensiones en cada extremo de la cuerda son iguales y dado que los objetos están unidos por la misma cuerda, sus aceleraciones, respectivamente, son de igual magnitud.

Diagrama de cuerpo libre para la masa m_1.



De acuerdo con la segunda ley de Newton, en el eje y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N - \omega_1 = 0$$

$$N = \omega_1$$

$$N = m_1 g$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton, en el eje x:

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$T - f_k = ma$$

$$T - \mu_k N = ma$$

$$T - \mu_k mg = ma$$

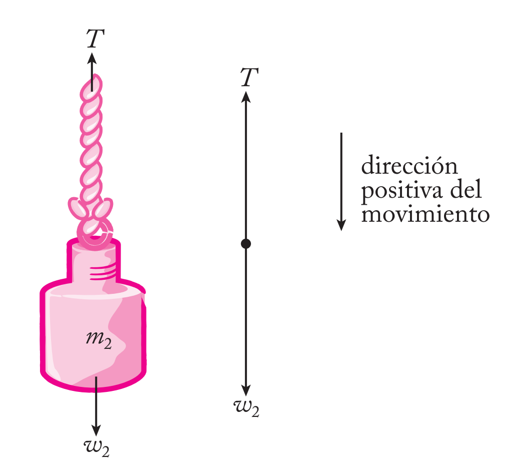
$$T - 0.200\ (20.0\ \text{kg})\ (9.80\ \text{m/s}^2) = (20.0\ \text{kg})\ a$$

$$T - 39.2\ \text{N} = 20.0\ \text{kg}\ a$$

Dado que desconocemos la magnitud de T y de a, necesitamos otra ecuación para calcular sus valores.

Apliquemos la segunda ley de Newton para el bloque de masa m_2.

Diagrama de cuerpo libre para m_2.



$$\Sigma F_y = ma$$

$$\omega_k - T = ma$$

$$m_2 g - T = ma$$

$$10.0\ \text{kg}\ (9.80\ \text{m/s}^2) - T = (10.0\ \text{kg})a$$

$$9.80\ \text{N} - T = 10.0\ \text{kg}\ a$$

Resolvamos el sistema de ecuaciones que obtuvimos al aplicar las leyes de Newton para ambas masas.

$$T - 39.2 = 20.0\ a$$

$$-T + 9.80 = 10.0\ a$$

Sumamos miembro a miembro ambas ecuaciones:
58.0 N = 30.0 kg a

$$a = \frac{58.0\text{ N}}{300\text{ kg}}$$

$$a = 1.96\text{ m/s}^2$$

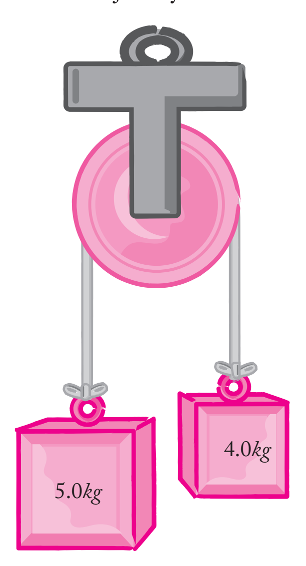
Calculemos ahora la magnitud de la tensión:

$$T - 39.2\text{ N} = 20.0\ a$$

$$T = 20.0\text{ kg}(1.96\text{ m/s}^2) + 39.2\text{ N}$$

$$T = 78.4\text{ N}$$

Ejemplo 3.12 Dos objetos de 4.0 y 5.0 kg, respectivamente, están atados a los extremos de una cuerda y ésta se desliza por una polea sin fricción. Si las masas de la cuerda y de la polea son despreciables, determina la aceleración de los objetos y la tensión en la cuerda.

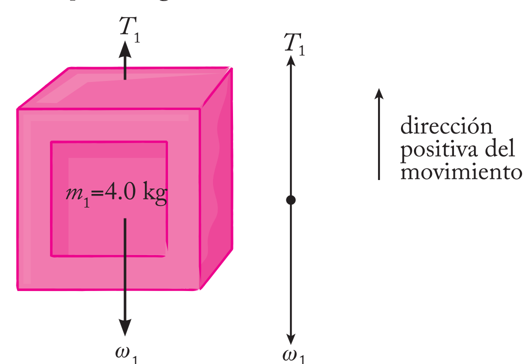


Solución

Si no se consideran los efectos de la polea, la tensión en cada extremo de la cuerda es la misma, y como los objetos están unidos por la misma cuerda, las magnitudes de sus aceleraciones son de igual magnitud.

Debido a la diferencia de la magnitud de las masas, es obvio que el objeto de 5.0 kg se mueve hacia abajo, mientras que el de 4.0 kg hacia arriba. Apliquemos la segunda ley de Newton para cada objeto.

Diagrama de cuerpo libre por el objeto de 4.0 kg. Sea m_1 = 4.0 kg.



Dirección positiva del movimiento.

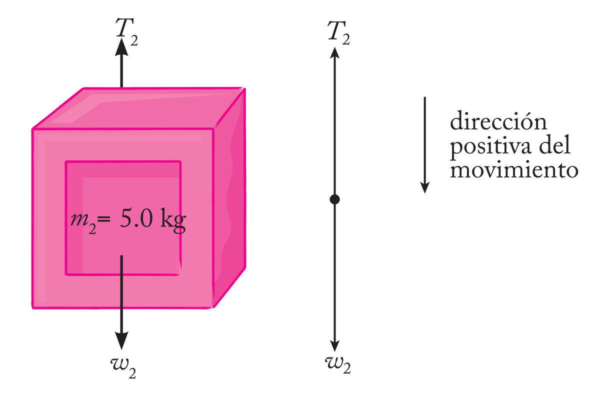
$$\Sigma F_y = 0$$

$$T_1 - \omega_1 = m_1 a$$

$$T_1 - m_1 g = m_1 a$$

$$T_1 - m_1 a + m_1 g$$

Diagrama de cuerpo libre para el objeto de 5.0 kg.



$$\Sigma F_y = ma$$

$$\omega_2 - T_2 = m_2 a$$

$$\omega_2 - m_2 a = T$$

$$T_2 = m_2 g - m_2 a$$

Dado que $T_1 = T_2$, entonces:

$$m_1 a + m_1 g = m_2 g - m_2 a$$

$$m_1 a + m_2 a = m_2 g - m_1 g$$

$$a(m_1 + m_2) = g\,(m_2 - m_1)$$

$$a = \frac{g\left(m_2 - m_1\right)}{m_1 + m_2}$$

Por lo tanto:

$$a = \frac{9.80\,\text{m/s}^2\left(5.0\,\text{kg} - 4.0\,\text{kg}\right)}{5.0\,\text{kg} + 4.0\,\text{kg}}$$

$$a = 1.09\text{ m/s}^2$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$a = 1.1\text{ m/s}^2$$

Calculemos ahora la tensión en la cuerda.

$$T = m_1 a + m_1 g$$

$$T = 4.0\text{ kg}(1.1\text{ m/s}^2) + 4.0\text{ kg }(9.80\text{ m/s}^2)$$

$$T = 43.6\text{ N}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$T = 44\text{ N}$$

Ejemplo 3.13 Dos objetos están conectados por una cuerda de masa despreciable que corre sobre una polea también de masa despreciable y sin fricción, como lo ilustra la figura.

Si m_1 = 6.00 kg, m_2 = 10.0 kg y el coeficiente de fricción cinético entre el objeto de masa m_1 y la superficie es de 0.400, calcula la aceleración del sistema.

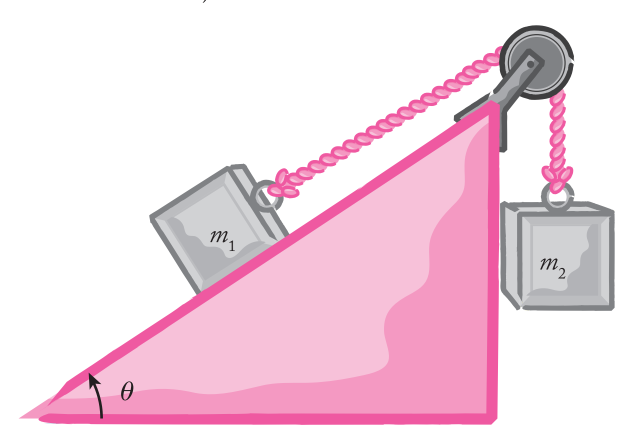
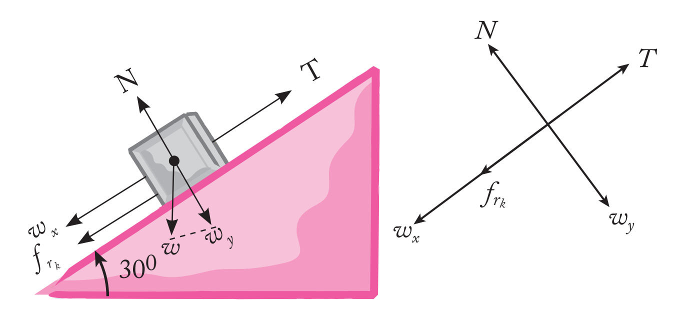


Diagrama de cuerpo libre para el objeto de masa m_1 = 6.00 kg.



Calculemos la magnitud de ω_x, ω_y, N y f_k.

$$\omega_x = mg \text{ sen } \theta$$

$$\omega_x = 6.00 \text{ kg } (9.80 \text{ m/s}^2) \text{ sen } 30°$$

$$\omega_x = 29.4 \text{ N}$$

$$\omega_y = mg \cos \theta$$

$$\omega_y = 6.00 \text{ kg } (9.80 \text{ m/s}^2) \cos 30°$$

$$\omega_7 = 50.9 \text{ N}$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton, en el eje y:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N - \omega_y = 0$$

$$N = \omega_y$$

$$N = 50.9 \text{ N}$$

Calculemos ahora la magnitud de la fricción cinética:

$$f_k = \mu_k N$$

$$f_k = 0.400 \text{ } (50.9 \text{ N})$$

$$f_k = 20.4 \text{ N}$$

Calculemos la magnitud de la aceleración. De acuerdo con la segunda ley de Newton para el eje x:

$$\Sigma F_x = ma$$

$$T - f_k - \omega_x = m_1 a$$

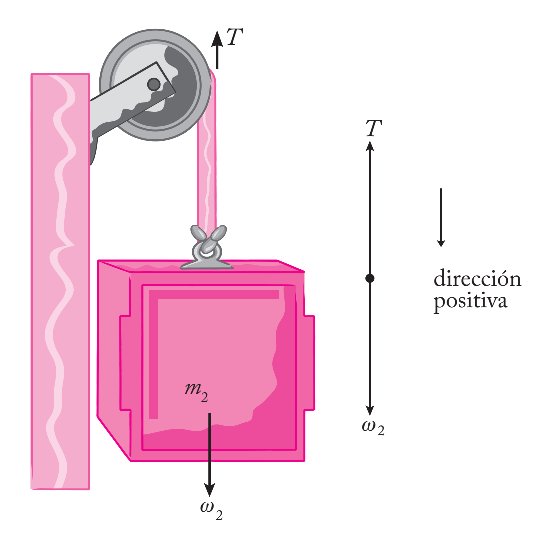
$$T - 20.4 \text{ N} - 50.9 \text{ N} = 6.00 \text{ kg } a$$

$$T - 71.3 \text{ N} = 6.00 \text{ kg } a$$

$$T - 71.3 \text{ N} = 6.00 \text{ kg } a$$

Dado que desconocemos la magnitud de T y a, necesitamos otra ecuación para calcular dichos valores. Analicemos el diagrama de cuerpo libre para el objeto de 10.0 kg.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, para el objeto de masa m_2 tenemos:



Como el bloque se mueve hacia abajo, entonces:

$$\omega_2 - T = m_2 a$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$10.0 \text{ kg } (9.80 \text{ m/s}^2) - T = 10.0 \text{ kg } a$$

$$98.0 \text{ N} - T = 10.0 \text{ kg } a$$

Resolvamos a continuación el sistema de cauciones obtenido.

$$T - 71.3 \text{ N} = 6.00 \text{ kg } a$$

$$-T + 98.0 \text{ N} = 10.0 \text{ kg } a$$

Sumamos miembro a miembro ambas ecuaciones:

$$26.7 \text{ N} = 16.0 \text{ } a$$

$$a = \frac{26.7 \text{ N}}{16.0 \text{ kg}}$$

$$a = 1.67 \text{ m/s}^2$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Calcula la tensión en el cable de un elevador de 500 kg, si:

a) Sube con una aceleración de 0.60 m/s^2.
- *a)* 5.2×10^3 N
- *b)* 4.9×10^3 N
- *c)* 5.6×10^3 N
- *d)* 4.6×10^3 N

a) 5.2×10^3 N

b) Baje con una aceleración de 0.60 m/s^2.
- *a)* 5.2×10^3 N
- *b)* 4.9×10^3 N
- *c)* 4.0×10^3 N
- *d)* 4.6×10^3 N

d) 4.6×10^3 N

2. Calcula la tensión del cable que sostiene un elevador de 600 kg si:

a) Sube con una aceleración de 0.800 m/s^2.
- *a)* 5.35×10^3 N
- *b)* 6.45×10^3 N
- *c)* 6.36×10^3 N
- *d)* 7.05×10^3 N

c) 6.36×10^3 N

b) Baja con una aceleración de 0.800 m/s^2.
- *a)* 5.40×10^3 N
- *b)* 5.25×10^3 N
- *c)* 6.05×10^3 N
- *d)* 5.05×10^3 N

a) 5.40×10^3 N

3. Una persona de 60.0 kg está parada sobre una báscula de resorte en un ascensor. Determina la lectura de la báscula cuando:

a) El ascensor está en reposo.
- *a)* 600 N
- *b)* 570 N
- *c)* 596 N
- *d)* 588 N
- *e)* 0 N

d) 588 N

b) El ascensor sube o baja con velocidad constante.
- *a)* 600 N
- *b)* 570 N
- *c)* 596 N
- *d)* 588 N
- *e)* 0 N

d) 588 N

c) El ascensor sube con una aceleración de 1.00 m/s^2.
- *a)* 648 N
- *b)* 600 N
- *c)* 528 N
- *d)* 588 N

a) 648 N

d) El ascensor baja con una aceleración de 1.00 m/s^2.
- *a)* 648 N
- *b)* 600 N
- *c)* 528 N
- *d)* 588 N

c) 528 N

e) El cable que sostiene el ascensor se rompe.
- *a)* 600 N
- *b)* 570 N
- *c)* 596 N
- *d)* 588 N
- *e)* 0 N

e) 0 N

4. Un niño de 20.0 kg está parado sobre una báscula de resorte en un elevador. Determina su peso aparente si:

a) El elevador sube con una aceleración de 2.00 m/s^2.
- *a)* 196 N
- *b)* 236 N
- *c)* 250 N
- *d)* 200 N

b) 236 N

b) El elevador baja con una aceleración de 2.00 m/s^2.
- *a)* 151 N
- *b)* 149 N
- *c)* 165 N
- *d)* 156 N

d) 156 N

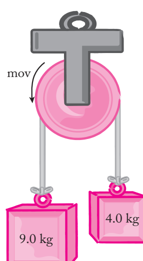
c) El cable que sostiene el elevador se rompe.
a) 196 N
b) 156 N
c) 0 N
d) 236 N

c) 0 N

d) El elevador sube o baja con velocidad constante, o está en reposo.
a) 156 N
b) 0 N
c) 196 N
d) 204 N

c) 196 N

5. Dos masas de 4.0 y 9.0 kg, respectivamente, están atadas a un cable de masa despreciable que se desliza por una polea también de masa despreciable y sin fricción. Determina:



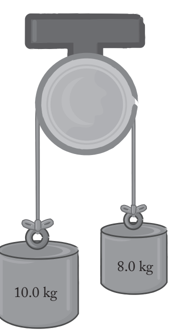
a) La aceleración de las masas.
a) 3.8 m/s^2
b) 3.0 m/s^2
c) 4.5 m/s^2
d) 3.2 m/s^2

a) 3.8 m/s^2

b) La tensión en la cuerda.
a) 54 N
b) 50 N
c) 60 N
d) 58 N

a) 54 N

6. Dos masas de 8.0 y 10.0 kg, respectivamente, están atadas a un cable de masa despreciable que se desliza por una polea también de masa despreciable y sin fricción. Determina:



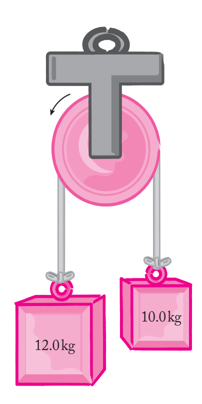
a) La aceleración del sistema.
a) 1.1 m/s^2
b) 1.4 m/s^2
c) 1.5 m/s^2
d) 1.6 m/s^2

a) 1.1 m/s^2

b) La tensión en el cable.
a) 90 N
b) 80 N
c) 87 N
d) 93 N

c) 87 N

7. Dos masas de 10.0 y 12.0 kg, respectivamente, están atadas a un cable de masa despreciable que se desliza por una polea también de masa despreciable y sin fricción. Determina:



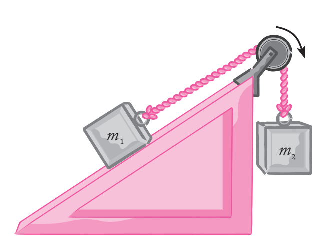
a) La aceleración de los objetos.
- *a)* 0.750 m/s^2
- *b)* 1.05 m/s^2
- *c)* 0.891 m/s^2
- *d)* 0.96 m/s^2

c) 0.891 m/s^2

b) La tensión en el cable.
- *a)* 115 N
- *b)* 107 N
- *c)* 112 N
- *d)* 95 N

b) 107 N

8. Dos objetos están atados a un cable de masa despreciable que se desliza por una polea también de masa despreciable y sin fricción. Si $m_1 = 14.0$ kg, $m_2 = 10.0$ kg, $\theta = 20°$ y el coeficiente de fricción cinético entre las superficies es 0.200, determina la aceleración de los objetos y la tensión en la cuerda.



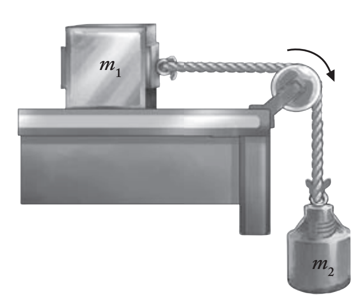
a) Aceleración
- *a)* 1.20 m/s
- *b)* 1.30 m/s
- *c)* 1.05 m/s
- *d)* 1.35 m/s

b) Tensión en la cuerda
- *a)* 90.0 N
- *b)* 82.3 N
- *c)* 87.5 N
- *d)* 80.0 N

c) 1.05 m/s

c) 87.5 N

9. En el sistema que ilustra la figura, considera despreciables la masa de la polea y de la cuerda. Asimismo, toma en cuenta que la superficie de la polea es sin fricción. Si m_1 = 16.0 kg, m_2 = 12.0 kg y el coeficiente de fricción cinético entre el objeto de masa m_1 y la superficie es 0.400, determina la aceleración de los objetos y la tensión en la cuerda.



a) Aceleración
- *a)* 1.96 m/s^2
- *b)* 2.40 m/s^2
- *c)* 1.50 m/s^2
- *d)* 2.60 m/s^2

b) Tensión en la cuerda
- *a)* 90.0 N
- *b)* 88.0 N
- *c)* 98.5 N
- *d)* 94.1 N

a) 1.96 m/s^2

d) 94.1 N

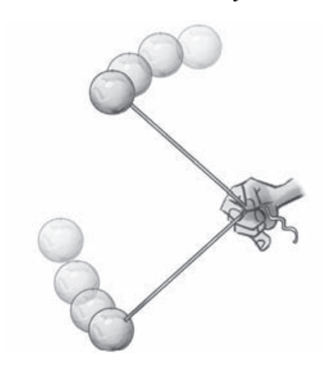
La fuerza centrípeta en el movimiento circular uniforme

Cuando un cuerpo se mueve con movimiento circular uniforme, experimenta un cambio en la dirección de su velocidad, o sea, una aceleración dirigida hacia el centro de un círculo. Por esta razón, debe haber una fuerza que lo produzca y provoque que el móvil siga una trayectoria circular. Esta fuerza es la denominada **fuerza centrípeta**, la cual está dirigida al centro del círculo. De acuerdo con la segunda ley de Newton, su magnitud está dada por la expresión:

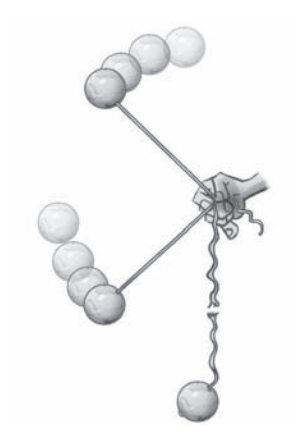
$$F = ma_c$$

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

Cuando un objeto se desplaza en movimiento circular, es importante identificar el agente que produce la fuerza centrípeta. Por ejemplo, la fuerza que mantiene a la Luna y a un satélite en órbita alrededor de la Tierra es la fuerza gravitacional que ejerce nuestro planeta sobre ellos. Si un objeto atado a un extremo de una cuerda se mueve con movimiento circular uniforme, la fuerza centrípeta es la que ejerce dicha cuerda sobre el objeto.

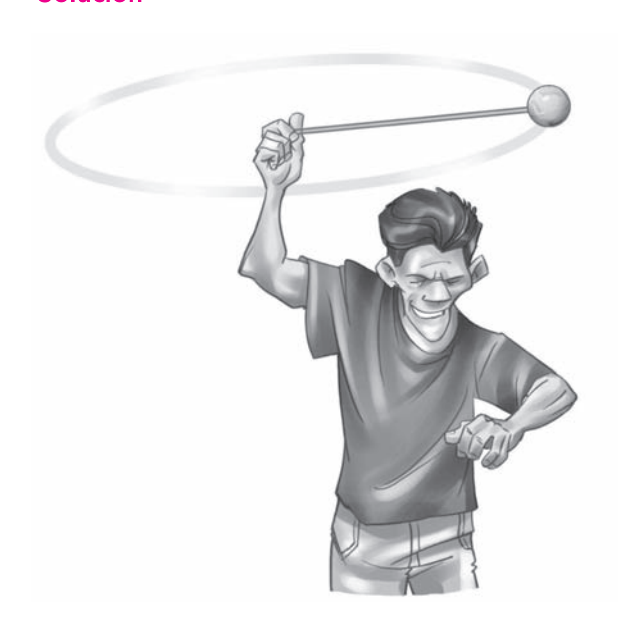


Si la fuerza centrípeta que actúa sobre un objeto desaparece, ésta ya no se moverá siguiendo una trayectoria circular, sino a lo largo de una línea recta tangente al círculo en el punto donde se dejó de ejercer la fuerza.



Ejemplo 3.14 Un objeto de 0.200 kg se ata al extremo de una cuerda de 0.60 m de largo y se hace girar con rapidez constante. Si gira 20 revoluciones en 10 segundos, calcula la magnitud de la fuerza centrípeta.

Solución



$$F = ma_c$$

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

Dado que $v = r\omega$, entonces:

$$F_c = \frac{m(r\omega)^2}{r}$$

$$F_c = \frac{mr^2\omega^2}{r}$$

$$F = mr\omega^2$$

$$F_c = mr(2\pi f)^2$$

Donde la frecuencia f está dada por

$$f = \frac{20r\omega}{10\text{s}} = 2.0\,\text{Hz}$$

Luego,

$$F_c = 0.200\,\text{kg}(.60)\left[2\pi(2.0\,\text{Hz})\right]^2 = 18.9$$

Al expresar el resultado con dos cifras significativas queda: $F_c = 19$ N.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Se ata un objeto de 1.40 kg a una cuerda de 0.800 m de largo y se hace girar en un círculo horizontal con rapidez constante. Si gira 6 revoluciones en 4.0 segundos, calcula la magnitud de la fuerza centrípeta.

a) 90 N
b) 85 N
c) 89 N
d) 99 N

d) 99 N

2. Se ata un objeto de 0.20 kg a una cuerda de 0.60 m de largo y se hace girar en un circulo horizontal con rapidez constante. Si gira a razón de 240 rpm (revoluciones por minuto), determina la magnitud de la fuerza centrípeta.

a) 80 N
b) 76 N
c) 70 N
d) 82 N

b) 76 N

3. Determina la magnitud de la fuerza centrípeta para mantener una esfera de 4.0 kg moviéndose en un círculo horizontal de 1.8 m de radio con una rapidez constante de 6.0 m/s.

a) 75 N
b) 80 N
c) 88 N
d) 85 N

b) 80 N

4. Una piedra de 0.40 kg se ata al extremo de una cuerda de 0.80 m de largo y se hace girar con rapidez constante. Si gira a razón de 72 rpm (72 revoluciones por minuto) determina la magnitud de la fuerza centrípeta.
   a) 23 N
   b) 16 N
   c) 21 N
   d) 18 N

d) 18 N

5. Determina la magnitud de la fuerza centrípeta necesaria para mantener a un patinador de 80.0 kg moviéndose con una rapidez constante de 4.00 m/s sobre una pista circular de 8.00 m de radio.
   a) 160 N
   b) 180 N
   c) 150 N
   d) 170 N

a) 160 N

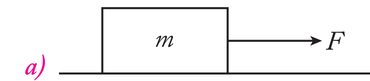
6. Elabora un listado de objetos que se encuentran en reposo o en movimiento de manera permanente o temporal en tu entorno.

Objetos en reposo	Objetos en movimiento

7. Elabora un reporte que contenga las variables consideradas importantes para comprender y analizar el estudio de las causas que originan el reposo y el movimiento de los cuerpos.

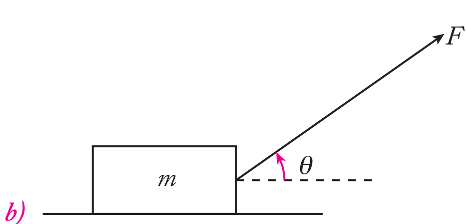
8. Dibuja el diagrama de cuerpo libre de los siguientes cuerpos en movimiento.

a)



Sin considerar la fricción. Diagrama de cuerpo libre	**Considera la fricción.** Diagrama de cuerpo libre

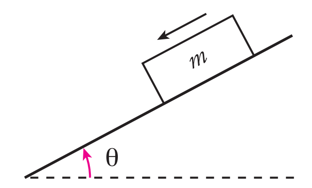
b)



Sin considerar la fricción. Diagrama de cuerpo libre	**Considera la fricción.** Diagrama de cuerpo libre

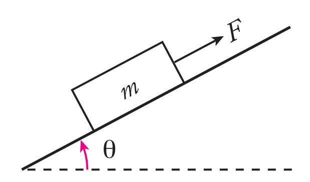
9. Dibuja el diagrama de cuerpo libre de las masas que se muestran en las siguientes figuras.

a) El objeto se desliza por la acción de su propio peso hacia abajo.



Sin considerar la fricción. Diagrama de cuerpo libre	**Considera la fricción.** Diagrama de cuerpo libre

b) El objeto sube por un plano inclinado por la acción de una fuerza F paralela a tal plano.



Sin considerar la fricción. Diagrama de cuerpo libre	**Considera la fricción.** Diagrama de cuerpo libre

10. Dibuja, considerando la fricción, el diagrama de cuerpo libre para las masas de las siguientes figuras.

a)

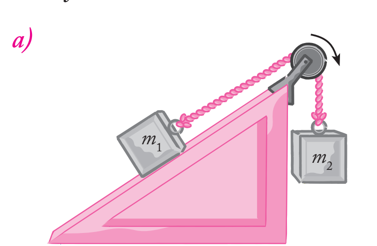


Diagrama de cuerpo libre del cuerpo de masa m_1	Diagrama de cuerpo libre del objeto de masa m_2

b)

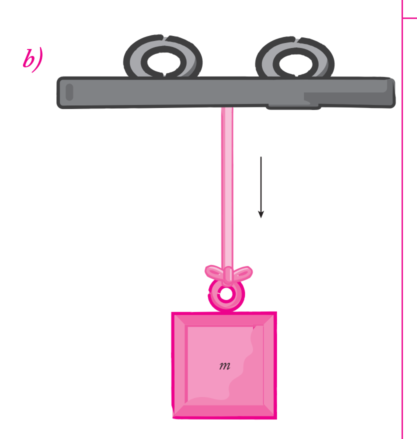


Diagrama de cuerpo libre

c)

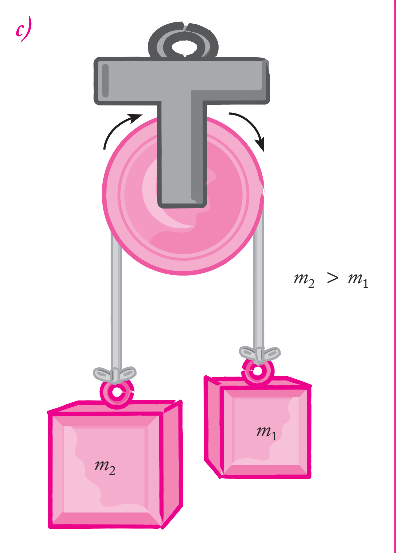
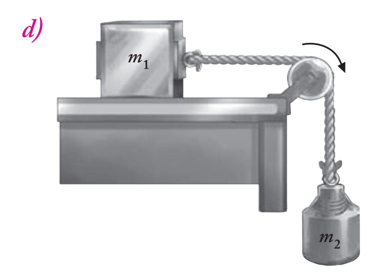


Diagrama de cuerpo libre del cuerpo de masa m_1	Diagrama de cuerpo libre del objeto de masa m_2

d)



(considera la fricción).

Diagrama de cuerpo libre del objeto de masa m_1	Diagrama de cuerpo libre del objeto de masa m_2

11. Realiza una actividad donde se puedan observar y demostrar las leyes de la dinámica.



Escribe la letra que corresponda a la respuesta correcta.

1. ( ) Estudia el movimiento de los cuerpos atendiendo las causas que lo producen o modifican.
a) Estadística
b) Cinemática
c) Dinámica
d) Termodinámica

2. ( ) Es todo aquello capaz de cambiar el estado de movimiento de un objeto o de deformarlo.
a) Aceleración
b) Masa
c) Inercia
d) Fuerza

3. ( ) Fuerza de atracción que existe entre dos objetos por el simple hecho de tener masa.
a) Fuerza nuclear fuerte
b) Fuerza gravitacional
c) Fuerza electromagnética
d) Fuerza nuclear débil

4. ( ) Propiedad que tienen los objetos de resistirse a un cambio en su estado de reposo o de movimiento con velocidad constante.
a) Peso
b) Inercia
c) Fricción
d) Ingravidez

5. ( ) Es la medida cuantitativa de la inercia.
a) Masa
b) Peso
c) Aceleración
d) Fuerza

6. ( ) "Un objeto en reposo o en movimiento con velocidad constante permanecerá en reposo o con velocidad constante a menos que sobre él actúe una fuerza neta no equilibrada." Es el enunciado de:
   a) La ley de la gravitación universal.
   b La tercera ley de Newton.
   c) La primera ley de Newton.
   d) La segunda ley de Newton.

7. ( ) "Cuando una fuerza neta no equilibrada actúa sobre un objeto, la aceleración del objeto es directamente proporcional a la fuerza neta e inversamente proporcional a la masa." Es el enunciado de:
   a) La ley de la gravitación universal.
   b) La primera ley de Newton.
   c) La segunda ley de Newton.
   d) La tercera ley de Newton.

8. ( ) Unidad de fuerza que se define como la fuerza que aplicada sobre una masa de 1 kg le produce una aceleración de 1 m/s^2.
   a) Joule
   b) Ergio
   c) Dina
   d) Newton

9. ( ) Nombre de la fuerza de atracción gravitacional que ejerce sobre un objeto otro de gran masa, como la Tierra.
   a) Fuerza normal
   b) Fuerza centrípeta
   c) Masa
   d) Peso

10. ( ) "A toda fuerza de acción le corresponde otra de reacción de igual magnitud pero en sentido contrario." Es el enunciado de:
   a) La ley de la gravitación universal.
   b) La primera ley de Newton.
   c) La tercera ley de Newton.
   d) La segunda ley de Newton.

11. ( ) Fuerza que ejerce una superficie sobre un objeto que está sobre ella. Actúa siempre perpendicularmente a la superficie que la produce.
   a) Peso
   b) Centrípeta
   c) Normal
   d) Fricción

12. ( ) Las fuerzas de acción y reacción actúan:
   a) Sobre un mismo objeto.
   b) Sobre objetos diferentes. Tienen la misma magnitud, dirección y sentido.
   c) Sobre objetos diferentes. Tienen la misma magnitud, dirección y sentido contrarios.

13. ( ) La masa de un astronauta que está en la Tierra es de 80 kg. ¿Cuál sería su masa si estuviera en la Luna? La aceleración de la gravedad en la Luna es $\frac{1}{6}$ de la aceleración de la gravedad en la Tierra.
   a) 785 N
   b) 80 kg
   c) 131 N
   d) 480 N

14. ( ) La masa de una piedra que está en la Tierra es de 15.0 kg. ¿Cuál sería su peso si estuviera en la Luna? Recuerda que $g_L = \frac{1}{6}\, g_T$.
   a) 15.0 kg
   b) 147 N
   c) 24.5 N
   d) 882 N

15. ( ) Fuerza de fricción que impide el movimiento relativo entre las superficies.
   a) Fricción rotacional
   b) Viscosidad
   c) Fricción cinética
   d) Fricción estática

16. ( ) Fuerza de fricción que se opone al desplazamiento entre las superficies en contacto. Actúa en la misma dirección que el movimiento pero en sentido contrario.
   a) Fricción estática
   b) Fricción cinética
   c) Fricción rotacional

17. ( ) Es la razón de la magnitud de la fricción estática máxima y la de la fuerza normal.
   a) Coeficiente de fricción cinético.
   b) Coeficiente de fricción estático.
   c) Coeficiente de rotación.

18. ( ) Es la razón de la magnitud de la fuerza de fricción por el deslizamiento y la fuerza normal.
   a) Coeficiente de fricción estática.
   b) Coeficiente de fricción cinético.
   c) Coeficiente de rotación.

19. ( ) Un objeto está en estado de ingravidez cuando:
   a) Su peso aparente es mayor que su peso real.
   b) Su peso aparente es menor que su peso real.
   c) Su peso aparente es cero porque está en caída libre.

20. ( ) Sobre un bloque de 8.0 kg se ejerce una fuerza neta de 20 N. Calcula la aceleración del objeto.
   a) 160 m/s^2
   b) 0.4 m/s^2
   c) 2.0 m/s^2
   d) 2.5 m/s^2

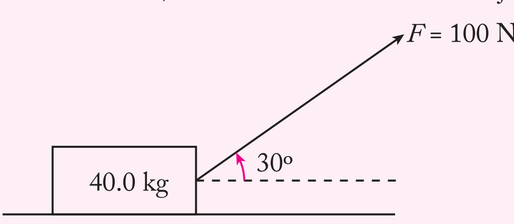
21. ( ) Un objeto se acelera a razón de 6.0 m/s^2 por la acción de una fuerza neta de 30 N. Calcula la magnitud de

la fuerza neta que se ejerce sobre el objeto si su aceleración es de 4.0 m/s^2.
a) 18 N
b) 16 N
c) 20 N
d) 24 N

22. ( ) Un objeto de 20 kg se mueve sobre una superficie horizontal con una aceleración de 0.75 m/s^2 por la acción de una fuerza paralela a la superficie. Si el coeficiente de fricción cinética es 0.20, determina la magnitud de la fuerza.
a) 54 N
b) 39.2 N
c) 46 N
d) 60 N

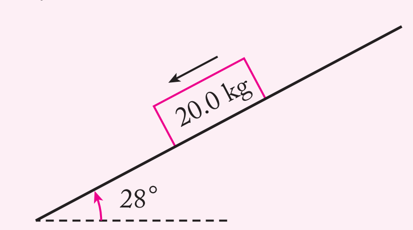
23. ( ) Sobre un objeto de 5.0 kg se aplica una fuerza de 20 N inclinada 20° respecto a la horizontal. Si el objeto se mueve sobre una superficie horizontal con velocidad constante, determina el coeficiente de fricción cinético.
a) 0.30
b) 0.21
c) 0.44
d) 0.50

24. ( ) Un objeto de 40.0 kg se mueve sobre una superficie horizontal por la acción de una fuerza de 100 N inclinada 30° respecto a la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinético es 0.120, determina la aceleración del objeto.



a) 1.50 m/s^2
b) 2.10 m/s^2
c) 1.35 m/s^2
d) 1.14 m/s^2

Un bloque de 20.0 kg se desliza hacia abajo por un plano inclinado de 28° con respecto a la horizontal. Contesta las preguntas 25 y 26.



25. ( ) Calcula la aceleración del bloque si se considera nula la fricción.
a) 3.0 m/s^2
b) 4.60 m/s^2
c) 4.05 m/s^2
d) 5.20 m/s^2

26. ( ) Calcula la aceleración del bloque si el coeficiente de fricción cinético es 0.28.
a) 1.70 m/s^2
b) 2.18 m/s^2
c) 3.40 m/s^2
d) 1.96 m/s^2

Una caja de 8.00 kg se encuentra sobre un plano inclinado 40° respecto a la horizontal. Contesta las preguntas 27 y 28.

27. ( ) Calcula la magnitud de la fuerza paralela al plano que se debe ejercer sobre la caja para que suba con velocidad constante. El coeficiente de fricción cinética es 0.400.
a) 61.6 N
b) 50.4 N
c) 74.4 N
d) 85.6 N

28. ( ) Calcula la magnitud de la fuerza paralela al plano que se debe ejercer sobre la caja para que suba con una aceleración constante de 1.40 m/s^2.
a) 89.6 N
b) 50.4 N
c) 74.4 N
d) 85.6 N

Calcula la tensión del cable de un elevador de 500 kg si:

29. ( ) El elevador sube con una aceleración de 0.60 m/s^2.
a) 4.9×10^3
b) 5.2×10^3 N
c) 4.6×10^3 N
d) 5.8×10^3 N

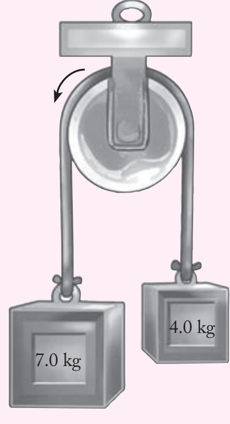
30. ( ) El elevador desciende con una aceleración de 0.60 m/s^2.
a) 4.9×10^3 N
b) 5.2×10^3 N
c) 4.6×10^3 N
d) 5.8×10^3 N

31. ( ) El elevador sube o baja con velocidad constante o está en reposo.
a) 4.90×10^3 N
b) 5.20×10^3 N
c) 5.80×10^3 N
d) 6.40×10^3 N

Dos masas de 4.0 y 7.0 kg, respectivamente, están atadas a los extremos de una cuerda que se desliza por una polea sin fricción. Si las masas de la polea y de la cuerda son despreciables, contesta las preguntas 32 y 33.

32. ( ) Determina la aceleración de los objetos.
a) 1.4 m/s^2
b) 1.9 m/s^2
c) 2.7 m/s^2
d) 3.0 m/s^2

33. ( ) Calcula la tensión en el cable.
a) 50 N
b) 46 N
c) 58 N
d) 62 N



Un objeto de 5.0 kg está sobre una báscula de resorte en un elevador. Contesta las preguntas 34-37.

34. ( ) Determina la lectura de la balanza cuando el elevador está en reposo o se mueve con velocidad constante.
a) 0 N
b) 49 N
c) 60 N
d) 40 N

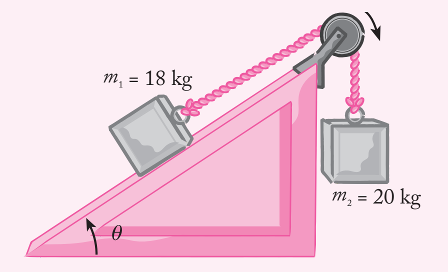
35. ( ) Determina la lectura de la balanza cuando el elevador sube con una aceleración de 2.0 m/s^2 (peso aparente del objeto).
a) 49 N
b) 50 N
c) 59 N
d) 39 N

36. ( ) Determina la lectura de la balanza cuando el objeto baja con una aceleración de 2.0 m/s^2 (peso aparente del objeto).
a) 49 N
b) 50 N
c) 59 N
d) 39 N

37. ( ) Determina el peso aparente del objeto si el cable que sostiene al elevador se rompe.
a) 49 N
b) 0 N
c) 33 N
d) 59 N

Dos objetos están atados por una cuerda de masa despreciable que se desliza por una polea también de masa despreciable y sin fricción, como se ilustra en la siguiente figura.

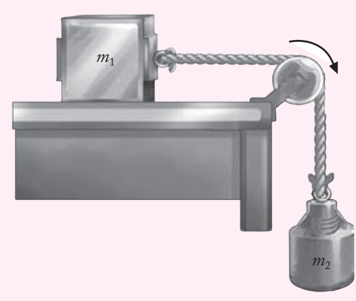
Si m_1 = 18 kg, m_2 = 20 kg, θ = 50° y el coeficiente de fricción cinético entre el objeto de masa m_1 y la superficie es 0.44, contesta las preguntas 38 y 39.



38. ( ) Calcula la aceleración de los objetos.
a) 0.29 m/s^2
b) 1.20 m/s^2
c) 0.750 m/s^2
d) 2.1 m/s^2

39. ( ) Calcula la tensión en la cuerda.
a) 1.8×10^2 N
b) 1.7×10^2 N
c) 1.9×10^2 N
d) 2.1×10^2 N

En el sistema que ilustra en la siguiente figura, considera que las masas de la polea y de la cuerda son despreciables, así como que la superficie de la polea sino presenta fricción. Si m_1 = 20.0 kg, m_2 = 15.0 kg y el coeficiente de fricción cinético entre las superficies es 0.250, contesta las preguntas 40 y 41.



40. Calcula la aceleración de los objetos.
a) 3.50 m/s^2
b) 2.80 m/s^2
c) 3.65 m/s^2
d) 1.90 m/s^2

41. Calcula la tensión en la cuerda.
a) 105 N
b) 120 N
c) 140 N
d) 125 N

42. Una piedra de 0.400 kg se amarra al extremo de una cuerda de 0.800 m de largo y se hace girar con rapidez constante. Si la piedra gira 12.0 revoluciones en 8.00 segundos, determina la magnitud de la fuerza centrípeta.
a) 28.4 N
b) 36.5 N
c) 20.8 N
d) 40.4 N

Tema 2 Ley de la gravitación universal

- velocidad orbital
- constante de gravitación universal
- leyes de Kepler
- fuerza de gravedad
- ley de la gravitación universal

Leyes de Kepler

Hacia finales del siglo XVI, el astrónomo Tycho Brahe realizó diversas investigaciones sobre el movimiento de los planetas. Tomando como referencia los resultados obtenidos de su maestro, Johannes Kepler descubrió que las trayectorias de los planetas alrededor del Sol eran elipses. Asimismo, demostró que los planetas no se mueven con una rapidez constante, sino que tienen mayor rapidez cuando están más cerca del Sol que cuando se ubican lejos. Finalmente, Kepler estableció una relación matemática entre el periodo de un planeta y su distancia promedio respecto al Sol. Kepler formuló sus conclusiones en tres leyes empíricas que se enuncian a continuación.



Figura 3.17 Tycho Brahe desarrolló instrumentos astronómicos que le permitieron crear un catálogo de más de 1000 estrellas. Johannes Kepler (en la ilustración) descubrió que las trayectorias de los planetas alrededor del Sol eran elipses.

Primera ley de Kepler

Todos los planetas se mueven en órbita elíptica con el Sol situado en uno de sus focos.

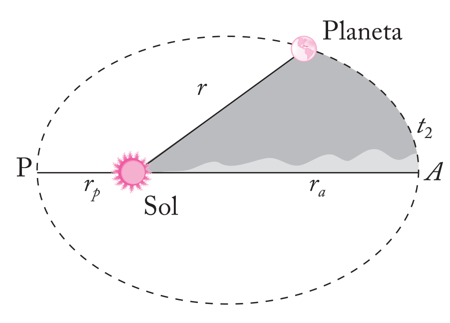


Figura 3.18 El punto *P*, donde el planeta está más cerca del Sol, se llama *perihelio*, y el *A*, donde el planeta está más lejos, afelio.

Segunda ley de Kepler

La recta imaginaria que une cualquier planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.

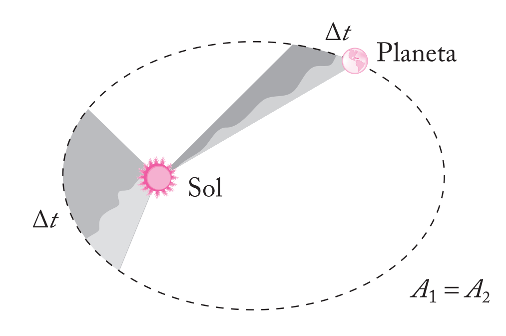


Figura 3.19 Representación de la segunda ley de Kepler.

Tercera ley de Kepler

El cuadrado del periodo de cualquier planeta varía en forma directamente proporcional con el cubo del radio de su órbita, o sea, con el cubo de la distancia promedio que hay de un planeta al Sol.

La expresión matemática de la tercera ley de Kepler es:

$$T^2 = kr^3$$

Donde la constante de proporcionalidad k tiene el mismo valor para todos los planetas.

Ley de gravitación universal

Si bien las leyes de Kepler constituyen un paso importante en la comprensión del movimiento planetario, fue Newton quien descubrió la naturaleza de las fuerzas que actúan en el movimiento de los planetas. De acuerdo con la ley de la inercia, un objeto en movimiento continuará moviéndose con movimiento rectilíneo uniforme, a menos que sobre él actúe una fuerza neta externa no equilibrada.

Newton sabía que los planetas sólo se moverían en órbitas casi circulares si existiese alguna fuerza que produjera su aceleración centrípeta.

La historia cuenta que en cierta ocasión, Newton observó caer una manzana de un árbol y se preguntó si su caída libre se debía al mismo tipo de fuerza a distancia que la que produce la aceleración centrípeta de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra.

Con base en esta idea, Newton calculó la magnitud de la aceleración centrípeta de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra, considerando una órbita con movimiento circular uniforme.

Newton conocía la siguiente información:

r = distancia promedio de la Tierra a la Luna
= 3.84×10^8 m

T = periodo de la Luna = 27.3 días = 2.36×10^6 s.

Con base en estos datos, calculó la aceleración centrípeta de la Luna, representada por:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Donde:

$$a_c = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \cdot \frac{1}{r}$$

$$a_c = \frac{4\pi^2 r^2}{rT^2}$$

$$a_c = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$a_c = \frac{4(3.14)^2(3.84\times 10^8 \text{m})}{(2.36\times 10^6 \text{s})^2}$$

$$a_c = 2.71\times 10^{-3} \text{m/s}^2$$

$$a_c = 0.00271 \text{m/s}^2$$

Después, Newton comparó la magnitud de la aceleración de la gravedad en la Tierra con la aceleración centrípeta de la Luna; esto es:

$$\frac{g}{a_{cL}} = \frac{9.80 \text{ m/s}^2}{0.00271}$$

$$\frac{g}{a_{cL}} = 3619$$

Observó que $g \cong (60)^2$ veces la aceleración centrípeta de la Luna; es decir:

$$g \cong (60)^2 a_{cL}$$

Comparó además el radio de la Tierra con el radio de la órbita lunar; o sea, la distancia promedio de la Tierra a la Luna:

r_T = radio de la Tierra

r = radio de la órbita lunar

$$\frac{r}{r_T} = \frac{3.84 \square 10^8}{6.37 \square 10^6}$$

$$\frac{r}{r_T} = 60$$

$$r_T = \frac{r}{60}$$

Con los resultados que obtuvo pensó: Si la aceleración centrípeta de la Luna es $\left(\frac{1}{60}\right)^2$ veces menor que la aceleración de la gravedad de la Tierra y la distancia de nuestro planeta a la Luna es 60 veces mayor que el radio de la Tierra, entonces la aceleración centrípeta de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra y de los planetas alrededor del Sol es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa; esto es:

$$a_c \alpha \frac{1}{r^2}$$

Newton atribuyó la aceleración centrípeta de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra a una fuerza de atracción (fuerza a distancia) ejercida por la Tierra sobre la Luna.

Esta fuerza que la Tierra ejerce sobre la Luna es un ejemplo de la fuerza universal conocida como **fuerza de gravedad**.

Después, en la búsqueda de una expresión matemática que determinara la magnitud de la fuerza de gravedad, Newton relacionó la expresión $a_c \alpha \frac{1}{d^2}$ con su segunda ley del movimiento: $F_g \alpha m_L \left(\frac{1}{d^2}\right)$.

Newton razonó que si la fuerza entre la Tierra y la Luna depende de la masa de ésta, entonces, de acuerdo con

su tercera ley del movimiento, la Luna tiene que ejercer una fuerza de igual magnitud y dirección pero en sentido contrario sobre la Tierra. Por lo tanto, si la masa de la Luna se duplicara, la fuerza gravitacional entre la Tierra y la Luna se duplicaría. Si por el contrario, la masa de la Tierra se duplicara, la fuerza gravitacional también se duplicaría. Si la masa de ambos se duplicara, la fuerza gravitacional entre ambos se cuadriplicaría. Por lo tanto, concluyó que la fuerza gravitacional es directamente proporcional al producto de sus masas:

$$F_g \, \alpha \, \frac{m_T m_L}{d^2}$$

Newton asumió que la fuerza gravitacional entre dos objetos actúa siempre de la misma forma que entre la Tierra y la Luna. A partir de este supuesto, finalmente formuló el enunciando de la ley de la gravitación universal:

Ley de la Gravitación Universal

Todo objeto en el universo atrae a otro con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente con el cuadrado de la distancia entre los centros de sus masas.

La expresión matemática de la ley de la gravitación universal es:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Donde G es la constante de proporcionalidad y recibe el nombre de **constante de gravitación universal**.

Cien años después de que Newton publicara su trabajo, Henry Cavendish encontró, por medio de la experimentación, que el valor de la constante de gravitación universal es:

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N m}^2/\text{kg}^2$$

Al conocer el valor de G se puede cuantificar la fuerza de atracción gravitacional entre dos objetos.

Ejemplo 3.15 Determina la fuerza gravitacional entre dos personas de 60.0 y 90.0 kg, respectivamente, si están separados 20.0 m.

Solución

$$F_g = \frac{Gm_1 m_2}{d^2}$$

$$F_g = \frac{6.67\times10^{-11}\text{N m}^2/\text{kg}^2\,(60.0\,\text{kg})(90.0\,\text{kg})}{(20.0\,\text{m})^2}$$

$$F_g = 90.0\times10^{-11}\text{N}$$

$$F_g = 9.00\times10^{-10}\text{N}$$

Ejemplo 3.16 La fuerza gravitacional entre dos automóviles de 800 y 1200 kg, respectivamente, es de 1.60×10^{-7} N. Calcula la distancia que están separados sus centros.

Solución

$$F_g = \frac{Gm_1 m_2}{d^2}$$

Al multiplicar ambos miembros de la ecuación anterior por d^2 obtenemos:

$$F_g d^2 = Gm_1 m_2$$

Luego,

$$d^2 = \frac{Gm_1 m_2}{F_g}$$

$$d^2 = \frac{6.67\times10^{-11}\text{N m}^2/\text{kg}^2\,(800\text{ kg})(1200\text{ kg})}{1.60\times10^{-7}\text{N}}$$

$$d^2 = 400\text{ m}^2$$

$$d = \sqrt{400\text{ m}^2}$$

$$d = 20.0\text{ m}$$

Cálculo de la masa de la Tierra

Al conocer el valor de la constante de gravitación, G, se puede calcular la masa de la Tierra, como veremos a continuación.

La fuerza que produce la caída libre de un objeto hacia la Tierra es la fuerza de atracción gravitacional entre la Tierra y el objeto; esto es, el peso. Dado que esta fuerza obedece la ley de gravitación universal, tenemos:

$$F_g = w$$

$$\frac{G\,m\,m_T}{r_T^2} = mg$$

Donde:
m = masa de un objeto cualquiera
m_T = masa de la Tierra
r_T = radio de la Tierra
g = aceleración de la gravedad en la Tierra

Al despejar m_T en la ecuación anterior resulta:

$$\frac{mgr_T^2}{Gm} = m_T$$

Luego:

$$m_T = \frac{gr_T^2}{G}$$

Sabemos que cerca de la superficie terrestre el valor de la aceleración de la gravedad es 9.80 m/s^2; mientras que el radio de la Tierra es (r_T) = 6.38 × 10^6 m; por lo tanto,

$$m_T = \frac{9.80\ \text{m/s}^2\,(6.38\times10^6\,\text{m})^2}{6.67\times10^{-11}\text{N m}^2/\text{kg}^2}$$

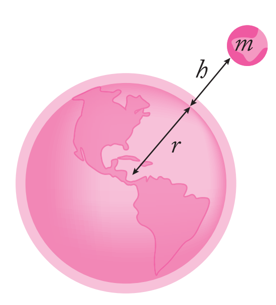
Luego:

$$m_T = 5.98\times10^{24}\,\text{kg}$$

La masa de la Tierra es 5.98 × 10^{24} kg

Al conocer la masa de la Tierra se puede determinar la magnitud de la aceleración de la gravedad, y en consecuencia, el peso de un objeto en cualquier lugar sobre la superficie terrestre.

Si un objeto de masa m se localiza a una altura h sobre la superficie terrestre, entonces:



$$w = F_g$$

$$mg' = \frac{G\,m\,m_T}{(r+h)^2}$$

Al dividir ambos miembros de la ecuación anterior entre m resulta:

$$g = \frac{Gm_T}{(r+h)^2}$$

Ejemplo 3.17 Determina la magnitud de la aceleración de la gravedad a 200.0 km sobre la superficie terrestre.

r_T = 6370 km

m_T = 5.98 × 10^{24} km

Solución

$$g' = \frac{Gm_T}{(r+h)^2}$$

Donde:

$r + h$ = 6370 km + 200.0 km

$r + h$ = 6570 km

$r + h$ = 6570000 m

$r + h$ = 6.570 × 10^6 km

$$g = \frac{6.67\times10^{-11}\,\text{N m}^2/\text{kg}^2\,(5.98\times10^{24}\,\text{kg})}{(6.570\times10^6\,\text{m})^2}$$

$$g = 9.24\ \text{m/s}^2$$

Ejemplo 3.18 Calcula el peso de un objeto de 20.0 kg que se localiza a 1000 km sobre la superficie terrestre.

Solución

$$w = mg$$

Donde:

$$g = \frac{Gm_T}{(r+h)^2}$$

$$g = \frac{6.67\times10^{-11}\,\text{N m}^2/\text{kg}^2\,(5.98\times10^{24}\,\text{kg})}{[(6370+1000)\times1000\ \text{m}]^2}$$

$$g = \frac{6.67\times10^{-11}\,\text{N m}^2/\text{kg}^2\,(5.98\times10^{24}\,\text{kg})}{(7.37\times10^6\,\text{m})^2}$$

$$g = 7.34\ \text{m/s}^2$$

$$w = mg'$$

$$w = 20.0\ \text{kg}\,(7.34\ \text{m/s}^2)$$

$$w = 146.8\ \text{N}$$

Redondeamos a tres cifras significativas para obtener:

$$\omega = 147\ \text{N}$$

Velocidad orbital

Aprenderemos ahora a determinar la velocidad orbital de un satélite.

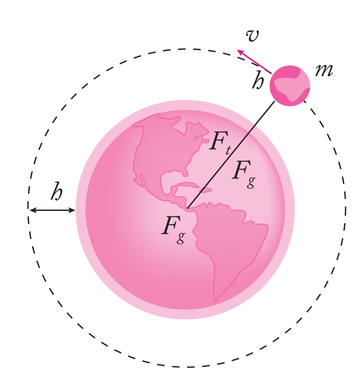
Ejemplo 3.19 Si un satélite está en órbita a 250 km sobre la superficie terrestre, determina:

a) Su velocidad orbital.

b) Su periodo.

Solución

Un satélite de la Tierra es cualquier proyectil que gira con movimiento circular uniforme alrededor de ella. La fuerza gravitacional que ejerce la Tierra sobre el satélite es la fuerza centrípeta que produce la aceleración centrípeta del satélite.



$$F_c = F_g$$

$$\frac{mv^2}{r_T + h} = \frac{Gmm_T}{(r_T + h)^2}$$

$$v^2 = \frac{Gmm_T(r_T + h)}{(r_T + h)^2\, m}$$

$$v^2 = \frac{Gmm_T}{m(r_T + h)}$$

$$v^2 = \frac{Gm_T}{(r_T + h)}$$

Donde:

$$r_T + h = (6370 + 250)\,\text{km}$$

$$r_T + h = 6620\ \text{km} = 6.62 \times 10^6\,\text{m}$$

$$m_T = 5.98 \times 10^{24}\,\text{kg}$$

$$v^2 = \frac{6.67 \times 10^{-11}\,\text{N m}^2/\text{kg}^2\,(5.98 \times 10^{24}\,\text{kg})}{(6.62 \times 10^6\,\text{m})}$$

$$v^2 = \frac{6.67(5.98) \times 10^{24-11-6}}{(6.62)}\,\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v^2 = 6.02 \times 10^7\,\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v = 7758.9\ \text{m/s}$$

Redondeamos a tres cifras significativas para obtener:

$$v = 7.76 \times 10^3\ \text{m/s}$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Determina la fuerza gravitacional entre la Tierra y la Luna.

$m_T = 5.98 \times 10^{24}\,\text{kg}$
$m_L = 7.35 \times 10^{22}\,\text{kg}$
$d = 3.8 \times 10^8\,\text{m}$

a) 2.0×10^{20} N
b) 2.50×10^{20} N
c) 1.80×10^{20} N
d) 1.85×10^{20} N

a) 2.0×10^{20} N

2. Determina la fuerza gravitacional ente dos objetos de 80 y 60 kg, respectivamente, y cuyos centros están separados 4.0 m.

a) 1.5×10^{-8} N
b) 1.7×10^{-8} N
c) 2.4×10^{-8} N
d) 2.0×10^{-8} N

d) 2.0×10^{-8} N

3. La fuerza gravitacional entre el Sol y la Tierra es 3.6×10^{22} N. Calcula la distancia promedio entre ellos.

$m_T = 5.98 \times 10^{24}$ kg
$m_s = 2.0 \times 10^{30}$ kg

a) 1.3×10^{11} m
b) 1.7×10^{11} m
c) 1.5×10^{11} m
d) 1.8×10^{11} m

c) 1.5×10^{11} N

4. La fuerza gravitacional entre dos autos de igual masa es 8.7×10^{-6} N cuando sus centros están separados 5.0 m. Determina la masa de cada auto.

a) 1.6×10^{3} kg
b) 1.8×10^{3} kg
c) 1.5×10^{3} kg
d) 1.9×10^{3} kg

b) 1.8×10^{3} N

5. Determina el peso de un objeto de 100 kg si:

a) Está en la Tierra.
a) 1000 N
b) 490 N
c) 980 N
d) 900 N

c) 980 N

b) Está a una distancia del centro de la Tierra igual a dos veces el radio de ésta.
a) 240 N
b) 245 N
c) 238 N
d) 250 N

b) 245 N

c) Está a una distancia del centro de la Tierra igual a tres veces el radio ésta.

a) 109 N
b) 120 N
c) 100 N
d) 116 N

a) 109 N

6. Si un transbordador espacial está a 600 km sobre la superficie terrestre, determina:

a) La aceleración de la gravedad en el lugar donde se localiza el transbordador.

$r_T = 6370$; $m_T = 5.98 \times 10^{24}$ kg

a) 8.00 m/s^2
b) 7.80 m/s^2
c) 8.9 m/s^2
d) 8.21 m/s^2

d) 8.21 m/s^2

b) El peso de un astronauta de 80.0 kg que está en el transbordador.

a) 665 N
b) 670 N
c) 657 N
d) 650 N

c) 657 N

7. Un objeto de 70.0 kg está a 100 km sobre la superficie terrestre. Determina:

a) La aceleración de la gravedad en el lugar donde está el objeto.

r_T = 6370 km
$m_T = 5.98 \times 10^{24}$ kg

a) 9.53 m/s^2
b) 9.00 m/s^2
c) 9.70 m/s^2
d) 9.40 m/s^2

a) 9.53 m/s^2

b) El peso del objeto en el lugar donde se encuentra.

a) 686 N
b) 667 N
c) 685 N
d) 660 N

b) 667 N

c) La masa del objeto si estuviera en la Tierra.

a) 65 kg
b) 80 kg
c) 67 kg
d) 70 kg

d) 70 kg

8. Si un satélite está en órbita circular a 1000 km sobre la superficie terrestre, calcula su velocidad orbital.

$r_T = 6370$ km
$m_T = 5.98 \times 10^{24}$ kg
$G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2

a) 8.24×10^3 m/s
b) 7.02×10^3 m/s
c) 9.25×10^3 m/s
d) 7.36×10^3 m/s

d) 7.36×10^3 m/s

9. La nave espacial Apolo VIII describió una órbita circular a 110 km sobre la superficie lunar. Calcula la velocidad orbital con que giró la nave.

$r_L = 1740$ km
$m_L = 7.35 \times 10^{22}$ kg
$G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2

a) 1.63×10^3 m/s
b) 1.92×10^3 m/s
c) 1.42×10^3 m/s
d) 1.80×10^3 m/s

a) 1.63×10^3 m/s

10. Un transbordador espacial está en órbita circular a 500 km sobre la superficie terrestre. Encuentra su velocidad orbital.

r_T = 6370 km
$m_T = 5.98 \times 10^{24}$ kg
$G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2

a) 8.10×10^3 m/s
b) 7.10×10^3 m/s
c) 7.62×10^3 m/s
d) 7.95×10^3 m/s

c) 7.62×10^3 m/s

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Ley de la gravitación universal

1. Elabora una línea del tiempo de los sucesos históricos más sobresalientes del pensamiento filosófico que sentó las bases de la física clásica.

2. Elabora un análisis sobre la concepción del movimiento de los cuerpos que propusieron Aristóteles, Copérnico y Galileo Galilei, y compara estas concepciones con las precolombinas.

3. Realiza un listado de conceptos y las consideraciones más importantes para poder entender la aplicabilidad de la ley de la Gravitación Universal.

Aplicación de la Ley de la Gravitación Universal	Explicación
• Calcular la masa de la Tierra.	
• Calcular la velocidad orbital de un satélite.	
• Calcular la aceleración de un objeto de masa *m* que se localiza a una altura *h* sobre la superficie terrestre.	

4. Elabora un reporte que incluya un resumen de los conceptos básicos.

5. Realiza un análisis que sustente el cálculo de la fuerza de atracción entre los planetas y, en general, dos cuerpos físicos entre sí.

6. Llena la siguiente tabla considerando las leyes de Kepler

	Explica las leyes de Kepler
Primera ley de Kepler	
Segunda ley de Kepler	
Tercera ley de Kepler	

7. Investiga en Internet el movimiento planetario en el sistema solar y entrega un informe escrito a tu profesor.

8. Investiga en Internet el proceso que siguió Newton para formular la Ley de la Gravitación Universal y entrega un informe escrito a tu profesor.

evaluación

Escribe en el paréntesis la letra que corresponda a la respuesta correcta.

1. ( ) Calcula la fuerza gravitacional entre el Sol y la Tierra.

$m_T = 5.98 \times 10^{24}$ kg
$m_S = 2.00 \times 10^{30}$ kg
$d = 1.50 \times 10^{11}$ m

a) 4.60×10^{25} N
b) 3.82×10^{22} N
c) 3.46×10^{22} N
d) 3.54×10^{22} N

2. ( ) Si la fuerza gravitacional entre una mujer de 60.0 kg y su esposo es de 3.20×10^{-9} N cuando sus centros están separados 10.0 metros, calcula la masa del esposo.
a) 85.0 kg
b) 80.0 kg
c) 74.0 kg
d) 76.5 kg

3. ( ) Determina la aceleración de la gravedad en la Luna

$m_L = 7.35 \times 10^{22}$ kg
$r_L = 1740$ km

a) 1.62 m/s^2
b) 1.54 m/s^2
c) 1.85 m/s^2
d) 2.0 m/s^2

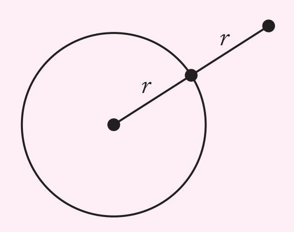
4. ( ) Determina la aceleración de la gravedad a 100 km sobre la superficie terrestre.

$r_T = 6370$ km
$m_T = 5.98 \times 10^{24}$ kg

a) 8.5 m/s^2
b) 6.9 m/s^2
c) 7.34 m/s^2
d) 9.53 m/s^2

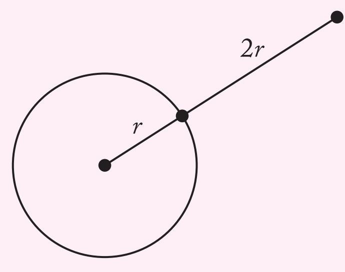
El peso de un objeto en la Tierra es de 720 N. Contesta las preguntas 5-7.

5. ( ) Determina el peso del objeto si se traslada a una altura sobre la superficie terrestre que es igual al radio de la Tierra.



a) 360 N
b) 400 N
c) 180 N
d) 200 N

6. ( ) Determina el peso del objeto si se traslada a un punto que está a tres veces el radio de la Tierra del centro de ésta.



a) 80.0 N
b) 100 N
c) 60.0 N
d) 95.0 N

7. ( ) Determina el peso del objeto si se traslada a 830 km sobre la superficie terrestre.

$r_t = 6370$ km

a) 564 N
b) 625 N
c) 506 N
d) 93.4 N

8. ( ) Un transbordador está en órbita circular a 80 km sobre la superficie terrestre. Determina la velocidad orbital de la nave.

$r_t = 6370$ km
$m_t = 5.98 \times 10^{24}$ kg

a) 7.20×10^3 m/s
b) 7.86×10^3 m/s
c) 7.46×10^3 m/s
d) 6.59×10^3 m/s

Rúbrica

Indicadores de desempeño	Nivel			
	Excelente	Bueno	Elemental	Insuficiente
1. Desde el punto de vista operacional, define el concepto *fuerza*.				
2. Identifica las cuatro fuerzas fundamentales en el universo y sus características.				
3. Identifica la fuerza como una cantidad vectorial.				
4. Define el concepto fuerza neta.				
5. De acuerdo con la magnitud de la fuerza neta, identifica cuando las fuerzas que actúan con un objeto son fuerzas equilibradas o no.				
6. Define el concepto de inercia.				
7. Identifica la masa como la medida de la inercia.				
8. Enuncia las leyes de Newton.				
9. Define la unidad de fuerza newton.				
10. Define la unidad de fuerza ergio.				
11. Define el concepto peso.				
12. Diferencia entre peso y masa de un objeto.				
13. Identifica las características del peso de un objeto.				
14. Identifica las características de la fuerza normal.				
15. Reconoce la fricción como una fuerza que se opone al movimiento.				
16. Diferencia entre fricción estática y cinética.				
17. Calcula la magnitud de la fricción estática máxima.				
18. Calcula la magnitud de la fricción cinética.				
19. Aplica las leyes de Newton.				
20. Enuncia las leyes de Kepler.				
21. Identifica que la trayectoria de un planeta es elíptica.				
22. Enuncia la ley de gravitación universal.				
23. Aplica la ley de la gravitación universal para: • Calcular la fuerza de atracción entre dos cuerpos. • Calcular la masa de la Tierra. • Calcular el valor de la gravedad y el peso de un objeto que se encuentra a una altura *h* sobre la superficie terrestre. • Calcular la velocidad orbital de un satélite.				

Bloque 4

Relaciona el trabajo con la energía

Conocimientos

- Trabajo
- Energía cinética y energía potencial
- Ley de la conservación de la energía mecánica
- Ley de la conservación de la energía
- Potencia

Desempeños

- Defines el concepto de trabajo en física, realizado por o sobre un cuerpo como un cambio en su posición o su deformación por efecto de una fuerza.
- Relacionas los cambios de la energía cinética y potencial que posee un cuerpo con el trabajo en física.
- Utilizas la ley de la conservación de la energía mecánica en la explicación de fenómenos naturales de tu entorno social, ambiental y cultural.
- Aplicas, en situaciones de la vida cotidiana, el concepto de potencia como la rapidez con la que se consume energía.

Competencias que se busca desarrollar

- Establece la interrelación entre la ciencia, la tecnología, la sociedad y el ambiente en contextos históricos y sociales específicos.
- Fundamenta opiniones sobre los impactos de la ciencia y la tecnología en su vida cotidiana al asumir consideraciones éticas.
- Identifica problemas, formula preguntas de carácter científico y plantea las hipótesis necesarias para responderlas.
- Obtiene, registra y sistematiza la información para responder preguntas de carácter científico, lo logra al consultar fuentes relevantes y realizando experimentos pertinentes.
- Contrasta los resultados obtenidos en una investigación o experimento con hipótesis previas y comunica sus conclusiones en equipos diversos respetando la pluralidad de valores, ideas y prácticas sociales.
- Valora las preconcepciones personales o comunes sobre diversos fenómenos naturales basado en evidencias científicas.
- Evidencia con claridad las nociones científicas que sustentan los procesos para solucionar problemas cotidianos.
- Explica el funcionamiento de máquinas de uso común a partir de nociones científicas.
- Diseña modelos o prototipos para resolver problemas locales, satisfacer necesidades o demostrar principios científicos.
- Relaciona las expresiones simbólicas de un fenómeno de la naturaleza y los rasgos observables a simple vista o mediante instrumentos o modelos científicos.
- Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo al definir un curso de acción con pasos específicos.
- Aporta puntos de vista con apertura y considera de manera reflexiva los de otras personas.
- Dialoga y aprende de personas con distintos puntos de vista y tradiciones culturales mediante la ubicación de sus propias circunstancias en un contexto más amplio.
- Asume que el respeto de las diferencias es el principio de integración y convivencia en los contextos local, nacional e internacional.



Responde las siguientes preguntas con base en lo que aprendiste de física en la secundaria y en lo que tu experiencia cotidiana te ha mostrado.

1. ¿Qué entiendes por trabajo desde el punto de vista de la física?

2. ¿Qué entiendes por energía?

3. ¿Qué entiendes por potencia desde el punto de vista de la física?

Tema I

Trabajo, energía y potencia

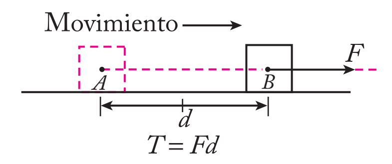
- trabajo
- energía
- energía mecánica
- energía cinética
- energía potencial
- ley de la conservación de la energía mecánica
- teorema del trabajo y la energía
- potencia

Definición de conceptos

En nuestra vida cotidiana utilizamos la palabra *trabajo* con muchos significados; por ejemplo, una persona dirá que ha trabajado intensamente al tratar de levantar un objeto sin lograrlo a pesar de un gran esfuerzo. Un físico afirmaría que no realizó propiamente un trabajo, porque para la física, el concepto *trabajo* mide cuantitativamente el efecto espacial de una fuerza sobre un proceso.

Cuando levantamos a un niño en nuestros brazos, empujamos un carrito del supermercado, un cuerpo cae libremente desde una altura, extraemos agua de un pozo o aceleramos un automóvil, ejercemos una fuerza a lo largo de una distancia.

Consideremos el caso en el que una sola fuerza constante actúa sobre un cuerpo que se mueve sobre una línea recta en la misma dirección y sentido que ella. Se dice entonces que el trabajo efectuado se define como el producto de la fuerza por el desplazamiento.



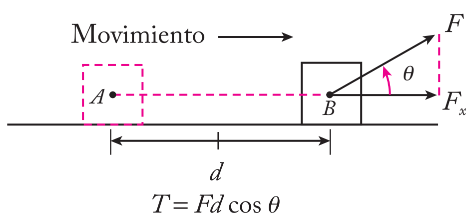
Si el punto de aplicación de la fuerza no se desplaza, se considera que la fuerza ha efectuado una **presión** o una **tracción**, es decir, un esfuerzo, pero es imposible hablar de trabajo. Por ejemplo, si un hombre empuja una pared sin que logre desplazarla, la magnitud del trabajo es cero.



Figura 4.1 Si el punto de aplicación de la fuerza no se mueve, no ejerce trabajo.

La unidad con que se mide el trabajo (T) dentro del SI es el **joule**, el cual se define como el trabajo realizado por una fuerza de 1 N cuando el objeto sobre el cual se ejerce se desplaza 1 m en la misma dirección y sentido que ella.

Si la fuerza que realiza un trabajo actúa formando un ángulo (θ) con la dirección del desplazamiento, el trabajo efectuado por la fuerza sobre el objeto se define como el producto de la componente de la fuerza en la dirección del movimiento por el desplazamiento o distancia que la partícula recorre a lo largo de dicha dirección.



De acuerdo con la expresión anterior, si la fuerza actúa perpendicularmente con el desplazamiento, o sea $\theta = 90°$, el trabajo de la fuerza es cero. Esto se debe a que $\cos 90° = 0$. Éste es, por ejemplo, el caso de la fuerza normal que una superficie ejerce sobre un objeto colocado sobre ella, el peso de un cuerpo cuando se mueve en una superficie horizontal y de la fuerza centrípeta en el movimiento circular.

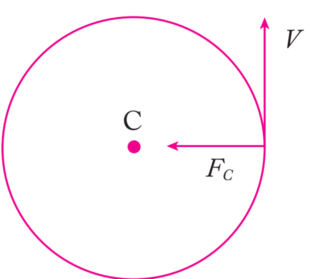


Figura 4.2 La fuerza centrípeta no realiza trabajo sobre una partícula con movimiento circular uniforme.

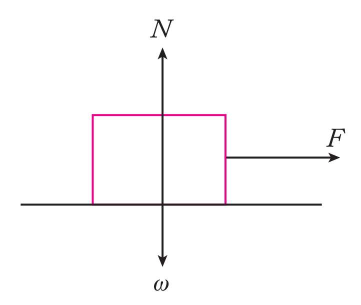


Figura 4.3 Cuando un objeto se mueve por la acción de una fuerza horizontal, la fuerza normal y la gravitacional no realizan trabajo.

Si el ángulo θ es mayor que 90°, entonces cos θ es negativo y por consiguiente también el trabajo. Éste es el caso del trabajo que realiza la fricción; recuerda que esta fuerza siempre actúa en sentido contrario al del movimiento. En la caída libre, el peso realiza un trabajo positivo porque la dirección del desplazamiento y la del peso coinciden. En el tiro vertical, el trabajo que realiza el peso es negativo porque actúa en sentido contrario al del movimiento.

Trabajo neto o resultante

Cuando sobre una partícula material actúan dos o más fuerzas, el trabajo neto sobre ella es la suma algebraica de los trabajos de cada una de las fuerzas.

El trabajo es un escalar

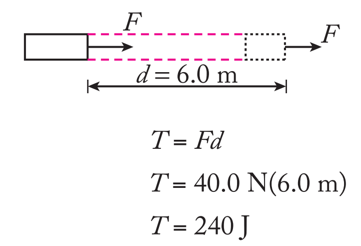
En matemáticas, el producto escalar de dos vectores **A • B** se define como la cantidad escalar que resulta de multiplicar la magnitud de uno de los vectores por la componente del otro en la dirección del primero.

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = \mathbf{AB} \cos \theta$$

La expresión $Fd \cos \theta$ se puede escribir como el producto escalar $F \bullet d$, lo que demuestra que el trabajo (T) es un escalar.

Ejemplo 4.1 Una fuerza de 40.0 N actúa sobre un objeto a lo largo de una distancia de 6.0 m. Si la fuerza actúa en la misma dirección y sentido que el desplazamiento, calcula el trabajo realizado por la fuerza.

Solución



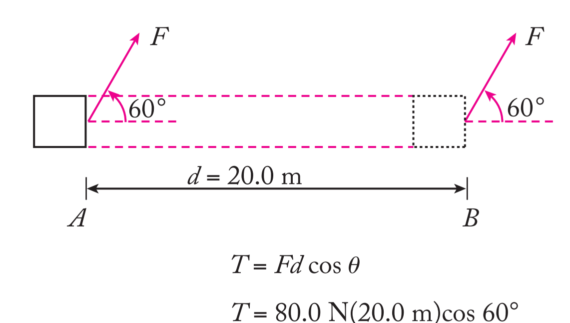
$$T = Fd$$
$$T = 40.0 \text{ N}(6.0 \text{ m})$$
$$T = 240 \text{ J}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$T = 2.4 \times 10^2 \text{ J}$$

Ejemplo 4.2 Un escritorio se desliza horizontalmente por la acción de una fuerza de 80.0 N inclinada 60° con respecto a la horizontal. Calcula el trabajo de la fuerza si el escritorio se desliza 20.0 m.

Solución

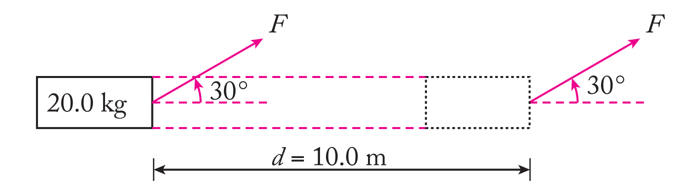


$$T = Fd \cos \theta$$
$$T = 80.0 \text{ N}(20.0 \text{ m})\cos 60°$$
$$T = 800 \text{ J}$$

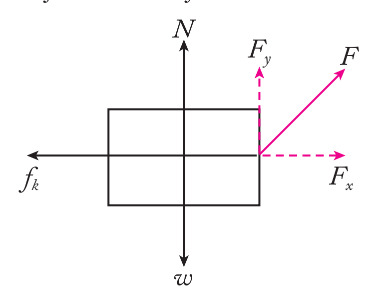
Ejemplo 4.3 Un objeto de 20.0 kg se arrastra sobre una superficie horizontal por una fuerza 100 N inclinada 30° con respecto a la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinético entre las superficies en contacto es 0.250 y el objeto se desliza 10.0 m, contesta las siguientes preguntas.

a) Determina el trabajo de la fuerza de gravedad sobre el objeto.

Solución



Como el peso actúa perpendicularmente con el desplazamiento del objeto, no realiza trabajo sobre éste. Del mismo modo, la fuerza normal y la componente F_y no realizan trabajo sobre el objeto.



b) Calcula el trabajo neto realizado sobre el objeto.

Solución

Las únicas fuerzas que realizan trabajo sobre el objeto son la componente F_x (trabajo positivo) y la fricción (trabajo negativo).

Luego:

$$T_n = (F_x - f_k)d$$

Donde:

$$F_x = F\cos\theta$$
$$f_k = \mu_k N$$

Donde:

$$N = w - F_y = mg - F\,\text{sen}\,\theta$$

De acuerdo con lo anterior:

$$T_n = [F\cos\theta - \mu_k(mg - F\,\text{sen}\,\theta)]d$$

$$T_n = [100\text{ N}\cos 30° - 0.250[20.0\text{ kg}(9.80\text{ m/s}^2) - 100\text{ N sen }30°]]10.0\text{ m}$$

$$T_n = [86.6\text{ N} - 0.250(146\text{ N})]10.0\text{ m}$$

$$T_n = [86.6\text{ N} - 36.5\text{ N}]\ 10.0\text{ m}$$

$$T_n = 501\text{ J}$$

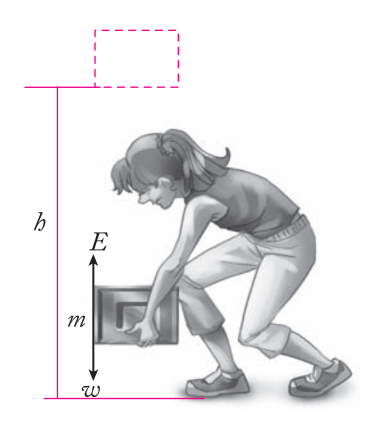
Ejemplo 4.4

Una persona levanta una caja de 4.0 kg a 1.2 m sobre el piso. Si el objeto se levanta con rapidez constante, calcula el trabajo de la persona.

Solución

Al levantar un objeto se realiza trabajo en contra de la fuerza de gravedad. Si el objeto se mueve con rapidez constante, la fuerza ascendente es de igual magnitud que el peso del objeto; por lo tanto:

$$T = wh$$



$$T = mgh$$

$$T = 4.0\text{ kg}(9.80\text{ m/s}^2)(1.2\text{ m})$$

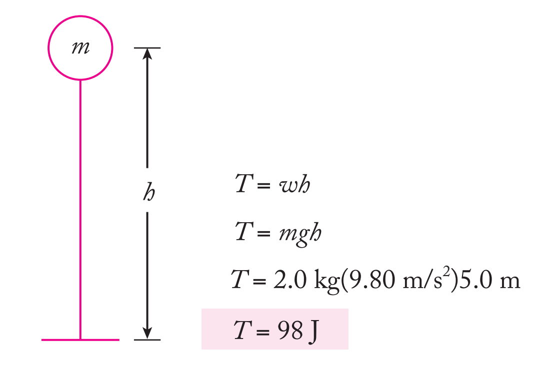
$$T = 47\text{ J}$$

Observación: Con respecto al problema anterior, el trabajo de la fuerza gravitacional sobre el objeto es de igual magnitud que el realizado por la fuerza ascendente, pero es negativo ya que el desplazamiento y la fuerza gravitacional actúan en sentido contrario.

Ejemplo 4.5

Calcula el trabajo realizado por la fuerza gravitacional sobre un objeto de 2.0 kg que cae libremente 5.0 m.

Solución



$$T = wh$$

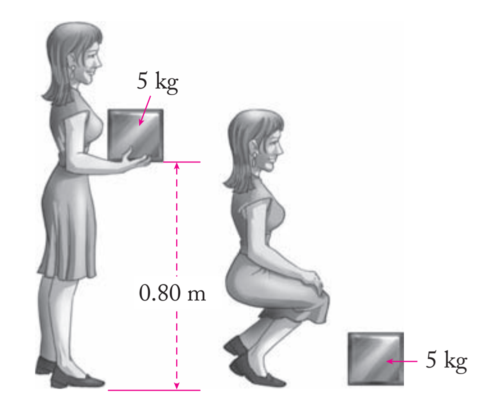
$$T = mgh$$

$$T = 2.0\text{ kg}(9.80\text{ m/s}^2)5.0\text{ m}$$

$$T = 98\text{ J}$$

Ejemplo 4.6

Un empleado baja al suelo una caja de 5.0 kg desde una altura de 0.80 m. Calcula el trabajo de la fuerza de soporte si el objeto se baja con rapidez constante.



Solución

Como el objeto se baja con rapidez constante, la fuerza de soporte es de igual magnitud que el peso del objeto. Debido a que la fuerza de soporte actúa hacia arriba, mientras que el desplazamiento hacia abajo, el trabajo de la fuerza de soporte es negativo.

$$T = -wh$$

$$T = -mgh$$

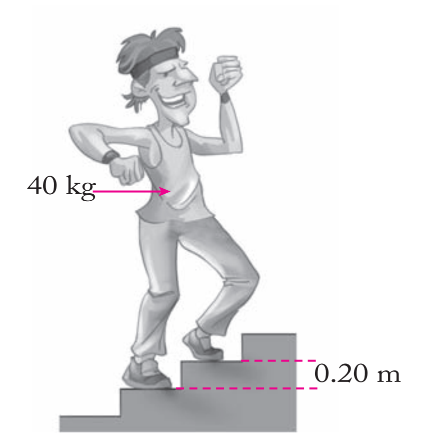
$$T = -5.0\text{ kg}(9.80\text{ m/s}^2)(0.80\text{ m})$$

$$T = -39.2\text{ J}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$T = -39$ J

Ejemplo 4.7 Un niño de 40.0 kg sube un tramo de 28 escalones, cada uno de 0.20 m de altura; si sube con rapidez constante, calcula el trabajo que realiza en contra de la fuerza de gravedad.



Solución
El trabajo realizado depende de la distancia vertical neta recorrida, independientemente de lo que sucede en la dirección horizontal, por lo tanto:

$$T = mgh$$

$$T = 40.0\ \text{kg}(9.80\ \text{m/s}^2)(0.20)\ 28$$

Observa que $h = 28(0.20\ \text{m})$

$$T = 2195.2\ \text{J}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$T = 2.2 \times 10^3\ \text{J}$$

Potencia

En la definición del trabajo realizado por una fuerza, no se considera el tiempo durante el cual su punto de aplicación se mueve; si un auto recorre 100 m en 8 s, se realiza el mismo trabajo que si lo hace en 10 s; sin embargo, más que la magnitud del trabajo, nos interesa la rapidez. Con este fin se introdujo el concepto de **potencia.**

La potencia se define como la rapidez con la que se realiza un trabajo

Si una fuerza realiza un trabajo T en un intervalo de tiempo Δt, entonces a la razón entre el trabajo realizado y el intervalo de tiempo en el que se efectúa se le llama **potencia promedio**, la cual denotaremos por P.

$$\overline{P} = \frac{T}{\Delta t}$$

Como $T = F\,\Delta d$, entonces:

$$\overline{P} = \frac{F\Delta d}{\Delta t}$$

Donde:

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = \overline{v}\ \text{(velocidad media)}$$

Luego: $\overline{P} = F\overline{v}$
Si la rapidez es constante, entonces $P = Fv$

Unidades de potencia

La unidad de potencia en el SI es el joule por segundo, también llamado **watt** (W), en honor de James Watt.

Un watt se define como la potencia que se desarrolla al efectuar un trabajo de un joule en un segundo.

$$1\ \text{watt} = 1\ \text{j/s} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$$

Otras unidades de la potencia son:

1 kilowatt (kW) = 1000 watts

1 caballo de potencia (hp) = 746 watts

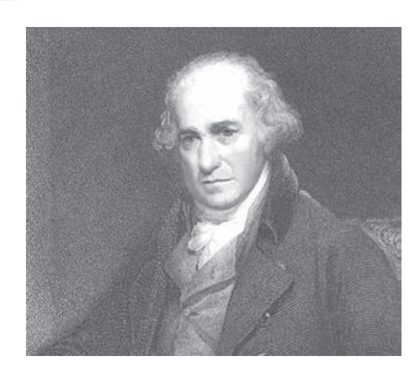


Figura 4.4 James Watt nació en Escocia en 1736 y ayudó en el desarrollo y perfeccionamiento de la máquina de vapor. Muchos de sus escritos se conservan en la Birmingham Central Library, en el Reino Unido.

Ejemplo 4.8 Calcula la potencia de una bomba que en 60.0 s descarga 800 litros de agua dentro de un tanque se encuentra a 30.0 m por encima de la bomba. Recuerda que 1 litro de agua = 1 kg.

Solución

$$P = \frac{T}{t}$$

$$P = \frac{mg\ h}{t}$$

$$P = \frac{800\ \text{kg}(9.80\ \text{m/s}^2)30.0\ \text{m}}{60.0\ \text{s}}$$

$$P = 3920\ \textit{watts}$$

Redondeamos a tres cifras significativas para obtener:

$$P = 3.92\ \text{kw}$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Se ejerce una fuerza horizontal de 40 N sobre una caja a lo largo de una mesa. Calcula el trabajo realizado por la fuerza si tira de la caja 0.60 m.

a) 20 J
b) 66 J
c) 24 J
d) 30 J

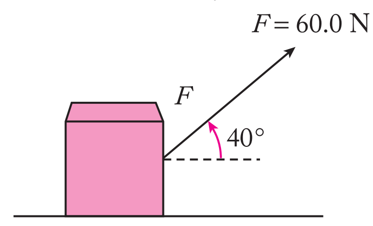
c) 24 J

2. Una persona ejerce una fuerza horizontal de 200 N para deslizar un escritorio 18 m sobre el piso. Calcula el trabajo realizado por la fuerza.

a) 3.0×10^3 J
b) 4.0×10^3 J
c) 3.6×10^3 J
d) 3.2×10^3 J

c) 3.6×10^3 J

3. Se jala un objeto con una fuerza de 60.0 N inclinada 40° con respecto la horizontal. Calcula el trabajo realizado por la fuerza si tira del objeto 4.80 m.



a) 221 J
b) 215 J
c) 230 J
d) 228 J

a) 221 J

4. Un objeto se desliza 20.0 m sobre el piso por la acción de una fuerza de 160 N inclinada 60° con la horizontal. Calcula el trabajo realizado por la fuerza.

a) 1.5×10^3 J
b) 1.7×10^3 J
c) 2.7×10^3 J
d) 1.60×10^3 J

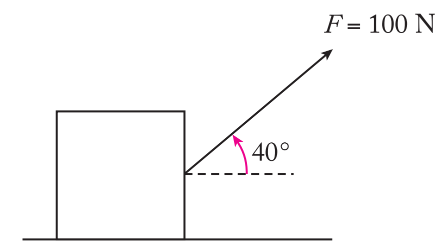
d) 1.60×10^3 J

5. Una fuerza horizontal de 100 N empuja una caja de 12.0 kg sobre la superficie. Si el coeficiente de fricción cinético entre las superficies en contacto es 0.450, calcula el trabajo neto sobre la caja si ésta se desliza 10.0 m.

a) 480 J
b) 465 J
c) 450 J
d) 471 J

d) 471 J

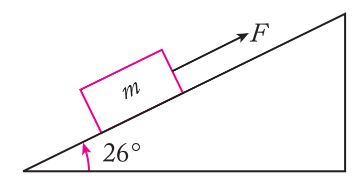
6. Un objeto de 20.0 kg se desliza horizontalmente 12.0 m por la acción de una fuerza de 100 N inclinada 40° con respecto a la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinético es 0.180, determina el trabajo neto realizado sobre el bloque.



a) 635 J
b) 620 J
c) 646 J
d) 600 J

a) 635 J

7. Una caja de 40.0 kg se desliza 4.00 m hacia arriba por un plano inclinado de 26° con respecto a la horizontal por la acción de una fuerza de 340 N paralela al plano. Si el coeficiente de fricción cinético entre las superficies en contacto es 0.250, calcula el trabajo neto realizado sobre el objeto.



a) 320 J
b) 340 J
c) 398 J
d) 300 J

a) 320 J

8. Cuánto trabajo se realiza sobre un objeto de 6.50 kg cuando:

a) Se levanta con rapidez constante a una altura de 1.20 m sobre el suelo.

a) 70.0 J
b) 71.2 J
c) 76.4 J
d) 80.0 J

c) 76.4 J

b) Se baja a la misma distancia vertical con rapidez constante.

a) −76.4 J
b) 71.2 J
c) 76.4 J
d) −71.2 J

a) −76.4 J

9. Joaquín tiene una masa de 30.0 kg y sube 20 escalones cuya altura es de 0.150 m cada uno. Determina el trabajo realizado en contra de la fuerza de gravedad si sube con rapidez constante.

a) 840 J
b) 860 J
c) 882 J
d) 900 J

c) 882 J

10. Un atleta sostiene a 2.0 m sobre el suelo una pesa de 80 kg durante 4.0 s. Determina el trabajo desarrollado por el atleta.

a) 1.6×10^3 J
b) 1.2×10^3 J
c) 0 J
d) 1.4×10^3 J

c) 0 J

11. Si un objeto de 5.0 kg se eleva a 2.0 m, calcula:

a) El trabajo que se realiza en contra de la fuerza de gravedad si el objeto sube con rapidez constante.

a) 98 J
b) 90 J
c) 85 J
d) 80 J

a) 98 J

b) El trabajo que se realiza sobre el objeto si se baja verticalmente con rapidez constante.

a) −90 J
b) 98 J
c) 90 J
d) −98 J

d) −98 J

12. Calcula la potencia que se requiere desarrollar para elevar un objeto de 80.0 kg a una altura de 2.50 m en 10.0 s.

a) 200 watts
b) 188 watts
c) 196 watts
d) 190 watts

c) 196 watts

13. Una grúa levanta un automóvil de 1400 kg con rapidez constante. Si el auto se eleva a 1.20 m en 4.0 segundos, calcula la potencia desarrollada por la grúa. Expresa el resultado en kilowatts.

a) 4.1 Kw
b) 3.8 Kw
c) 4.5 Kw
d) 3.5 Kw

a) 4.1 Kw

14. ¿Qué potencia debe desarrollar una bomba para elevar 4000 litros de agua a una altura de 50 m en 40 s? Expresa el resultado en kilowatts

a) 40 Kw
b) 45 Kw
c) 54 Kw
d) 49 Kw

d) 49 Kw

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Anota en la tabla algunas actividades diarias en las cuales se realiza trabajo mecánico y otras en las que se desarrolle potencia mecánica.

Trabajo mecánico y potencia mecánica	
Trabajo	Potencia

2. Llena la siguiente tabla donde especifiques en qué actividades se realiza trabajo mecánico y en cuáles no y da explicación de por qué.

Situación	Existe o no trabajo mecánico	Existe o no potencia mecánica	Explicación
Deslizar un cuerpo 2 m			
Levantar una bolsa de mano.			
Un cuerpo en reposo.			
Un hombre que empuja una pared sin desplazarla.			
Una persona que baja una caja al suelo.			
Un jardinero que empuja una podadora.			
Un niño que sube por una escalera.			

Energía mecánica

Energía es otra palabra que utilizamos en nuestra vida diaria y le atribuimos muchos significados: hablamos del nivel energético de los alimentos, de la energía solar, de la energía química de la gasolina, de la energía eléctrica e incluso de la energía de las personas para realizar ciertas actividades.



Figura 4.5 En nuestra vida diaria utilizamos el término *energía* incluso para expresar la manera en la que algunas personas realizan ciertas actividades.

En determinadas circunstancias, los objetos pueden realizar un tipo de trabajo. Considera, por ejemplo, cuando el viento hace que las aspas de un molino comiencen a moverse, o bien, cuando una bala traspasa un bloque de madera. La bala realiza un trabajo al vencer la resistencia que opone la madera a la penetración.

La capacidad que tienen los objetos de realizar un tipo de trabajo se llama **energía.** La magnitud de esta cantidad física se mide por el trabajo que puede realizar y su unidad de medida en el SI es el joule.

Cuando una persona efectúa trabajo al levantar un cuerpo, éste adquiere la capacidad de realizar idéntica cantidad de trabajo sobre el objeto que golpea al caer. Asimismo, cuando se realiza trabajo al tender un arco, éste adquiere la capacidad de ejercer la misma cantidad de trabajo sobre la flecha. En todos estos casos, los objetos han adquirido trabajo acumulado y del que, teóricamente, se puede disponer. Podemos decir entonces que:

La energía es la capacidad de realizar trabajo. Dicho de otra manera, siempre que algo tiene la facultad de realizar trabajo se dice que tiene energía.

La energía existente en el universo es constante, es decir, su cantidad total no aumenta ni disminuye; sin embargo, se presenta en varias formas (energía térmica, mecánica, química, nuclear, atómica y eléctrica) y es susceptible de transformarse mutuamente entre todas ellas.

Principio de la conservación de la energía
La energía existente en el universo no se crea ni se destruye, sólo se transforma.

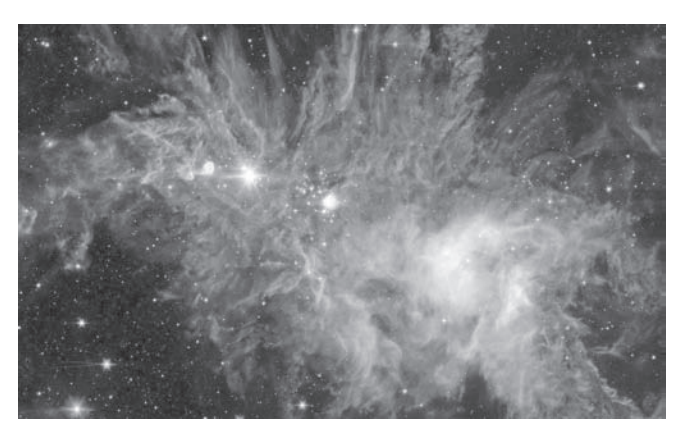


Figura 4.6 La energía que hay en el universo no se crea ni se destruye, sólo se transforma.

A continuación estudiaremos el tema de la energía mecánica, la cual puede estar en forma de energía cinética o energía potencial.

Energía cinética

La energía mecánica que posee un objeto en virtud de su movimiento se denomina **energía cinética**, la cual se identifica con la expresión E_k.

La cantidad de energía cinética que posee un objeto en movimiento es igual al trabajo realizado por la fuerza neta que se ejerce sobre un objeto de masa *m* al ponerlo en movimiento con una velocidad *V*.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, y retomando la definición del concepto trabajo, tenemos:

$$F_n = ma$$

$$T = F_n d$$

Luego:

$$T = mad$$

$$T = m\left(\frac{V - V_0}{t}\right)\left(\frac{V + V_0}{2}\right)$$

$$T = \frac{m\left(V^2 - V_0^2\right)}{2}$$

$$T = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

Si $V_0 = 0$, entonces:

$$T = \frac{1}{2}m\,V^2$$

La cantidad $\frac{1}{2}\,mV^2$ es la magnitud del trabajo realizado sobre el objeto de masa m para llevarlo desde el reposo hasta la velocidad V; por lo tanto, dicha expresión determina la energía cinética de un objeto de masa m que se desplaza con velocidad V.

$$E_k = \frac{1}{2}m\,V^2$$

Teorema del trabajo y la energía

Cuando por la acción de una fuerza neta sobre un objeto éste se acelera, el trabajo realizado por la fuerza neta es igual al cambio de la energía cinética del objeto. Esta afirmación es la base fundamental del **teorema del trabajo y la energía**.

$$T = E_{k\,final} - E_{k\,\text{inicial}}$$

$$T = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2$$

Ejemplo 4.9 Calcula la energía cinética de un objeto de 5.0 kg que se mueve con una velocidad de 4.0 m/s.

Solución

$$E_k = \frac{1}{2}mV^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}(5.0\text{ kg})(4.0\text{m/s})^2$$

$$E_k = 40\text{ J}$$

Ejemplo 4.10 Por la acción de una fuerza constante, un objeto de 8.0 kg cambia su velocidad de 4.0 m/s a 6.0 m/s. Calcula el trabajo realizado por la fuerza neta.

Solución

De acuerdo con el teorema del trabajo y la energía:

$$T = E_{kf} - E_{ki}$$

Luego:

$$T = \frac{1}{2}m\,V_f^2 - \frac{1}{2}m\,V_i^2$$

$$T = \frac{1}{2}m\left(V_f^2 - V_i^2\right)$$

$$T = \frac{1}{2}(8.0\text{ kg})\left[(6.0\text{ m/s})^2 - (4.0\text{ m/s})^2\right]$$

$$T = (4.0\text{ kg})\left[36\text{ m}^2/\text{s}^2 - 16\text{ m}^2/\text{s}^2\right]$$

$$T = 80\,\text{J}$$

Energía potencial

La energía que posee un objeto en virtud de su posición o condición se denomina **energía potencial**. Por ejemplo, un arco en tensión posee energía potencial que se transforma en energía cinética por el movimiento de la flecha cuando ésta se dispara. Las materias explosivas, como la dinamita están dotadas de gran cantidad de energía potencial. Un resorte estirado o comprimido tiene energía potencial al igual que las baterías eléctricas, los alimentos que ingerimos, entre otras cosas más.

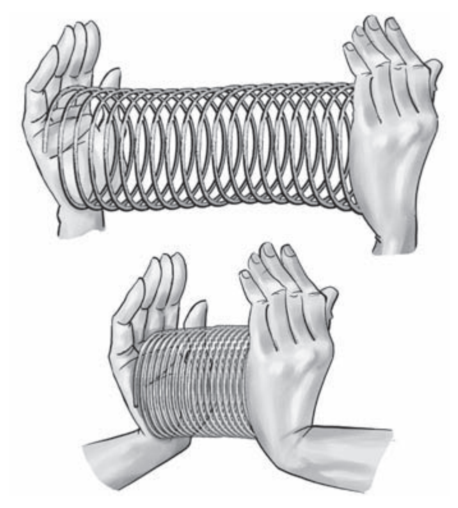
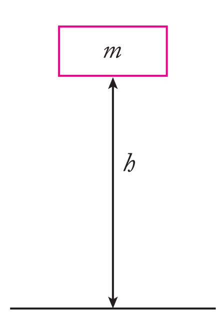


Figura 4.7 La energía que posee un objeto en virtud de su posición o condición se denomina **energía potencial**.

Energía potencial gravitacional

Un objeto que se ubica a una determinada altura sobre un nivel de referencia establecido, tiene la capacidad para realizar trabajo, es decir, posee energía. Esta energía se conoce como **energía potencial gravitacional** y se identifica con la expresión Ep_g.

La energía potencial gravitacional que posee un objeto situado a una altura h sobre un nivel de referencia establecido es igual a la cantidad de trabajo que se realiza al elevar dicho objeto con rapidez constante desde el nivel de referencia establecido hasta la misma altura h; es decir:



Es importante precisar que la energía potencial gravitacional que posee un objeto no depende de la trayectoria que se sigue para llevarlo desde el nivel de referencia hasta donde está.

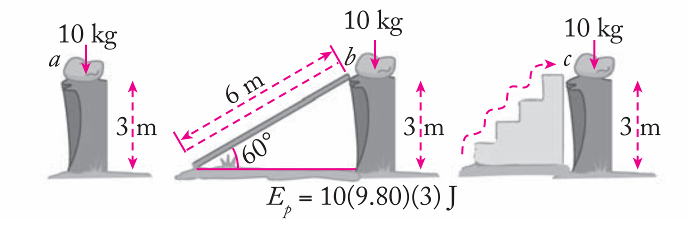
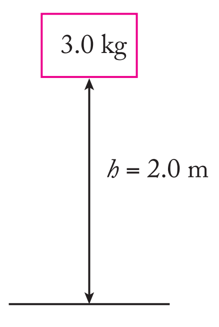


Figura 4.8 En estas figuras observamos que la energía potencial del objeto no depende de la trayectoria que se sigue para llevarlo hasta una altura de 3 m.

Ejemplo 4.11 Determina la energía potencial que posee una caja de 3.0 kg ubicada 2.0 m por encima del suelo.

Solución



Con respecto al suelo tenemos que:

$$Ep = mgh$$

$$Ep = 3.0\text{ kg}(9.80\text{ m/s}^2)(2.0\text{m})$$

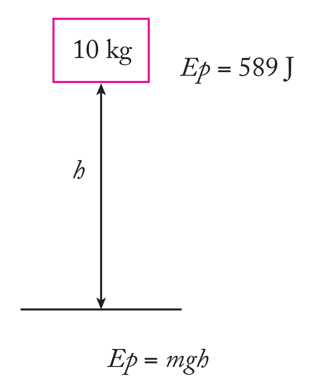
$$Ep = 58.8\text{ J}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$Ep = 59\text{ J}$$

Ejemplo 4.12 Un objeto de 10 kg posee una energía potencial de 589 J con respecto al piso. ¿A qué altura sobre el piso está el objeto?

Solución



$$Ep = mgh$$

Luego:

$$h = \frac{Ep}{mg}$$

$$h = \frac{589\text{ J}}{10\text{ kg}(9.80\text{ m/s}^2)}$$

$$h = 6.0\text{ m}$$

Conservación de la energía mecánica

Cuando un objeto se encuentra a cierta altura sobre un nivel de referencia, por ejemplo, el suelo, tiene energía potencial gravitacional. Si se deja caer, en la medida que pierde altura pierde energía potencial gravitacional, y a medida que cae aumenta su velocidad, por lo tanto gana energía cinética.

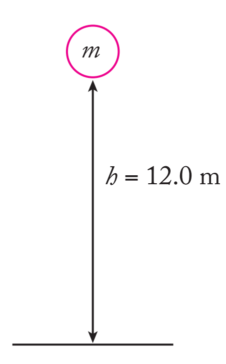
La energía mecánica del sistema es constante, o sea, $Ep_g + E_k$ = constante. Por lo tanto, en la caída libre la energía potencial que pierde el objeto al perder altura se transforma en energía cinética.

Todo proceso en el que se transforma la energía cinética en energía potencial gravitacional o viceversa, se dice que es un **sistema conservativo.**

Ejemplo 4.13 Un objeto de 5.00 kg se deja caer desde la cima de un edificio de 12.0 m de altura. Determina:

a) La energía mecánica del objeto en el punto más alto de su trayectoria con respecto al piso.

Solución



Consideremos la parte más alta del edificio como la posición **1** del objeto.

$$E_{mec} = E_k + Ep_1$$

$$E_{mec1} = \frac{1}{2}m\,V^2 + mgh$$

$$E_{mec1} = \frac{1}{2}m\,(0)^2 + mgh$$

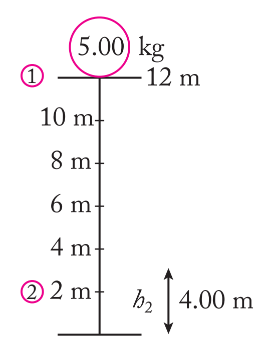
$$E_{mec} = mgh$$

$$E_{mec} = 5.00\text{ kg}\left(9.80\text{ m/s}^2\right)\left(12.0\text{ m}\right)$$

$$E_{mec} = 588\text{ J}$$

b) Calcula la energía potencial del objeto cuando está a 4.00 m sobre el piso.

Solución



Consideremos como posición **2** la altura de 4.00 m sobre el piso.

$$Ep_2 = mgh_2$$

$$Ep_2 = 5.00\text{ kg}(9.80\text{ m/s}^2)4.00\text{ m}$$

$$Ep_2 = 196\text{ J}$$

c) Calcula la energía cinética del objeto cuando está a 4.00 m sobre el piso.

Solución

Como la energía mecánica se conserva, entonces:

$$Em_1 = Em_2$$

$$588\text{ J} = Ep_2 + E_{k2}$$

$$588\text{ J} = 196\text{ J} + E_{k2}$$

$$E_{k2} = 588\text{ J} - 196\text{ J}$$

$$E_{k2} = 392\text{ J}$$

d) Calcula la velocidad del objeto cuando está a 4.00 m sobre el piso.

Solución

$$E_{k2} = \frac{1}{2}mV_2^2$$

$$\frac{1}{2}\left(5.00\text{ kg}\right) = 392\text{ J}$$

$$V_2^2 = \frac{392\text{J}\left(2\right)}{5.00\text{kg}} = 156\text{m}^2/\text{s}^2$$

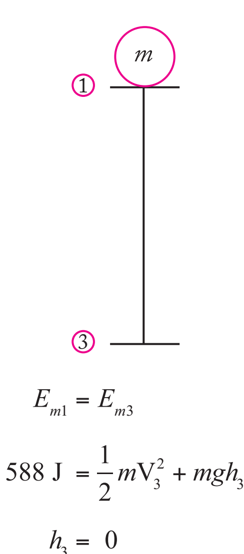
$$V_2^2 = 157\text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$V_2 = 12.5\text{m/s}$$

e) Calcula la velocidad del objeto justo antes de llegar al suelo.

Solución

Consideremos como posición **3** del objeto el nivel del suelo.



$$E_{m1} = E_{m3}$$

$$588\text{ J} = \frac{1}{2}mV_3^2 + mgh_3$$

$$h_3 = 0$$

Luego:

$$588\text{ J} = \frac{1}{2}mV_3^2 + mg\left(0\right)7$$

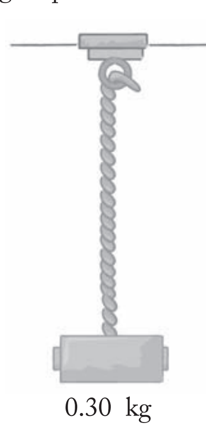
$$588\text{ J} = \frac{1}{2}mV_3^2$$

$$\frac{1}{2}\left(5.00\text{ kg}\right)V_3^2 = 588\text{ J} \qquad V_3^2 = \frac{588\text{ J}\left(2\right)}{5.00\text{ kg}}$$

Al efectuar las operaciones necesarias y extraer la raíz cuadrada tenemos:

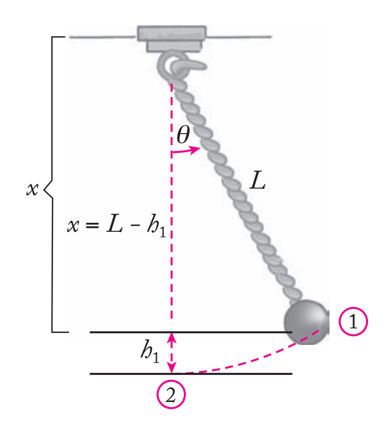
$$V_3 = 15.3 \text{ m/s}$$

Ejemplo 4.14 La siguiente figura nos muestra un péndulo con una cuerda de 1.0 m de longitud y un objeto de 0.30 kg suspendido en su extremo.



Si el objeto se lleva hacia la derecha hasta el punto en el cual el péndulo forma un ángulo de 20° con la vertical y se suelta para que oscile, determina la velocidad del objeto en el punto más bajo de su trayectoria.

Solución



Teniendo en cuenta que la energía mecánica de la masa permanece constante, resolvamos nuestro ejemplo. Consideremos como la posición **1** del objeto el punto donde se suelta y empieza a oscilar, y como posición **2** el punto más bajo de la trayectoria del objeto.

$$Em_2 = Em_1$$

$$\frac{1}{2} m V_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2} m V_1^2 + mgh_1$$

La velocidad del objeto en la posición **1** es cero, luego:

$$\frac{1}{2} m V_2^2 + mgh_2 = 0 + mgh_1$$

Si tomamos el punto 2 como nivel de referencia para la energía potencial gravitacional, entonces $h_2 = 0$; por lo tanto, $mgh_2 = 0$. Así, resulta que:

$$\frac{1}{2} m V_2^2 = mgh_1$$

Al despejar V_2 de la ecuación anterior resulta.

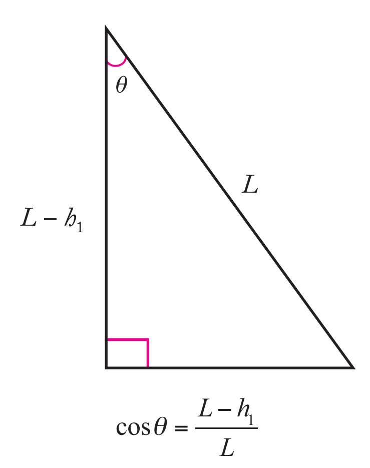
$$V_2^2 = \frac{2mgh_1}{m}$$

$$V_2^2 = 2gh_1$$

$$V_2 = \sqrt{2gh_1}$$

Determinemos ahora la longitud de h_1.

De acuerdo con la siguiente figura y la trigonometría tenemos:



$$\cos\theta = \frac{L - h_1}{L}$$

Luego:

$$L \cos \theta = L - h_1$$

$$h_1 + L \cos \theta = L$$

$$h_1 = L - L \cos \theta$$

$$h_1 = L(1 - \cos \theta)$$

$$h_1 = 1.0\ m\ (1 - \cos 20°)$$

$$h_1 = 0.06\ m$$

Por último, calculemos la velocidad del objeto en la posición **2**.

$$V_2 = \sqrt{2gh_1}$$

$$V_2 = \sqrt{2\left(9.80 \text{ m/s}^2\right)\left(0.06 \text{ m}\right)}$$

$$V_2 = 1.084 \text{ m/s}$$

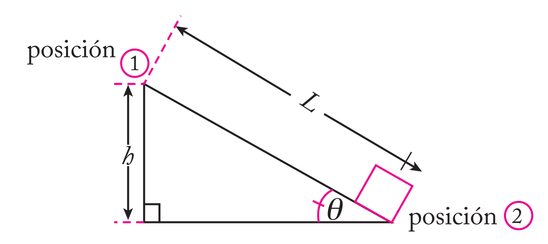
Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$V_2 = 1.1 \text{ m/s}$$

Ejemplo 4.15 Un objeto de 2.0 kg se desliza hacia abajo desde lo alto de un plano inclinado 25° con respecto a la horizontal. Si la longitud del plano inclinado es de 8.0 m, determina la velocidad del objeto al pie del plano. Considera despreciable la fricción.

Solución

Si no se toma en cuenta la fricción el sistema es conservativo, y si consideramos como punto **1** la posición del objeto en la cima del plano inclinado y como punto 2 el objeto al pie del mismo plano, entonces:



$$Em_2 = Em_1$$

$$\frac{1}{2}mV_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + mgh_1$$

Si tomamos la horizontal como referencia para determinar la altura del bloque, entonces $h_2 = 0$ y $h_1 = h$. Como en la parte superior del plano inclinado la velocidad del objeto es cero, entonces:

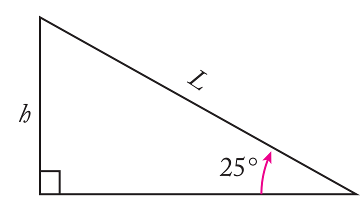
$$\frac{1}{2}mV_2^2 + 0 = 0 + mgh$$

$$\frac{1}{2}mV_2^2 = mgh$$

Al despejar V_2, resulta:

$$V_2 = \sqrt{2gh}$$

Calculemos a continuación el valor de h para poder determinar la magnitud de la velocidad V_2. De acuerdo con la figura y por trigonometría tenemos:



$\text{sen } 25° = \frac{h}{L}$; luego

$$h = L \text{ sen } 25°$$

$$h = 8.0 \text{ m sen } 35°$$

$$h = 3.4 \text{ m}$$

Luego:

$$V_2 = \sqrt{2gh}$$

$$V_2 = \sqrt{2(9.80 \text{ m/s}^2)(3.4 \text{m})}$$

$$V_2 = 8.16 \text{ m/s}$$

Redondeamos a dos cifras significativas para obtener:

$$V_2 = 8.2 \text{ m/s}$$

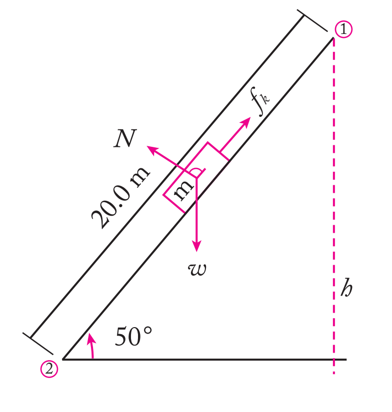
Energía mecánica y fricción

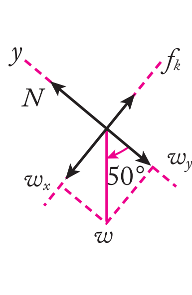
Al considerar la fricción, la energía mecánica total del sistema no se conserva. El trabajo realizado contra la fricción se convierte en **energía calorífica**. Sin embargo, la energía total del sistema sí se conserva; por lo tanto, al considerar las pérdidas de la energía mecánica que la fricción genera, tenemos:

$$Em_{\text{inicial}} = Em_{\text{final}} + f_k d$$

Ejemplo 4.16 Un objeto de 8.0 kg inicialmente en reposo se desliza hacia abajo desde la cima de un plano inclinado de 20.0 m de longitud y 50° de inclinación con respecto a la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinético es 0.420, determina la velocidad del objeto al pie del plano.

Solución





$$Em_{inicial} = Em_{final} + f_k d$$

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2} + \mu_k N d$$

$$\frac{1}{2}mV_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mV_2^2 + mgh_2 + \mu_k N d$$

Dado que:

$$V_1 = 0 \text{ y } h_2 = 0$$

Entonces:

$$0 + mgh_1 = \frac{1}{2}mV_2^2 + 0 + \mu_k Nd$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mV_2^2 + \mu_k Nd$$

Donde, de acuerdo con la segunda ley de Newton y con el diagrama de cuerpo libre, tenemos:

$$N = w_y = mg \cos\theta$$

Luego:

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mV_2^2 + \mu_k mg\cos\theta d$$

Al dividir ambos miembros de la ecuación anterior entre m queda:

$$gh_1 = \frac{1}{2}V_2^2 + \mu_k g\cos\theta d$$

Al multiplicar ambos miembros de la ecuación anterior por 2 queda:

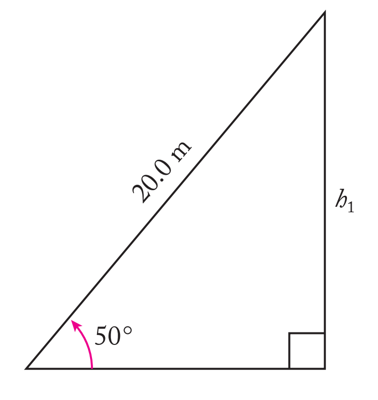
$$2gh_1 = V_2^2 + 2\mu_k g\cos\theta d$$

Despejamos a continuación V_2 en la ecuación anterior:

$$V_2^2 = 2gh_1 - 2\mu_k g\cos\theta d$$

$$V_2 = \sqrt{2g\left(h_1 - \mu\cos d\right)}$$

Calculemos a continuación la longitud de h_1:



$$\text{sen}50° = \frac{h_1}{20.0}$$

$$h_1 = 20.0 \text{ sen } 50°$$

$$h_1 = 15.3 \text{ m}$$

Con el valor de h_1 que obtuvimos es posible calcular la velocidad al pie del plano.

Dado que g = 9.80 m/s², h_1 = 15.3 m, θ = 50°, d = 20.0 m y μ_k = 0.420, entonces:

$$V_2 = \sqrt{2\left(9.80\,\text{m/s}^2\right)\left[15.3\text{m} - 0.420\left(\cos 50°\right)\left(20.0\right)\right]}$$

$$V_2^2 = 194\,\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$V_2 = \sqrt{194\,\text{m}^2/\text{s}^2} = 13.9\,\text{m/s}$$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Calcula la energía cinética de un automóvil de 1600 kg y que viaja a una velocidad de 20 m/s.

a) 1.6×10^4 J
b) 3.0×10^5 J
c) 3.2×10^5 J
d) 3.8×10^5 J

c) 3.2×10^5 J

2. Calcula la energía cinética de un niño de 30 kg que patina a una velocidad de 6.0 m/s.
a) 5.4×10^2 J
b) 4.8×10^2 J
c) 5.0×10^2 J
d) 4.5×10^2 J

a) 5.4×10^2 J

---

3. Si un objeto de 10 kg posee una energía cinética de 2000 J, ¿cuál es la velocidad del objeto?
a) 15 m/s
b) 20 m/s
c) 10 m/s
d) 5 m/s

b) 20 m/s

---

4. Un automóvil de 1400 kg cambia su velocidad de 12.0 m/s a 20.0 m/s. Si consideramos nula la fricción, aplica el teorema del trabajo y la energía para determinar el trabajo desarrollado por el motor.
a) 1.90×10^5 J
b) 1.80×10^5 J
c) 1.84×10^5 J
d) 1.79×10^5 J

d) 1.79×10^5 J

---

5. Aplica el teorema del trabajo y la energía para determinar la potencia del motor de un automóvil de 1200 kg que cambia su velocidad de 10.0 m/s a 16.0 m/s en 3.00 s. Expresa el resultado en caballos de fuerza y considera nula la fricción.
a) 41.8 hp
b) 40.6 hp
c) 38.2 hp
d) 44.2 hp

a) 41.8 hp

---

6. Calcula la energía potencial gravitacional que posee un hombre de 70.0 kg que se ubica a 3.5 m sobre el piso.
a) 2.0×10^3 J
b) 2.9×10^3 J
c) 2.4×10^3 J
d) 1.9×10^3 J

c) 2.4×10^3 J

7. Una bola de boliche de 4.0 kg se levanta del piso hasta una altura de 1.4 m. Calcula el incremento de su energía potencial gravitacional. Recuerda que $E_{\text{pfinal}} - E_{\text{pinicial}} = \Delta E_{\text{pg}}$.
a) 50 J
b) 48 J
c) 55 J
d) 45 J

c) 55 J

8. La energía potencial gravitacional de un elevador situado a 25.0 m sobre el piso es 147,000 J. Calcula la masa del elevador.
a) 550 kg
b) 600 kg
c) 500 kg
d) 450 kg

b) 600 kg

9. ¿A qué altura sobre el piso está una caja de 4.0 kg que posee una energía potencial gravitacional de 196 J?
a) 4.5 m
b) 4.0 m
c) 5.5 m
d) 5.0 m

d) 5.0 m

10. Calcula la velocidad de un niño de 30 kg que posee una energía cinética de 240 J.

a) 4.0 m/s
b) 3.5 m/s
c) 3.0 m/s
d) 4.5 m/s

a) 4.0 m/s

---

11. Un avión vuela a 1000 m de altura sobre el suelo con una velocidad de 80 m/s. Determina la energía mecánica que posee una caja de 6.0 kg ubicada en el avión.

a) 7.8×10^4 J
b) 7.5×10^4 J
c) 6.9×10^4 J
d) 8.0×10^4 J

a) 7.8×10^4 J

---

12. Una piedra de 5.00 kg cae desde lo alto de un edificio de 30.0 m de altura. Determina:

a) La energía potencial gravitacional de la piedra antes de caer.

a) 1.56×10^3 J
b) 1.40×10^3 J
c) 1.54×10^3 J
d) 1.47×10^3 J

d) 1.47×10^3 J

---

b) La energía cinética de la piedra justo antes de llegar al suelo.

a) 1.46×10^3 J
b) 1.53×10^3 J
c) 1.50×10^3 J
d) 1.47×10^3 J

d) 1.47×10^3 J

---

c) La velocidad de la piedra justo antes de llegar al suelo.

a) 20.3 m/s
b) 24.2 m/s
c) 25.0 m/s
d) 26.4 m/s

b) 24.2 m/s

13. Octavio deja de caer un objeto de 6.00 kg desde lo alto de un edificio de 50.0 m de altura. Determina:

a) La energía potencial gravitacional del objeto antes de su caída.

a) 2.99×10^3 J
b) 2.94×10^3 J
c) 1.98×10^3 J
d) 2.54×10^3 J

b) 2.94×10^3 J

b) La energía cinética del objeto al llegar al suelo.

a) 2.90×10^3 J
b) 2.94×10^3 J
c) 2.89×10^3 J
d) 1.97×10^3 J

b) 2.94×10^3 J

c) La velocidad con que llega el objeto al suelo.

a) 30.2 m/s
b) 25.5 m/s
c) 28.0 m/s
d) 31.3 m/s

d) 31.3 m/s

14. Una piedra de 0.200 kg se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 14.0 m/s. Calcula:

a) La energía potencial gravitacional de la piedra cuando alcanza su altura máxima.

a) 19.6 J
b) 15.4 J
c) 20.6 J
d) 18.5 J

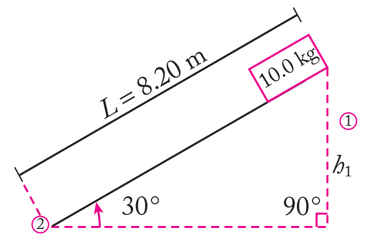
a) 19.6 J

b) La altura máxima que alcanza la piedra.

a) 10.0 m
b) 8.7 m
c) 5.5 m
d) 12.0 m

a) 10.0 m

15. Un bloque de 10.0 kg se desliza por un plano inclinado de 30° con respecto a la horizontal y 8.20 m de longitud. Si el coeficiente de fricción cinético es 0.400, determina:



a) La energía potencial gravitacional en la cima del plano inclinado.

a) 401 J
b) 405 J
c) 402 J
d) 308 J

c) 402 J

b) La cantidad de energía mecánica transformada en calor.
- *a)* 278 J
- *b)* 275 J
- *c)* 270 J
- *d)* 280 J

a) 278 J

---

c) La energía cinética en la base del plano inclinado.
- *a)* 124 J
- *b)* 120 J
- *c)* 125 J
- *d)* 130 J

a) 124 J

---

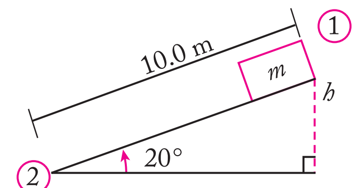
d) La velocidad del bloque en la base del plano inclinado.
- *a)* 5.40 m/s
- *b)* 4.50 m/s
- *c)* 4.80 m/s
- *d)* 4.98 m/s

d) 4.98 m/s

---

16. Una caja de 25.0 kg se desliza por un plano inclinado 20° con respecto a la horizontal y de 10.0 m de longitud. Si el coeficiente de fricción cinético es 0.200, calcula:

a) La energía potencial gravitacional de la caja en la cima del plano inclinado.



- *a)* 838 J
- *b)* 900 J
- *c)* 801 J
- *d)* 920 J

a) 838 J

b) La cantidad de energía mecánica que se transforma en calor al llegar a la base del plano inclinado.

a) 430 J
b) 460 J
c) 450 J
d) 480 J

b) 460 J

c) La energía cinética de la caja en la base del plano inclinado.

a) 365 J
b) 378 J
c) 375 J
d) 400 J

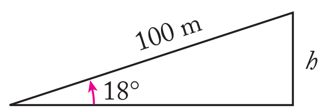
b) 378 J

d) La velocidad de la caja en la base del plano inclinado.

a) 4.80 m/s
b) 5.25 m/s
c) 5.50 m/s
d) 6.20 m/s

c) 5.50 m/s

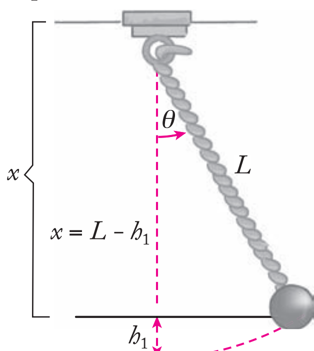
17. Un esquiador de 80.0 kg inicialmente en reposo se desliza 100 metros por la acción de su propio peso desde el punto más alto de una pendiente de 18° con respecto a la horizontal. Si el coeficiente de fricción cinético entre las superficies en contacto es 0.100, determina la velocidad del esquiador al pie de la pendiente.



a) 20.5 m/s
b) 21.9 m/s
c) 25.0 m/s
d) 22.4 m/s

a) 20.5 m/s

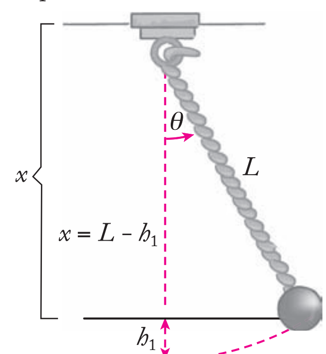
18. Una esfera de 0.40 kg sujeta al extremo de una cuerda de 0.80 m de largo se suelta cuando forma un ángulo de 40° respecto a la vertical. Determina la velocidad de la esfera en el punto más bajo de su trayectoria.



a) 1.5 m/s
b) 2.0 m/s
c) 1.7 m/s
d) 1.9 m/s

d) 1.9 m/s

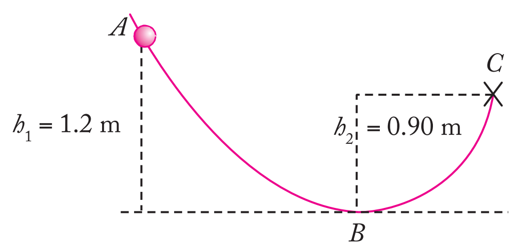
19. Una esfera de 0.60 kg sujeta al extremo de una cuerda de 0.70 m de largo se suelta cuando forma un ángulo de 35° respecto a la vertical. Determina la velocidad de la esfera en el punto más bajo de su trayectoria.



a) 1.4 m/s
b) 1.0 m/s
c) 1.6 m/s
d) 1.7 m/s

c) 1.6 m/s

20. Un balín se resbala por un alambre como se ilustra en la siguiente figura. Si la velocidad del balín en el punto A es 4.0 m/s, determina:



a) La velocidad del balín en el punto B. Considera despreciable la fricción.
  a) 5.9 m/s
  b) 6.3 m/s
  c) 6.9 m/s
  d) 6.5 m/s

b) 6.3 m/s

b) La velocidad del balín en el punto *C*. Considera despreciable la fricción.
  a) 4.7 m/s
  b) 4.5 m/s
  c) 3.8 m/s
  d) 4.2 m/s

a) 4.7 m/s

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Completa la siguiente tabla referente a las unidades y equivalencia del trabajo mecánico, de la potencia mecánica y de la energía.

Unidades y equivalencias del trabajo mecánico, de la potencia mecánica y de la Energía		
Magnitud	**Unidad**	**Equivalencia**
Trabajo		
Energía		
Potencia		

2. Investiga cómo se aprovechan los distintos tipos de energía mencionados en la tabla.

Tipo de energía	Aprovechamiento
Mecánica	
Cinética	
Potencial	
Radiante	
Luminosa	
Química	
Eléctrica	
Eólica	
Sonora	
Nuclear	
Térmica	
Hidráulica	
Solar	

3. Investiga y llena la siguiente tabla. Busca diversos objetos de uso cotidiano donde se especifique qué tipo de energía utiliza para funcionar. También explica por qué la posee y cómo se utiliza para realizar el trabajo.

Objetos de uso cotidiano	Tipo de energía que utiliza para funcionar	Explica por qué poseen energía	¿Cómo realiza el trabajo?

4. Calcula el consumo de energía en tu hogar. Emplea la información de potencia mecánica que presentan los aparatos eléctricos o mecánicos que utilizas normalmente (focos, refrigerador, tostadoras de pan, microondas u otros aparatos) y el tiempo de operación de cada uno durante el día.

Aparato	Consumo de energía	Tiempo de operación	Costo

5. Realiza una actividad que permita observar la conservación de la energía mecánica y entrega un informe escrito a tu profesor.

6. Realiza una actividad donde puedas demostrar la existencia de fuerzas que disipan la energía mecánica en forma de calor.

7. Investiga situaciones de la vida cotidiana donde observes las medidas con las cuales se evita que la energía mecánica se disipe en forma de calor y entrega un escrito a tu profesor.

8. Elabora un álbum con fotografías e imágenes que muestren el trabajo y laa potencia mecánica, así como los diferentes tipos de energía, incluyendo las energías alternativas.

Rúbrica

Indicadores de desempeño	Nivel			
	Excelente	Bueno	Elemental	Insuficiente
1. Define el concepto de trabajo en física.				
2. Identifica el joule como la unidad del trabajo en el Sistema Internacional de Medidas (SI).				
3. Define la unidad de trabajo, el joule.				

Indicadores de desempeño	Nivel			
	Excelente	Bueno	Elemental	Insuficiente
4. Identifica el trabajo como una cantidad escalar.				
5. Comprende que si el punto de aplicación de una fuerza no se mueve, entonces no ejerce trabajo.				
6. Comprende que si una fuerza actúa perpendicularmente con el desplazamiento, entonces no ejerce trabajo.				
7. Resuelve problemas relacionados con el trabajo.				
8. Define el concepto de potencia.				
9. Identifica el watt como la unidad de potencia en el SI.				
10. Define la unidad de potencia, el watt.				
11. Establece la equivalencia entre el kilowatt y el watt.				
12. Establece la equivalencia entre el caballo de potencia (hp) y el watt.				
13. Resuelve problemas relacionados con la potencia.				
14. Define el concepto de energía.				
15. Identifica diversas formas de energía que se manifiestan en el Universo.				
16. Reconoce que la energía existente en el Universo es constante, es decir, que su cantidad total no aumenta ni disminuye, sólo se transforma.				
17. Identifica los dos tipos de energía mecánica.				
18. Reconoce la energía cinética como aquello que posee un objeto en virtud de su movimiento.				
19. Reconoce la energía potencial como aquella que posee un objeto en virtud de su posición o condición.				
20. Identifica la energía potencial gravitacional (Ep_g)				
21. Reconoce la energía potencial gravitacional como la capacidad de un objeto de realizar trabajo en virtud de la altura a la que se encuentra con respecto a un nivel de referencia establecido.				
22. Calcula la energía cinética de un objeto.				
23. Calcula la energía potencial gravitacional de un cuerpo.				
24. Enuncia el principio de la conservación de la energía.				
25. Enuncia el principio de la conservación de la energía mecánica.				
26. Utiliza el teorema del trabajo y la energía para resolver problemas.				
27. Utiliza el principio de la conservación de la energía mecánica para resolver problemas.				
28. Reconoce que el trabajo realizado contra la fricción se convierte en energía calorífica.				

Índice analítico

T

U

V

W